

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

INSTITUTO DE INVESTIGACION EN MATEMATICAS APLICADAS Y EN SISTEMAS

ESTADISTICA ANDERSON-DARLING POR COMPUTADORA

TRABAJO QUE PRESENTA: CLAUDIA V. MARTINEZ RAMIREZ  
COMO TESINA PARA OBTENER EL DIPLOMA DE LA  
ESPECIALIZACION EN ESTADISTICA APLICADA

ASESOR: MARIA JOSE MARQUES DOS SANTOS

OCTUBRE 1993

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

RESUMEN DE ACTIVIDADES REALIZADAS EN EL TRABAJO  
"ESTADISTICA ANDERSON-DARLING POR COMPUTADORA"

Es bien conocido en materia estadística de bondad de ajuste las pruebas  $\chi^2$  de Pearson y de Kolmogorov-Smirnov. Dichas pruebas junto con otras han sido también llevadas al campo del software. En más de un paquete estadístico puede encontrarse ahora.

La aparición del software en estadística ha venido encausando ciertos problemas dándoles alternativas y soluciones, que de otra manera habrían tomado más tiempo. Sin embargo, la estadística no tiene ni tendrá cubiertas todas sus necesidades, al menos en materia de software, mientras sigan habiendo nuevos retos o caminos.

No todo está dado ni mucho menos difundido, incluso en materia puramente teórica. Existen pruebas muy tradicionales y otras que no lo son tanto y no por eso mejores tal vez. La estadística Anderson-Darling, por ejemplo, es una de esas estadísticas no tradicionales que se precia de ser en ciertos sentidos " mejor " que otras. Por lo mismo, no se le encuentra comúnmente en paquetería software.

Más de un investigador se habrá visto alguna vez en la necesidad de programar en su propia computadora una subrutina propia para cubrir cierta carencia. Sin embargo, en áreas como Biología, Medicina, etc. se requiere muchas veces de herramientas software disponible ya en un paquete,

La estadística Anderson-Darling es de reciente aplicación, y era en un principio poco usual debido al gran número de operaciones que implicaba realizar. Ahora, gracias a la aparición de las computadoras, éstas pueden realizarse factiblemente. Para ello se requiere de un programa realizado en algún lenguaje de programación. Sin embargo, no es común, hasta ahora, encontrar un paquete que contenga o realice pruebas de bondad de ajuste aplicando el estadístico  $A^2$ .

Dentro de los supuestos más requeridos en la estadística paramétrica (regresión, análisis de varianza, estimación y pruebas de hipótesis) encontramos el de normalidad. El paquete "Anderson" realizado, se desarrolló justamente para probar el ajuste a una distribución normal. Se acompaña el paquete de un manual que contiene notas acerca de bondad de ajuste.

En dicho manual se sitúa a la estadística Anderson-Darling como una opción más, paralela a  $X^2$  de Pearson y a la de Kolmogorov-Smirnov. Se le clasifica dentro de las EDF (Empirical Distribution Function), del tipo de las cuadráticas y se habla acerca de la potencia de dicha estadística. Se presentan algunas ventajas y/o desventajas de las pruebas de bondad de ajuste basadas en las estadísticas  $X^2$  de Pearson, D de Kolmogorov-Smirnov y  $A^2$  de Anderson-Darling. Se complementa la exposición con ejemplos usando las tres estadísticas mencionadas y se anexan también las tablas requeridas para la elaboración de dichas pruebas.

Por último se presentan impresas las pantallas que componen el paquete mostrando el uso del mismo.

En cuanto a las notas contenidas en el manual fueron elaboradas con fines prácticos más que teóricos, tratando así de lograr dar soluciones a diversos problemas de la estadística aplicada.

Este trabajo fue realizado por Claudia V. Martínez Ramírez y dirigido por M. en C. María José Marques Dos Santos, concluido en la Ciudad de México en octubre de 1993.

A T E N T A M E N T E

CLAUDIA V. MARTINEZ RAMIREZ

Vo.Bo.



M. en C. MARÍA JOSÉ MARQUES DOS SANTOS

## INTRODUCCION

Tradicionalmente se han venido usando las pruebas de Bondad de Ajuste  $\chi^2$  de Pearson y Kolmogorov-Smirnov, que son las más conocidas por encontrarse en la mayoría de los textos y paquetes estadísticos (Software). Existe otra estadística para probar bondad de ajuste en ciertas distribuciones continuas como la normal, la exponencial y la gamma, entre otras, conocida como Anderson-Darling. Lo que hace interesante a la prueba basada en esta otra estadística es que ha mostrado en general ser más potente (Stephens 1974) que las dos pruebas tradicionales mencionadas. Debido a esto surgió la inquietud de hacer un pequeño paquete de utilidad para calcular esta estadística.

El paquete se desarrolló para calcular específicamente la estadística Anderson-Darling, particularmente enfocada a la distribución normal, en primer lugar por ser ésta muy frecuente en aplicaciones, en estadística paramétrica; y en segundo lugar, el considerar más distribuciones, habría requerido de más casos y tablas de valores críticos por cada ajuste que se pretendiera realizar. En particular, para el caso de la normal, son necesarias, al menos, cuatro tablas.

En este manual se presentan las pruebas  $\chi^2$  de Pearson, Kolmogorov-Smirnov y Anderson-Darling con ejemplos aplicados.

Cabe aclarar que el presente manual no se ha elaborado con fines matemáticos sino más bien pedagógicos y prácticos, de manera tal que sirva primordialmente a personas con una necesidad estadística aplicada y no teórica, persiguiendo el principal fin de la Especialización en Estadística Aplicada del IIMAS.

Claudia V. Martínez Ramírez

## BONDAD DE AJUSTE CON LA ESTADISTICA ANDERSON-DARLING

La Bondad de Ajuste consiste en probar estadísticamente si dada una muestra extraída de una población, ésta se apega ("se ajusta ") a una cierta distribución teórica, pudiendo ser ésta, discreta o continua.

La mayor necesidad ha sido siempre probar si una muestra proviene de una población normal, dado que este es uno de los supuestos en la estadística paramétrica para hacer pruebas de hipótesis, calcular intervalos de confianza, realizar estudios de residuales, etc.; procedimientos muy utilizados en estadística.

El principio de todas las pruebas de Bondad de Ajuste, es obtener una medida que sirva de comparación entre la muestra y la distribución teórica. Esta medida varía de prueba a prueba. La clásica prueba para abordar este problema es la  $X^2$  de Pearson, debido a que se emplea tanto en distribuciones discretas como continuas, aunque se desconozcan los parámetros; esto es una gran ventaja sobre otras pruebas que sólo se utilizan para distribuciones continuas, además de que en ocasiones es necesario conocer los parámetros poblacionales. Otra ventaja de la  $X^2$  de Pearson es lo relativamente fácil de calcular ya que compara las frecuencias tal como han sido observadas en la muestra con las frecuencias teóricas (esperadas).

En segundo lugar la prueba más empleada es la de Kolmogorov-Smirnov. Esta prueba se aplica a distribuciones continuas y compara las probabilidades acumuladas de la muestra con las probabilidades acumuladas teóricas; o sea, compara las funciones de distribución empírica y teórica.

Existe un grupo de pruebas de Bondad de Ajuste que emplean la función de distribución empírica, llamadas EDF (Empirical Distribution Function). Las pruebas Kolmogorov-Smirnov y Anderson-Darling se encuentran, entre otras, dentro de este grupo. (Stephens 1974).

La prueba Anderson-Darling está basada en una estadística cuadrática y es, en general, como ya se mencionó, más potente que la pruebas  $X^2$  de Pearson y la de Kolmogorov-Smirnov (Stephens (1974) cap. 4). Se piensa además que la  $X^2$  de Pearson es menos potente que cualquiera de las pruebas EDF debido a que trabaja con datos agrupados. Debido al agrupamiento, hay pérdida de información. Por otro lado, la prueba Kolmogorov-Smirnov es menos sensible a desajustes que pudieran haber en las colas de la distribución, que la prueba Anderson-Darling (Easterling 1976, Stephens cap 4). En particular, la prueba Anderson-Darling funciona mejor que cualquiera otra, en los casos en que haya datos aberrantes o extremos (outliers).

La función de distribución empírica (EDF) es una función calculada a partir de la muestra que sirve para estimar la función de distribución de la población. Esta última puede estar o no completamente especificada, es decir pueden conocerse todos los parámetros o desconocerse al menos uno de ellos. En particular está definida de la siguiente manera:

$$F_n(x) = \frac{\# \text{ de observaciones } \leq x}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{\{X_i \leq x\}}$$

donde  $X_1, X_2, \dots, X_n$  representa a la muestra de tamaño  $n$  de la función de distribución teórica  $F(x)$ ; la que por el momento consideraremos continua, apegándonos a nuestros propósitos. La notación  $1_{\{X_i \leq x\}}$  es para la indicadora (vale 1 si  $X_i \leq x$  y 0 en otro caso).

Una estadística que mide la diferencia entre  $F_n(x)$  y  $F(x)$  es una estadística EDF. En general esta estadística está basada en diferencias medidas verticalmente entre una y otra función y están divididas en dos clases: la clase cuadrática y la clase del supremo. Un ejemplo de esta última es la estadística Kolmogorov definida como

$$D = \sup_x |F_n(x) - F(x)|$$

que a grandes rasgos se basa en tomar la mayor diferencia entre una función y la otra. La estadística Anderson-Darling es de la forma de las estadísticas cuadráticas. Estas están dadas por la familia Cramér-von Mises, cuya forma general es la siguiente:

$$Q = n \int_{-\infty}^{\infty} \{F_n(x) - F(x)\}^2 \psi(x) dF(x)$$

donde la función  $\psi(x)$  le da el peso adecuado. En particular cuando  $\psi(x) = \{F(x)[1-F(x)]\}^{-1}$  tenemos la estadística Anderson-Darling denotada por  $A^2$ .

Mediante una transformación la estadística Anderson-Darling se convierte en:

$$A^2 = -n - (1/n) \sum_{i=1}^n \{ (2i-1) \log p_{(i)} + (2n+1-2i) \log(1-p_{(i)}) \}$$

donde  $\log = \log_e$  y  $p_{(i)}$  es el área bajo la curva normal sobre el intervalo  $(-\infty, X_{(i)})$ , o sea es la función de distribución normal estándar evaluada en el  $i$ -ésimo elemento (en orden ascendente) de la muestra.

Hoy en día este cálculo resulta mínimo con el uso de las computadoras y calculadoras programables.

Nota: La notación empleada en estas notas en relación a la prueba Anderson-Darling se presenta aquí modificada con respecto al texto de *D'Agostino y Stephens*. Se consideró conveniente hacerlo de esta manera por continuar con la notación tradicional estadística, evitando así posibles confusiones.

La estadística Anderson-Darling así como la  $W^2$  de Cramér-von Mises y la  $U^2$  de Watson son estadísticas EDF y son favorecidas por la teoría asintótica. Esto es, que sus distribuciones puedan ser razonablemente aproximadas por las distribuciones límite y que sus potencias sean buenas.

Se presentan dos situaciones en el caso de las estadísticas EDF; la primera en que se conocen los parámetros de la distribución llamado caso 0, (cero) y la otra en que se desconoce al menos uno de ellos.

Situándonos en el caso de bondad de ajuste normal se consideran los siguientes casos

Caso 0:  $\mu$  y  $\sigma^2$  conocidos.

Caso 1:  $\sigma^2$  conocida y  $\mu$  desconocida y estimada por  $\bar{X}$ .

Caso 2:  $\mu$  conocida y  $\sigma^2$  desconocida y estimada por  $s_n^2 = \sum (x_i - \mu)^2 / n$ .

Caso 3: ambos desconocidos, estimados por  $\bar{X}$  y  $s_{n-1}^2 = \sum (x_i - \bar{X})^2 / (n-1)$ .

Para cada uno de los casos existe una tabla estadística para realizar la prueba de la hipótesis,  $H_0$  La muestra aleatoria proviene de una distribución normal. La estadística de Anderson-Darling se calcula para los cuatro casos de la misma manera; sin embargo, en el caso 3 se debe multiplicar por un factor de corrección el cual es:  $1 + 0.75/n + 2.25/n^2$ , que ayuda a mejorar la aproximación.

La prueba Anderson-Darling para la normal, en el caso 0, se realiza de la siguiente manera:

a) Ordenar en forma ascendente las  $X_i$ :  $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$ .

b) Calcular  $z_{(1)} = \frac{X_{(1)} - \mu}{\sigma}$  y determinar las probabilidades acumuladas  $p_{(1)}$  correspondientes a los  $z_{(1)}$  con ayuda de una tabla de la distribución Normal.

c) Calcular  $A^2$  según la fórmula dada.

d) Comparar con el valor de tablas (Tabla 2) para un  $\alpha$  dado o determinar el valor  $1-\alpha$  (tabla 3).

Presentamos en seguida el uso de las tres estadísticas Anderson-Darling (I),  $\chi^2$  de Pearson (II) y Kolmogorov-Smirnov (III) aplicadas a un mismo grupo de datos con el fin de compararlas para el caso 0.

Supongamos que tenemos 40 pesos de estudiantes varones, cuya media y desviación estándar poblacionales son, respectivamente 147 y 13.

154, 135, 126, 138, 132, 135, 125, 135, 136, 128,  
138, 147, 140, 152, 142, 144, 144, 145, 145, 176,  
156, 157, 158, 161, 163, 164, 165, 168, 173, 146,  
146, 140, 147, 148, 149, 150, 150, 142, 119, 153.

Nota: Ver apéndice 1, diagramas: Tallo y Hoja, Histograma y de Caja.

#### I) PRUEBA ANDERSON-DARLING

a) Lo primero que tenemos que hacer es ordenar dichos valores en forma ascendente:

119, 125, 126, 128, 132, 135, 135, 135, 136, 138,  
138, 140, 140, 142, 142, 144, 144, 145, 145, 146,  
146, 147, 147, 148, 149, 150, 150, 152, 153, 154,  
156, 157, 158, 161, 163, 164, 165, 168, 173, 176.

b) Para cada dato tenemos que calcular  $z_{(i)}$  de la siguiente manera:

$$z_{(1)} = \frac{119 - 147}{13} = -2.1538, \text{ entonces la probabilidad normal}$$

acumulada  $p_{(1)} = 0.0158$  aproximadamente

$$z_{(2)} = \frac{125 - 147}{13} = -1.6923, \text{ entonces } p_{(2)} = 0.0455 \text{ aproximadamente,}$$

·  
·  
·

$$z_{(40)} = \frac{175 - 147}{13} = 2.2308, \text{ entonces } p_{(40)} = 0.9871 \text{ aproximadamente.}$$

c) Calcular  $A^2$  según la fórmula,

$$\begin{aligned} A^2 &= -40 - (1/40) \sum_1^{40} \{ (2i-1) \log p_{(i)} + (2(40)+1-2i) \log \{1-p_{(i)}\} \} \\ &= -40 - (1/40) \{ (2(1)-1) \log (0.0158) + (81-2(1)) \log \{1-0.0158\} \\ &\quad + (2(2)-1) \log (0.0455) + (81-2(2)) \log \{1-0.0455\} \\ &\quad + \dots \\ &\quad + (2(40)-1) \log (0.9871) + (81-2(40)) \log \{1-0.9871\} \} \\ &= 0.1889 \text{ aproximadamente.} \end{aligned}$$

d) Por último, se compara con el valor de la tabla de la distribución de  $A^2$ , que es la siguiente: (Se recomienda  $n \geq 5$ )

| $\alpha$     | Nivel de significancia |       |       |       |       |       |       |       |
|--------------|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|              | 0.25                   | 0.15  | 0.10  | 0.05  | 0.025 | 0.01  | 0.005 | 0.001 |
| cola derecha | 1.248                  | 1.610 | 1.933 | 2.492 | 3.070 | 3.857 | 4.500 | 6.000 |

En nuestro ejemplo  $0.1889 \ll 1.248$ , por lo que nuestro nivel de significancia es mucho mayor que 0.25 (que es el más grande de esta tabla), por lo tanto no podemos rechazar la hipótesis nula  $H_0$ : La muestra aleatoria proviene de una distribución Normal.

Esta tabla (Tabla 2) sirve para determinar un  $\alpha$  dado. Existe también otra tabla más completa para determinar el valor de  $1-\alpha$ , (Tabla 3) Estas y otras tablas se localizan en el Apéndice.

En nuestro ejemplo 0.1889 se encuentra entre los valores 0.175 y 0.200 en la columna de las  $\alpha$ 's de la Tabla 3, por lo que le corresponde un valor entre 0.0042 y 0.0096 de  $1-\alpha$  (la confianza). De lo que se trata en las pruebas de bondad de ajuste, es de no rechazar  $H_0$ , contrariamente a lo que se pretende en las pruebas de hipótesis ordinarias: pruebas de igualdad de medias o varianzas. Con una confianza tan pobre como la que se nos presenta en el ejemplo, no podremos rechazar  $H_0$ . Como conclusión del ejemplo diremos que al parecer nuestros 40 datos sí provienen de una población normal, gracias a los valores pequeños de  $1-\alpha$  obtenidos.

Ahora supongamos, para efectos de comparación, que se hubiera desconocido alguno o algunos de los parámetros. El propósito de esto es situarnos en los casos 1, 2 y 3 y ver qué tan distintos habrían sido los resultados.

El siguiente cuadro ilustra tal comparación:

| Caso | Parámetros                                 | $A^2_{calc}$ | p-value        |
|------|--|--------------|----------------|
| 0    | $\mu = 147; \sigma = 13$                   | 0.1889       | mayor que 0.25 |
| 1    | $\hat{\mu} = 146.80; \sigma = 13$          | 0.1682       | mayor que 0.25 |
| 2    | $\mu = 147; \hat{\sigma} = 12.88$          | 0.1888       | mayor que 0.25 |
| 3    | $\hat{\mu} = 146.80; \hat{\sigma} = 12.88$ | 0.1726       | mayor que 0.50 |

NOTA: Los valores calculados de  $A^2$  se obtuvieron con el paquete ANDERSON.

Aunque por los valores de  $A^2$  obtenidos no hayamos llegado en este ejemplo a conclusiones opuestas, si debemos advertir en primer lugar la variación del valor de  $A^2$ , que en algún momento pudiera llegar a ser significativo. No es necesario precisar el p-value para darse cuenta de la discrepancia entre los valores, con observar simplemente el valor de  $A^2$  requerido para un p-value de 0.25, estamos ya advirtiendo que nuestra decisión puede cambiar:

| Nivel de significancia de 0.25% |        |        |        |        |
|---------------------------------|--------|--------|--------|--------|
|                                 | Caso 0 | Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 |
| $A^2$                           | 1.248  | 0.644  | 1.072  | 0.470  |

La estadística  $A^2$  con parámetros estimados puede ser muy diferente de la estadística  $A^2$  del caso cero, ya que ésta puede depender del tamaño de la muestra, así como de los parámetros estimados y del método de cómo se les estima. Lo que sí puede observarse es que los valores de tablas sí cambian dramáticamente según sea el caso (0, ..., 3).

Los resultados hallados en el inciso I pueden obtenerse con el paquete ANDERSON llegando a los mismos resultados en poco tiempo.

## II) PRUEBA $\chi^2$ DE PEARSON

Para aplicar esta prueba se deben seguir los siguientes pasos:

- 1.- Agrupar los datos en clases o intervalos en una tabla de frecuencias; es decir, obtener las frecuencias observadas para cada intervalo.
- 2.- Calcular los valores de z correspondientes a los límites superiores de clase.
- 3.- Determinar las probabilidades normales (de la tabla z) para cada uno de los intervalos.

4.- Multiplicar estas probabilidades por n (tamaño de muestra) para hallar las frecuencias esperadas según el modelo normal.

5.- Calcular la estadística  $X^2$  por la fórmula:

$$X^2 = \sum_1^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \sum_1^k \frac{O_i^2}{E_i} - n$$

6.- Comparar el valor de  $X^2$  calculada con el valor de tablas.

Aplicando estos pasos a nuestro ejemplo tenemos:

1.-

| clases | Límites de clase | $f_i = O_i$ |
|--------|------------------|-------------|
| 1      | (116,125]        | 2           |
| 2      | (125,134]        | 3           |
| 3      | (134,143]        | 10          |
| 4      | (143,152]        | 13          |
| 5      | (152,161]        | 6           |
| 6      | (161,170]        | 4           |
| 7      | (170,179]        | 2           |

2.- Como  $\mu = 147$ ,  $\sigma = 13$  y  $z = \frac{X_i - \mu}{\sigma}$

$$z_1 = \frac{125-147}{13} = -1,6923$$

$$z_2 = \frac{134-147}{13} = -1,00$$

.....

| clases | Límites de clase | $f_i = O_i$ | $z_i$   |
|--------|------------------|-------------|---------|
| 1      | (116,125]        | 2           | -1.6923 |
| 2      | (125,134]        | 3           | -1.0000 |
| 3      | (134,143]        | 10          | -0.3077 |
| 4      | (143,152]        | 13          | 0.3846  |
| 5      | (152,161]        | 6           | 1.0769  |
| 6      | (161,170]        | 4           | 1.7692  |
| 7      | (170,179]        | 2           | -----   |

Nota: El número de clases es arbitrario, aquí se usó el criterio de la raíz de n = número de datos en la muestra.

3.- Determinar las probabilidades normales correspondientes a estos  $z_i$ ,

| clases | Límites de clase | $f_i = O_i$ | $z_i$   | $p_i$  |
|--------|------------------|-------------|---------|--------|
| 1      | (116,125]        | 2           | -1.6923 | 0.0455 |
| 2      | (125,134]        | 3           | -1,0000 | 0.1132 |
| 3      | (134,143]        | 10          | -0.3077 | 0.2196 |
| 4      | (143,152]        | 13          | 0.3846  | 0.2717 |
| 5      | (152,161]        | 6           | 1.0769  | 0.2100 |
| 6      | (161,170]        | 4           | 1.7692  | 0.1016 |
| 7      | (170,179]        | 2           | -----   | 0.0384 |

Nótese que la última probabilidad se calculó por la diferencia:

$$1 - \sum_1^6 p_i$$

4.- Multiplicar cada una de las  $p_i$  por 40, para obtener las  $E_i$

| clases | Limites de clase | $f_i = O_i$ | $z_i$   | $p_i$  | $E_i$  |
|--------|------------------|-------------|---------|--------|--------|
| 1      | (116,125]        | 2           | -1.6923 | 0.0455 | 1.82   |
| 2      | (125,134]        | 3           | -1.0000 | 0.1132 | 4.528  |
| 3      | (134,143]        | 10          | -0.3077 | 0.2196 | 8.784  |
| 4      | (143,152]        | 13          | 0.3846  | 0.2717 | 10.868 |
| 5      | (152,161]        | 6           | 1.0769  | 0.2100 | 8.40   |
| 6      | (161,170]        | 4           | 1.7692  | 0.1016 | 4.064  |
| 7      | (170,179]        | 2           | -----   | 0.0384 | 1.536  |

5.- Calcular  $\chi^2 = 41.9469 - 40 = 1.9469$

6.- El valor de  $\chi^2$  de tablas con  $\alpha = 0.05$  y 6 grados de libertad es: 12.592, por lo tanto no se rechaza  $H_0$ : "La muestra proviene de una población normalmente distribuida".

### III) PRUEBA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Pasos a seguir:

- 1.- Ordenar los datos.
- 2.- Obtener las frecuencias.
- 3.- Obtener las frecuencias acumuladas absolutas y relativas  $F$  y  $F_m$ .
- 4.- Estandarizar los datos.
- 5.- Obtener las probabilidades acumuladas teóricas (de la tabla normal)  $F_t$ .
- 6.- Obtener los valores absolutos de las diferencias entre las  $F_m$  y  $F_t$ .
- 7.- Obtener los valores absolutos de las diferencias entre las  $F_{m-1}$  y  $F_t$ .
- 8.- Seleccionar la mayor de las diferencias (D) halladas en los pasos 6 y 7.
- 9.- Comparar este valor calculado D con el de la tabla de Kolmogorov.

Desarrollando los pasos anteriores tenemos:

| Paso | 1 | 2  | 3              | 4                      | 5              | 6                              | 7                                |
|------|---|----|----------------|------------------------|----------------|--------------------------------|----------------------------------|
|      | X | F  | F <sub>m</sub> | $z = \frac{X-147}{13}$ | F <sub>t</sub> | F <sub>m</sub> -F <sub>t</sub> | F <sub>m-1</sub> -F <sub>t</sub> |
| 119  | 1 | 1  | 0.025          | -2.1538                | 0.0158         | 9.2                            | -                                |
| 125  | 1 | 2  | 0.050          | -1.6923                | 0.0455         | 4.5                            | 20.5                             |
| 126  | 1 | 3  | 0.075          | -1.6154                | 0.0526         | 22.4                           | 2.6                              |
| 128  | 1 | 4  | 0.100          | -1.4615                | 0.0721         | 27.9                           | 2.9                              |
| 132  | 1 | 5  | 0.125          | -1.1538                | 0.1251         | 0.1                            | 25.1                             |
| 135  | 3 | 8  | 0.200          | -0.9231                | 0.1788         | 21.2                           | 53.8                             |
| 136  | 1 | 9  | 0.225          | -0.8462                | 0.1977         | 27.3                           | 2.3                              |
| 138  | 2 | 11 | 0.275          | -0.6923                | 0.2451         | 29.9                           | 20.1                             |
| 140  | 2 | 13 | 0.325          | -0.5385                | 0.2946         | 30.4                           | 19.6                             |
| 142  | 2 | 15 | 0.375          | -0.3846                | 0.3500         | 25.0                           | 25.0                             |
| 144  | 2 | 17 | 0.425          | -0.2308                | 0.4090         | 16.0                           | 34.0                             |
| 145  | 2 | 19 | 0.475          | -0.1538                | 0.4400         | 35.0                           | 15.0                             |
| 146  | 2 | 21 | 0.525          | -0.0769                | 0.4700         | 55.0                           | 5.0                              |
| 147  | 2 | 23 | 0.575          | 0                      | 0.5000         | 75.0                           | 25.0                             |
| 148  | 1 | 24 | 0.600          | 0.0769                 | 0.5300         | 70.0                           | 45.0                             |
| 149  | 1 | 25 | 0.625          | 0.1538                 | 0.5600         | 65.0                           | 40.0                             |
| 150  | 2 | 27 | 0.675          | 0.2308                 | 0.5910         | 84.0                           | 34.0                             |
| 152  | 1 | 28 | 0.700          | 0.3846                 | 0.6500         | 50.0                           | 25.0                             |
| 153  | 1 | 29 | 0.725          | 0.4315                 | 0.6772         | 47.8                           | 22.8                             |
| 154  | 1 | 30 | 0.750          | 0.5385                 | 0.7054         | 44.6                           | 19.6                             |
| 156  | 1 | 31 | 0.775          | 0.6923                 | 0.7549         | 20.1                           | 4.9                              |
| 157  | 1 | 32 | 0.800          | 0.7692                 | 0.7794         | 20.6                           | 4.4                              |
| 158  | 1 | 33 | 0.825          | 0.8462                 | 0.8023         | 22.7                           | 2.3                              |
| 161  | 1 | 34 | 0.850          | 1.0769                 | 0.8599         | 9.9                            | 34.9                             |
| 163  | 1 | 35 | 0.875          | 1.2308                 | 0.8907         | 15.7                           | 40.7                             |
| 164  | 1 | 36 | 0.900          | 1.3077                 | 0.9049         | 4.9                            | 29.9                             |
| 165  | 1 | 37 | 0.925          | 1.3846                 | 0.9162         | 8.8                            | 16.2                             |
| 168  | 1 | 38 | 0.950          | 1.6154                 | 0.9474         | 2.6                            | 22.4                             |
| 173  | 1 | 39 | 0.975          | 2.0000                 | 0.9772         | 2.2                            | 27.2                             |
| 176  | 1 | 40 | 1.000          | 2.2308                 | 0.9871         | 12.9                           | 12.1                             |

Nota: Las columnas de los pasos 6 y 7 están multiplicadas por 10<sup>3</sup>

8.- La estadística calculada D = 0.084

9.- Como el valor calculado D es menor que 0.210 obtenido de la tabla de Kolmogorov-Smirnov, para n = 40 y α = 0.05, se concluye que la muestra proviene de una distribución normal.

Nota: Estos mismos datos corridos en STATGRAPHICS arrojaron los siguientes valores: D = 0.0837449 con una confianza de 0.941767.

Observemos que con base en los resultados obtenidos se llegan a las mismas conclusiones, para el caso particular de este ejemplo.

I) ANDERSON-DARLING: No se rechazó la hipótesis al 25%.

II) X<sup>2</sup> DE PEARSON: La hipótesis no se rechazó al 5%, y de hecho ni al 25%.

III) KOLMOGOROV-SMIRNOV: La hipótesis no se rechazó al 5% y de hecho ni al 20%. (Las tablas usuales sólo llegan al 20%).

#### PROPIEDADES.

En seguida mencionaremos algunas propiedades en relación a la potencia de las estadísticas EDF en el Caso 0:

\* Las estadísticas EDF suelen ser más potentes que la estadística  $X^2$  de Pearson. Esto se debe probablemente a que la agrupación de los datos limita o reduce información, más aún si la muestra es chica.

\* Las estadísticas  $W^2$  y  $A^2$  resultan ser mucho más potentes que la estadística D introducida por Kolmogorov, la más conocida de las estadísticas EDF.

\*  $A^2$  a menudo se comporta como  $W^2$ , pero es más potente sobretodo en las colas y especialmente en los casos de  $X$ 's aberrantes. En bondad de ajuste es muy importante detectar el comportamiento de la distribución en las colas, y  $A^2$  resulta ser la estadística recomendada.

#### RESIDUALES.

En las pruebas de normalidad de residuales en Regresión cabe hacer una necesaria aclaración. Si el modelo  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \dots + \beta_n X_{ni} + \epsilon_i, (i=1, \dots, n)$

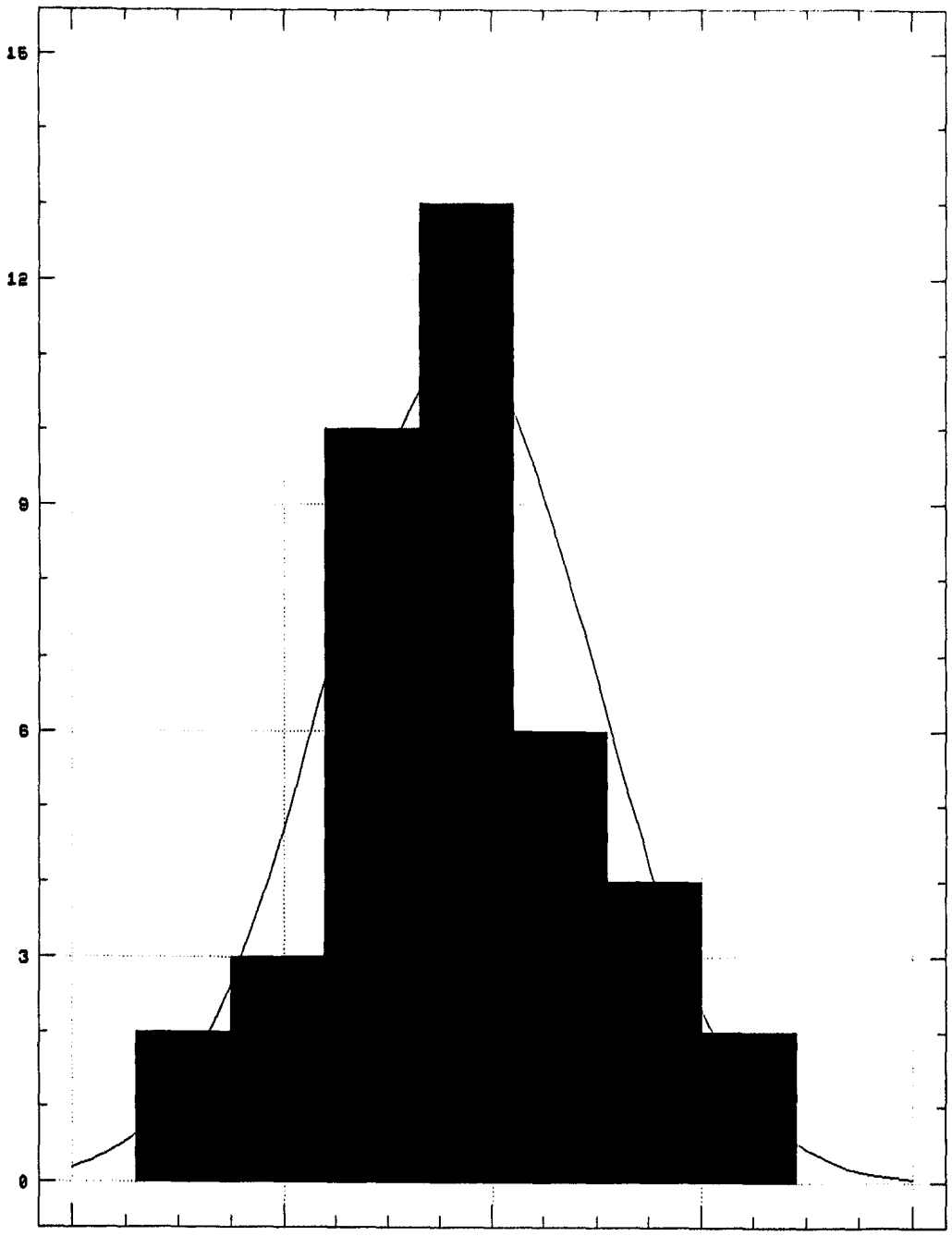
de cualquier orden es correcto, los residuales ( $\hat{\epsilon}_i = y_i - \hat{y}_i$ ) tendrán aproximadamente una distribución normal, con media conocida cero y varianza desconocida. Podría parecer en principio que esta situación corresponde al Caso 2, sin embargo, por no ser los residuales independientes, debe tratarse esta situación como Caso 3. Esto ha sido demostrado por Mukantseva (1977), Pierce y Kopecky (1979), y Loynes (1980), quienes han estudiado el comportamiento asintótico de las EDF en los residuales cuando se ajusta un modelo de Regresión y han visto que tal comportamiento es el mismo que el del Caso 3.

APENDICE 1

GRAFICAS

|     |     |          |
|-----|-----|----------|
| 1   | 110 | 9        |
| 1   | 12* |          |
| 4   | 120 | 568      |
| 5   | 13* | 2        |
| 11  | 130 | 555688   |
| 17  | 14* | 002244   |
| (8) | 140 | 55667789 |
| 15  | 15* | 00234    |
| 10  | 150 | 678      |
| 7   | 16* | 134      |
| 4   | 160 | 58       |
| 2   | 17* | 3        |
| 1   | 170 | 6        |

Frequency Histogram



110

130

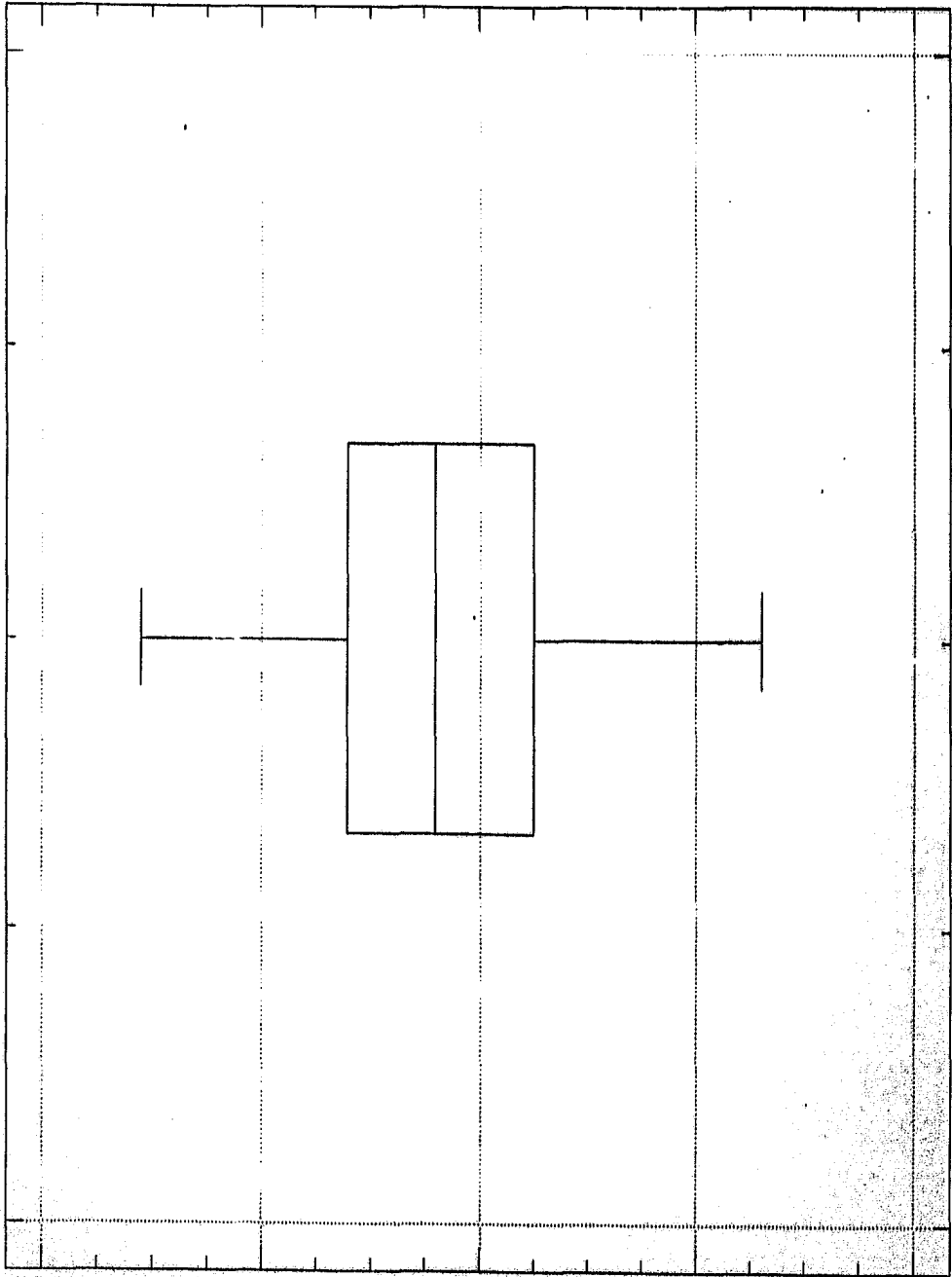
150

170

190

pesos

Box-and-Whisker Plot



110

130

150

170

190

pasos

13

APENDICE 2

TABLAS

Tabla 1

DISTRIBUCION NORMAL\*



| $z$    | $h$    | A†     | B      | C      | D      | E      |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.00   | 0.3989 | 0.0000 | 0.5000 | 0.0000 | 1.0000 | 0.5000 |
| 0.01   | 0.3989 | 0.0040 | 0.4960 | 0.0080 | 0.9920 | 0.5040 |
| 0.02   | 0.3989 | 0.0080 | 0.4920 | 0.0160 | 0.9840 | 0.5080 |
| 0.0251 | 0.3988 | 0.01   | 0.49   | 0.02   | 0.98   | 0.51   |
| 0.03   | 0.3988 | 0.0120 | 0.4880 | 0.0239 | 0.9761 | 0.5120 |
| 0.04   | 0.3986 | 0.0160 | 0.4840 | 0.0319 | 0.9681 | 0.5160 |
| 0.05   | 0.3984 | 0.0199 | 0.4801 | 0.0399 | 0.9601 | 0.5199 |
| 0.0502 | 0.3984 | 0.02   | 0.48   | 0.04   | 0.96   | 0.52   |
| 0.06   | 0.3982 | 0.0239 | 0.4761 | 0.0478 | 0.9522 | 0.5239 |
| 0.07   | 0.3980 | 0.0279 | 0.4721 | 0.0558 | 0.9442 | 0.5279 |
| 0.0753 | 0.3978 | 0.03   | 0.47   | 0.06   | 0.94   | 0.53   |
| 0.08   | 0.3977 | 0.0319 | 0.4681 | 0.0638 | 0.9362 | 0.5319 |
| 0.09   | 0.3973 | 0.0359 | 0.4641 | 0.0717 | 0.9283 | 0.5359 |
| 0.10   | 0.3970 | 0.0398 | 0.4602 | 0.0797 | 0.9203 | 0.5398 |
| 0.1004 | 0.3969 | 0.04   | 0.46   | 0.08   | 0.92   | 0.54   |
| 0.11   | 0.3965 | 0.0438 | 0.4562 | 0.0876 | 0.9124 | 0.5438 |
| 0.12   | 0.3961 | 0.0478 | 0.4522 | 0.0955 | 0.9045 | 0.5478 |
| 0.1257 | 0.3958 | 0.05   | 0.45   | 0.10   | 0.9    | 0.55   |
| 0.13   | 0.3956 | 0.0517 | 0.4483 | 0.1034 | 0.8966 | 0.5517 |
| 0.14   | 0.3951 | 0.0557 | 0.4443 | 0.1113 | 0.8887 | 0.5557 |
| 0.15   | 0.3945 | 0.0596 | 0.4404 | 0.1192 | 0.8808 | 0.5596 |
| 0.1510 | 0.3944 | 0.06   | 0.44   | 0.12   | 0.88   | 0.56   |
| 0.16   | 0.3939 | 0.0636 | 0.4364 | 0.1271 | 0.8729 | 0.5636 |
| 0.17   | 0.3932 | 0.0675 | 0.4325 | 0.1350 | 0.8650 | 0.5675 |
| 0.1764 | 0.3928 | 0.07   | 0.43   | 0.14   | 0.86   | 0.57   |
| 0.18   | 0.3925 | 0.0714 | 0.4286 | 0.1429 | 0.8571 | 0.5714 |
| 0.19   | 0.3918 | 0.0753 | 0.4247 | 0.1507 | 0.8493 | 0.5753 |
| 0.20   | 0.3910 | 0.0793 | 0.4207 | 0.1585 | 0.8415 | 0.5793 |
| 0.2019 | 0.3909 | 0.08   | 0.42   | 0.16   | 0.84   | 0.58   |
| 0.21   | 0.3902 | 0.0832 | 0.4168 | 0.1663 | 0.8337 | 0.5832 |
| 0.22   | 0.3894 | 0.0871 | 0.4129 | 0.1741 | 0.8259 | 0.5871 |
| 0.2275 | 0.3888 | 0.09   | 0.41   | 0.18   | 0.82   | 0.59   |
| 0.23   | 0.3885 | 0.0910 | 0.4090 | 0.1819 | 0.8181 | 0.5910 |
| 0.24   | 0.3876 | 0.0948 | 0.4052 | 0.1897 | 0.8103 | 0.5948 |
| 0.25   | 0.3867 | 0.0987 | 0.4013 | 0.1974 | 0.8026 | 0.5987 |
| 0.2533 | 0.3863 | 0.10   | 0.40   | 0.20   | 0.80   | 0.60   |
| 0.26   | 0.3857 | 0.1026 | 0.3974 | 0.2051 | 0.7949 | 0.6026 |
| 0.27   | 0.3847 | 0.1064 | 0.3936 | 0.2128 | 0.7872 | 0.6064 |
| 0.2793 | 0.3837 | 0.11   | 0.39   | 0.22   | 0.78   | 0.61   |
| 0.28   | 0.3836 | 0.1103 | 0.3897 | 0.2205 | 0.7795 | 0.6103 |
| 0.29   | 0.3825 | 0.1141 | 0.3859 | 0.2282 | 0.7718 | 0.6141 |
| 0.30   | 0.3814 | 0.1179 | 0.3821 | 0.2358 | 0.7642 | 0.6179 |
| 0.3055 | 0.3808 | 0.12   | 0.38   | 0.24   | 0.76   | 0.62   |
| 0.31   | 0.3802 | 0.1217 | 0.3783 | 0.2434 | 0.7566 | 0.6217 |
| 0.32   | 0.3790 | 0.1255 | 0.3745 | 0.2510 | 0.7490 | 0.6255 |

\* Tomado de National Bureau of Standards—Applied Mathematics Series—23, U.S. Govt. Printing Office, Washington, D.C., 1953.

† Las letras A-E se refieren a las áreas rayadas bajo las correspondientes curvas normales.

Tabla 1 (continuación)

DISTRIBUCION NORMAL

| <i>z</i> | <i>h</i> | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.33     | 0.3778   | 0.1293   | 0.3707   | 0.2586   | 0.7414   | 0.6293   |
| 0.3319   | 0.3776   | 0.13     | 0.37     | 0.26     | 0.74     | 0.63     |
| 0.34     | 0.3765   | 0.1331   | 0.3669   | 0.2661   | 0.7339   | 0.6331   |
| 0.35     | 0.3752   | 0.1368   | 0.3632   | 0.2737   | 0.7263   | 0.6368   |
| 0.3585   | 0.3741   | 0.14     | 0.36     | 0.28     | 0.72     | 0.64     |
| 0.36     | 0.3739   | 0.1406   | 0.3594   | 0.2812   | 0.7188   | 0.6406   |
| 0.37     | 0.3725   | 0.1443   | 0.3557   | 0.2886   | 0.7114   | 0.6443   |
| 0.38     | 0.3712   | 0.1480   | 0.3520   | 0.2961   | 0.7039   | 0.6480   |
| 0.3853   | 0.3704   | 0.15     | 0.35     | 0.30     | 0.70     | 0.65     |
| 0.39     | 0.3697   | 0.1517   | 0.3483   | 0.3035   | 0.6965   | 0.6517   |
| 0.40     | 0.3683   | 0.1554   | 0.3446   | 0.3108   | 0.6892   | 0.6554   |
| 0.41     | 0.3668   | 0.1591   | 0.3409   | 0.3182   | 0.6818   | 0.6591   |
| 0.4125   | 0.3664   | 0.16     | 0.34     | 0.32     | 0.68     | 0.66     |
| 0.42     | 0.3653   | 0.1628   | 0.3372   | 0.3255   | 0.6745   | 0.6628   |
| 0.43     | 0.3637   | 0.1664   | 0.3336   | 0.3328   | 0.6672   | 0.6664   |
| 0.4399   | 0.3622   | 0.17     | 0.33     | 0.34     | 0.66     | 0.67     |
| 0.44     | 0.3621   | 0.1700   | 0.3300   | 0.3401   | 0.6599   | 0.6700   |
| 0.45     | 0.3605   | 0.1736   | 0.3264   | 0.3473   | 0.6527   | 0.6736   |
| 0.46     | 0.3589   | 0.1772   | 0.3228   | 0.3545   | 0.6455   | 0.6772   |
| 0.4677   | 0.3576   | 0.18     | 0.32     | 0.36     | 0.64     | 0.68     |
| 0.47     | 0.3572   | 0.1808   | 0.3192   | 0.3616   | 0.6384   | 0.6808   |
| 0.48     | 0.3555   | 0.1844   | 0.3156   | 0.3688   | 0.6312   | 0.6844   |
| 0.49     | 0.3538   | 0.1879   | 0.3121   | 0.3759   | 0.6241   | 0.6879   |
| 0.4959   | 0.3528   | 0.19     | 0.31     | 0.38     | 0.62     | 0.69     |
| 0.50     | 0.3521   | 0.1915   | 0.3085   | 0.3829   | 0.6171   | 0.6915   |
| 0.51     | 0.3503   | 0.1950   | 0.3050   | 0.3899   | 0.6101   | 0.6950   |
| 0.52     | 0.3485   | 0.1985   | 0.3015   | 0.3969   | 0.6031   | 0.6985   |
| 0.5244   | 0.3477   | 0.2      | 0.3      | 0.40     | 0.6      | 0.70     |
| 0.53     | 0.3467   | 0.2019   | 0.2981   | 0.4039   | 0.5961   | 0.7019   |
| 0.54     | 0.3448   | 0.2054   | 0.2946   | 0.4108   | 0.5892   | 0.7054   |
| 0.55     | 0.3429   | 0.2088   | 0.2912   | 0.4177   | 0.5823   | 0.7088   |
| 0.5534   | 0.3423   | 0.21     | 0.29     | 0.42     | 0.58     | 0.71     |
| 0.56     | 0.3410   | 0.2123   | 0.2877   | 0.4245   | 0.5755   | 0.7123   |
| 0.57     | 0.3391   | 0.2157   | 0.2843   | 0.4313   | 0.5687   | 0.7157   |
| 0.58     | 0.3372   | 0.2190   | 0.2810   | 0.4381   | 0.5619   | 0.7190   |
| 0.5828   | 0.3366   | 0.22     | 0.28     | 0.44     | 0.56     | 0.72     |
| 0.59     | 0.3352   | 0.224    | 0.2776   | 0.4448   | 0.5552   | 0.7224   |
| 0.60     | 0.3332   | 0.2257   | 0.2743   | 0.4515   | 0.5485   | 0.7257   |
| 0.61     | 0.3312   | 0.2291   | 0.2709   | 0.4581   | 0.5419   | 0.7291   |
| 0.6128   | 0.3306   | 0.23     | 0.27     | 0.46     | 0.54     | 0.73     |
| 0.62     | 0.3292   | 0.2324   | 0.2676   | 0.4647   | 0.5353   | 0.7324   |
| 0.63     | 0.3271   | 0.2357   | 0.2643   | 0.4713   | 0.5287   | 0.7357   |
| 0.64     | 0.3251   | 0.2389   | 0.2611   | 0.4778   | 0.5222   | 0.7389   |
| 0.6433   | 0.3244   | 0.24     | 0.26     | 0.48     | 0.52     | 0.74     |
| 0.65     | 0.3230   | 0.2422   | 0.2578   | 0.4843   | 0.5157   | 0.7422   |
| 0.66     | 0.3204   | 0.2454   | 0.2546   | 0.4907   | 0.5093   | 0.7454   |
| 0.67     | 0.3187   | 0.2486   | 0.2514   | 0.4971   | 0.5029   | 0.7486   |
| 0.6745   | 0.3178   | 0.25     | 0.25     | 0.50     | 0.50     | 0.75     |
| 0.68     | 0.3166   | 0.2517   | 0.2483   | 0.5035   | 0.4965   | 0.7517   |
| 0.69     | 0.3144   | 0.2549   | 0.2451   | 0.5098   | 0.4902   | 0.7549   |
| 0.70     | 0.3123   | 0.2580   | 0.2420   | 0.5161   | 0.4839   | 0.7580   |
| 0.7063   | 0.3109   | 0.26     | 0.24     | 0.52     | 0.48     | 0.76     |
| 0.71     | 0.3101   | 0.2611   | 0.2389   | 0.5223   | 0.4777   | 0.7611   |
| 0.72     | 0.3079   | 0.2642   | 0.2358   | 0.5285   | 0.4715   | 0.7642   |
| 0.73     | 0.3056   | 0.2673   | 0.2327   | 0.5346   | 0.4654   | 0.7673   |
| 0.7388   | 0.3037   | 0.27     | 0.23     | 0.54     | 0.46     | 0.77     |
| 0.74     | 0.3034   | 0.2704   | 0.2296   | 0.5407   | 0.4593   | 0.7704   |
| 0.75     | 0.3011   | 0.2734   | 0.2266   | 0.5467   | 0.4533   | 0.7734   |
| 0.76     | 0.2989   | 0.2764   | 0.2236   | 0.5527   | 0.4473   | 0.7764   |
| 0.77     | 0.2966   | 0.2794   | 0.2206   | 0.5587   | 0.4413   | 0.7794   |

Tabla 1 (continuación)

DISTRIBUCION NORMAL

| <i>z</i> | <i>k</i> | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.7722   | 0.2961   | 0.29     | 0.22     | 0.56     | 0.44     | 0.78     |
| 0.78     | 0.2943   | 0.2823   | 0.2177   | 0.5646   | 0.4354   | 0.7823   |
| 0.79     | 0.2920   | 0.2852   | 0.2148   | 0.5705   | 0.4295   | 0.7852   |
| 0.80     | 0.2897   | 0.2881   | 0.2119   | 0.5763   | 0.4237   | 0.7881   |
| 0.8064   | 0.2882   | 0.29     | 0.21     | 0.58     | 0.42     | 0.79     |
| 0.81     | 0.2874   | 0.2910   | 0.2090   | 0.5821   | 0.4179   | 0.7910   |
| 0.82     | 0.2850   | 0.2939   | 0.2061   | 0.5878   | 0.4122   | 0.7939   |
| 0.83     | 0.2827   | 0.2967   | 0.2033   | 0.5935   | 0.4065   | 0.7967   |
| 0.84     | 0.2803   | 0.2995   | 0.2005   | 0.5991   | 0.4009   | 0.7995   |
| 0.8416   | 0.2800   | 0.30     | 0.20     | 0.60     | 0.40     | 0.80     |
| 0.85     | 0.2780   | 0.3023   | 0.1977   | 0.6047   | 0.3953   | 0.8023   |
| 0.86     | 0.2756   | 0.3051   | 0.1949   | 0.6102   | 0.3898   | 0.8051   |
| 0.87     | 0.2732   | 0.3078   | 0.1922   | 0.6157   | 0.3843   | 0.8078   |
| 0.8779   | 0.2714   | 0.31     | 0.19     | 0.62     | 0.38     | 0.81     |
| 0.88     | 0.2709   | 0.3106   | 0.1894   | 0.6211   | 0.3789   | 0.8106   |
| 0.89     | 0.2685   | 0.3133   | 0.1867   | 0.6265   | 0.3735   | 0.8133   |
| 0.90     | 0.2661   | 0.3159   | 0.1841   | 0.6319   | 0.3681   | 0.8159   |
| 0.91     | 0.2637   | 0.3186   | 0.1814   | 0.6372   | 0.3628   | 0.8186   |
| 0.9154   | 0.2624   | 0.32     | 0.18     | 0.64     | 0.36     | 0.82     |
| 0.92     | 0.2613   | 0.3212   | 0.1788   | 0.6424   | 0.3576   | 0.8212   |
| 0.93     | 0.2589   | 0.3238   | 0.1762   | 0.6476   | 0.3524   | 0.8238   |
| 0.94     | 0.2565   | 0.3264   | 0.1736   | 0.6528   | 0.3472   | 0.8264   |
| 0.95     | 0.2541   | 0.3289   | 0.1711   | 0.6579   | 0.3421   | 0.8289   |
| 0.9542   | 0.2531   | 0.33     | 0.17     | 0.66     | 0.34     | 0.83     |
| 0.96     | 0.2516   | 0.3315   | 0.1685   | 0.6629   | 0.3371   | 0.8315   |
| 0.97     | 0.2492   | 0.3340   | 0.1660   | 0.6680   | 0.3320   | 0.8340   |
| 0.98     | 0.2468   | 0.3365   | 0.1635   | 0.6729   | 0.3271   | 0.8365   |
| 0.99     | 0.2444   | 0.3389   | 0.1611   | 0.6778   | 0.3222   | 0.8389   |
| 0.9945   | 0.2433   | 0.34     | 0.16     | 0.68     | 0.32     | 0.84     |
| 1.00     | 0.2420   | 0.3413   | 0.1587   | 0.6827   | 0.3173   | 0.8413   |
| 1.01     | 0.2396   | 0.3438   | 0.1562   | 0.6875   | 0.3125   | 0.8438   |
| 1.02     | 0.2371   | 0.3461   | 0.1539   | 0.6923   | 0.3077   | 0.8461   |
| 1.03     | 0.2347   | 0.3485   | 0.1515   | 0.6970   | 0.3030   | 0.8485   |
| 1.036    | 0.2332   | 0.35     | 0.15     | 0.70     | 0.3      | 0.85     |
| 1.04     | 0.2323   | 0.3508   | 0.1492   | 0.7017   | 0.2983   | 0.8508   |
| 1.05     | 0.2299   | 0.3531   | 0.1469   | 0.7063   | 0.2937   | 0.8531   |
| 1.06     | 0.2275   | 0.3554   | 0.1446   | 0.7109   | 0.2891   | 0.8554   |
| 1.07     | 0.2251   | 0.3577   | 0.1423   | 0.7154   | 0.2846   | 0.8577   |
| 1.08     | 0.2227   | 0.3599   | 0.1401   | 0.7199   | 0.2801   | 0.8599   |
| 1.080    | 0.2226   | 0.36     | 0.14     | 0.72     | 0.28     | 0.86     |
| 1.09     | 0.2203   | 0.3621   | 0.1379   | 0.7243   | 0.2757   | 0.8621   |
| 1.10     | 0.2179   | 0.3643   | 0.1357   | 0.7287   | 0.2713   | 0.8643   |
| 1.11     | 0.2155   | 0.3665   | 0.1335   | 0.7330   | 0.2670   | 0.8665   |
| 1.12     | 0.2131   | 0.3686   | 0.1314   | 0.7373   | 0.2627   | 0.8686   |
| 1.1264   | 0.2115   | 0.37     | 0.13     | 0.74     | 0.26     | 0.87     |
| 1.13     | 0.2107   | 0.3708   | 0.1292   | 0.7415   | 0.2585   | 0.8708   |
| 1.14     | 0.2083   | 0.3729   | 0.1271   | 0.7457   | 0.2543   | 0.8729   |
| 1.15     | 0.2059   | 0.3749   | 0.1251   | 0.7499   | 0.2501   | 0.8749   |
| 1.16     | 0.2036   | 0.3770   | 0.1230   | 0.7540   | 0.2460   | 0.8770   |
| 1.17     | 0.2012   | 0.3790   | 0.1210   | 0.7580   | 0.2420   | 0.8790   |
| 1.175    | 0.2000   | 0.38     | 0.12     | 0.76     | 0.24     | 0.88     |
| 1.18     | 0.1989   | 0.3810   | 0.1190   | 0.7620   | 0.2380   | 0.8810   |
| 1.19     | 0.1965   | 0.3830   | 0.1170   | 0.7660   | 0.2340   | 0.8830   |
| 1.20     | 0.1942   | 0.3849   | 0.1151   | 0.7699   | 0.2301   | 0.8849   |
| 1.21     | 0.1919   | 0.3869   | 0.1131   | 0.7737   | 0.2263   | 0.8869   |
| 1.22     | 0.1895   | 0.3888   | 0.1112   | 0.7775   | 0.2225   | 0.8888   |
| 1.227    | 0.1880   | 0.39     | 0.11     | 0.78     | 0.22     | 0.89     |
| 1.23     | 0.1872   | 0.3907   | 0.1093   | 0.7813   | 0.2187   | 0.8907   |
| 1.24     | 0.1849   | 0.3925   | 0.1075   | 0.7850   | 0.2150   | 0.8925   |
| 1.25     | 0.1826   | 0.3944   | 0.1056   | 0.7887   | 0.2113   | 0.8944   |

Tabla 1 (continuación)

DISTRIBUCION NORMAL

| <i>t</i> | <i>b</i> | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1.26     | 0.1004   | 0.3962   | 0.1038   | 0.7923   | 0.2877   | 0.8962   |
| 1.27     | 0.1781   | 0.3960   | 0.1020   | 0.7959   | 0.2041   | 0.8980   |
| 1.28     | 0.1758   | 0.3997   | 0.1003   | 0.7995   | 0.2803   | 0.8997   |
| 1.282    | 0.1755   | 0.40     | 0.10     | 0.80     | 0.20     | 0.90     |
| 1.29     | 0.1736   | 0.4015   | 0.0985   | 0.8029   | 0.1971   | 0.9015   |
| 1.30     | 0.1714   | 0.4032   | 0.0968   | 0.8064   | 0.1936   | 0.9032   |
| 1.31     | 0.1691   | 0.4049   | 0.0951   | 0.8098   | 0.1902   | 0.9049   |
| 1.32     | 0.1669   | 0.4066   | 0.0934   | 0.8132   | 0.1868   | 0.9066   |
| 1.33     | 0.1647   | 0.4082   | 0.0918   | 0.8165   | 0.1835   | 0.9082   |
| 1.34     | 0.1626   | 0.4099   | 0.0901   | 0.8198   | 0.1802   | 0.9099   |
| 1.341    | 0.1624   | 0.41     | 0.09     | 0.82     | 0.18     | 0.91     |
| 1.35     | 0.1604   | 0.4115   | 0.0885   | 0.8230   | 0.1770   | 0.9115   |
| 1.36     | 0.1582   | 0.4131   | 0.0869   | 0.8262   | 0.1738   | 0.9131   |
| 1.37     | 0.1561   | 0.4147   | 0.0853   | 0.8293   | 0.1707   | 0.9147   |
| 1.38     | 0.1539   | 0.4162   | 0.0838   | 0.8324   | 0.1676   | 0.9162   |
| 1.39     | 0.1518   | 0.4177   | 0.0823   | 0.8355   | 0.1645   | 0.9177   |
| 1.40     | 0.1497   | 0.4192   | 0.0808   | 0.8385   | 0.1615   | 0.9192   |
| 1.405    | 0.1487   | 0.42     | 0.08     | 0.84     | 0.16     | 0.92     |
| 1.41     | 0.1476   | 0.4207   | 0.0793   | 0.8415   | 0.1585   | 0.9207   |
| 1.42     | 0.1456   | 0.4222   | 0.0778   | 0.8444   | 0.1556   | 0.9222   |
| 1.43     | 0.1435   | 0.4236   | 0.0764   | 0.8473   | 0.1527   | 0.9236   |
| 1.44     | 0.1415   | 0.4251   | 0.0749   | 0.8501   | 0.1499   | 0.9251   |
| 1.45     | 0.1394   | 0.4265   | 0.0735   | 0.8529   | 0.1471   | 0.9265   |
| 1.46     | 0.1374   | 0.4279   | 0.0721   | 0.8557   | 0.1443   | 0.9279   |
| 1.47     | 0.1354   | 0.4292   | 0.0708   | 0.8584   | 0.1416   | 0.9292   |
| 1.476    | 0.1343   | 0.43     | 0.07     | 0.86     | 0.14     | 0.93     |
| 1.48     | 0.1334   | 0.4306   | 0.0694   | 0.8611   | 0.1389   | 0.9306   |
| 1.49     | 0.1315   | 0.4319   | 0.0681   | 0.8638   | 0.1362   | 0.9319   |
| 1.50     | 0.1295   | 0.4332   | 0.0668   | 0.8664   | 0.1336   | 0.9332   |
| 1.51     | 0.1276   | 0.4345   | 0.0655   | 0.8690   | 0.1310   | 0.9345   |
| 1.52     | 0.1257   | 0.4357   | 0.0643   | 0.8715   | 0.1285   | 0.9357   |
| 1.53     | 0.1238   | 0.4370   | 0.0630   | 0.8740   | 0.1260   | 0.9370   |
| 1.54     | 0.1219   | 0.4382   | 0.0618   | 0.8764   | 0.1236   | 0.9382   |
| 1.55     | 0.1200   | 0.4394   | 0.0606   | 0.8789   | 0.1211   | 0.9394   |
| 1.555    | 0.1191   | 0.44     | 0.06     | 0.88     | 0.12     | 0.94     |
| 1.56     | 0.1182   | 0.4406   | 0.0594   | 0.8812   | 0.1188   | 0.9406   |
| 1.57     | 0.1163   | 0.4418   | 0.0582   | 0.8836   | 0.1164   | 0.9418   |
| 1.58     | 0.1145   | 0.4429   | 0.0571   | 0.8859   | 0.1141   | 0.9429   |
| 1.59     | 0.1127   | 0.4441   | 0.0559   | 0.8882   | 0.1118   | 0.9441   |
| 1.60     | 0.1109   | 0.4452   | 0.0548   | 0.8904   | 0.1096   | 0.9452   |
| 1.61     | 0.1092   | 0.4463   | 0.0537   | 0.8926   | 0.1074   | 0.9463   |
| 1.62     | 0.1074   | 0.4474   | 0.0526   | 0.8948   | 0.1052   | 0.9474   |
| 1.63     | 0.1057   | 0.4484   | 0.0516   | 0.8969   | 0.1031   | 0.9484   |
| 1.64     | 0.1040   | 0.4495   | 0.0505   | 0.8990   | 0.1010   | 0.9495   |
| 1.645    | 0.1031   | 0.45     | 0.05     | 0.90     | 0.10     | 0.95     |
| 1.65     | 0.1023   | 0.4505   | 0.0495   | 0.9011   | 0.0989   | 0.9505   |
| 1.66     | 0.1006   | 0.4515   | 0.0485   | 0.9031   | 0.0969   | 0.9515   |
| 1.67     | 0.0989   | 0.4525   | 0.0475   | 0.9051   | 0.0949   | 0.9525   |
| 1.68     | 0.0973   | 0.4535   | 0.0465   | 0.9070   | 0.0930   | 0.9535   |
| 1.69     | 0.0957   | 0.4545   | 0.0455   | 0.9090   | 0.0910   | 0.9545   |
| 1.70     | 0.0940   | 0.4554   | 0.0446   | 0.9109   | 0.0891   | 0.9554   |
| 1.71     | 0.0925   | 0.4564   | 0.0436   | 0.9127   | 0.0873   | 0.9564   |
| 1.72     | 0.0909   | 0.4573   | 0.0427   | 0.9146   | 0.0854   | 0.9573   |
| 1.73     | 0.0893   | 0.4582   | 0.0418   | 0.9164   | 0.0836   | 0.9582   |
| 1.74     | 0.0878   | 0.4591   | 0.0409   | 0.9181   | 0.0819   | 0.9591   |
| 1.75     | 0.0863   | 0.4599   | 0.0401   | 0.9199   | 0.0801   | 0.9599   |
| 1.751    | 0.0862   | 0.46     | 0.04     | 0.92     | 0.08     | 0.96     |
| 1.76     | 0.0848   | 0.4608   | 0.0392   | 0.9216   | 0.0784   | 0.9608   |
| 1.77     | 0.0833   | 0.4616   | 0.0384   | 0.9233   | 0.0767   | 0.9616   |
| 1.78     | 0.0818   | 0.4625   | 0.0375   | 0.9249   | 0.0751   | 0.9625   |

Tabla 1 (continuación)

DISTRIBUCION NORMAL

| <i>z</i> | <i>h</i> | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1.79     | 0.0804   | 0.4633   | 0.0367   | 0.9266   | 0.0734   | 0.9633   |
| 1.80     | 0.0790   | 0.4641   | 0.0359   | 0.9281   | 0.0719   | 0.9641   |
| 1.81     | 0.0775   | 0.4649   | 0.0352   | 0.9297   | 0.0703   | 0.9649   |
| 1.82     | 0.0761   | 0.4656   | 0.0344   | 0.9312   | 0.0688   | 0.9656   |
| 1.83     | 0.0748   | 0.4664   | 0.0336   | 0.9328   | 0.0672   | 0.9664   |
| 1.84     | 0.0734   | 0.4671   | 0.0329   | 0.9342   | 0.0658   | 0.9671   |
| 1.85     | 0.0721   | 0.4678   | 0.0322   | 0.9357   | 0.0643   | 0.9678   |
| 1.86     | 0.0707   | 0.4686   | 0.0314   | 0.9371   | 0.0629   | 0.9686   |
| 1.87     | 0.0694   | 0.4693   | 0.0307   | 0.9385   | 0.0615   | 0.9693   |
| 1.88     | 0.0681   | 0.4699   | 0.0301   | 0.9399   | 0.0601   | 0.9699   |
| 1.881    | 0.0680   | 0.47     | 0.03     | 0.94     | 0.06     | 0.97     |
| 1.89     | 0.0669   | 0.4706   | 0.0294   | 0.9412   | 0.0588   | 0.9706   |
| 1.90     | 0.0656   | 0.4713   | 0.0287   | 0.9426   | 0.0574   | 0.9713   |
| 1.91     | 0.0644   | 0.4719   | 0.0281   | 0.9439   | 0.0561   | 0.9719   |
| 1.92     | 0.0632   | 0.4726   | 0.0274   | 0.9451   | 0.0549   | 0.9726   |
| 1.93     | 0.0620   | 0.4732   | 0.0268   | 0.9464   | 0.0536   | 0.9732   |
| 1.94     | 0.0608   | 0.4738   | 0.0262   | 0.9476   | 0.0524   | 0.9738   |
| 1.95     | 0.0596   | 0.4744   | 0.0256   | 0.9488   | 0.0512   | 0.9744   |
| 1.960    | 0.0585   | 0.475    | 0.025    | 0.95     | 0.05     | 0.975    |
| 1.97     | 0.0573   | 0.4756   | 0.0244   | 0.9512   | 0.0488   | 0.9756   |
| 1.98     | 0.0562   | 0.4761   | 0.0239   | 0.9523   | 0.0477   | 0.9761   |
| 1.99     | 0.0551   | 0.4767   | 0.0233   | 0.9534   | 0.0466   | 0.9767   |
| 2.00     | 0.0540   | 0.4772   | 0.0228   | 0.9545   | 0.0455   | 0.9772   |
| 2.01     | 0.0529   | 0.4778   | 0.0222   | 0.9556   | 0.0444   | 0.9778   |
| 2.02     | 0.0519   | 0.4783   | 0.0217   | 0.9566   | 0.0434   | 0.9783   |
| 2.03     | 0.0508   | 0.4788   | 0.0212   | 0.9576   | 0.0424   | 0.9788   |
| 2.04     | 0.0498   | 0.4793   | 0.0207   | 0.9586   | 0.0414   | 0.9793   |
| 2.05     | 0.0488   | 0.4798   | 0.0202   | 0.9596   | 0.0404   | 0.9798   |
| 2.054    | 0.0484   | 0.48     | 0.02     | 0.96     | 0.04     | 0.98     |
| 2.06     | 0.0478   | 0.4803   | 0.0197   | 0.9606   | 0.0394   | 0.9803   |
| 2.07     | 0.0468   | 0.4808   | 0.0192   | 0.9615   | 0.0385   | 0.9808   |
| 2.08     | 0.0459   | 0.4812   | 0.0188   | 0.9625   | 0.0375   | 0.9812   |
| 2.09     | 0.0449   | 0.4817   | 0.0183   | 0.9634   | 0.0366   | 0.9817   |
| 2.10     | 0.0440   | 0.4821   | 0.0179   | 0.9643   | 0.0357   | 0.9821   |
| 2.11     | 0.0431   | 0.4826   | 0.0174   | 0.9651   | 0.0349   | 0.9826   |
| 2.12     | 0.0422   | 0.4830   | 0.0170   | 0.9660   | 0.0340   | 0.9830   |
| 2.13     | 0.0413   | 0.4834   | 0.0166   | 0.9668   | 0.0332   | 0.9834   |
| 2.14     | 0.0404   | 0.4838   | 0.0162   | 0.9676   | 0.0324   | 0.9838   |
| 2.15     | 0.0396   | 0.4842   | 0.0158   | 0.9684   | 0.0316   | 0.9842   |
| 2.16     | 0.0387   | 0.4846   | 0.0154   | 0.9692   | 0.0308   | 0.9846   |
| 2.17     | 0.0379   | 0.4850   | 0.0150   | 0.9700   | 0.0300   | 0.9850   |
| 2.18     | 0.0371   | 0.4854   | 0.0146   | 0.9707   | 0.0293   | 0.9854   |
| 2.19     | 0.0363   | 0.4857   | 0.0143   | 0.9715   | 0.0285   | 0.9857   |
| 2.20     | 0.0355   | 0.4861   | 0.0139   | 0.9722   | 0.0278   | 0.9861   |
| 2.21     | 0.0347   | 0.4864   | 0.0136   | 0.9729   | 0.0271   | 0.9864   |
| 2.22     | 0.0339   | 0.4868   | 0.0132   | 0.9736   | 0.0264   | 0.9868   |
| 2.23     | 0.0332   | 0.4871   | 0.0129   | 0.9743   | 0.0257   | 0.9871   |
| 2.24     | 0.0325   | 0.4875   | 0.0125   | 0.9749   | 0.0251   | 0.9875   |
| 2.25     | 0.0317   | 0.4878   | 0.0122   | 0.9756   | 0.0244   | 0.9878   |
| 2.26     | 0.0310   | 0.4881   | 0.0119   | 0.9762   | 0.0238   | 0.9881   |
| 2.27     | 0.0303   | 0.4884   | 0.0116   | 0.9768   | 0.0232   | 0.9884   |
| 2.28     | 0.0297   | 0.4887   | 0.0113   | 0.9774   | 0.0226   | 0.9887   |
| 2.29     | 0.0290   | 0.4890   | 0.0110   | 0.9780   | 0.0220   | 0.9890   |
| 2.30     | 0.0283   | 0.4893   | 0.0107   | 0.9786   | 0.0214   | 0.9893   |
| 2.31     | 0.0277   | 0.4896   | 0.0104   | 0.9791   | 0.0209   | 0.9896   |
| 2.32     | 0.0270   | 0.4898   | 0.0102   | 0.9797   | 0.0203   | 0.9898   |
| 2.326    | 0.0267   | 0.49     | 0.01     | 0.98     | 0.02     | 0.99     |
| 2.33     | 0.0264   | 0.4901   | 0.0099   | 0.9802   | 0.0198   | 0.9901   |
| 2.34     | 0.0258   | 0.4904   | 0.0096   | 0.9807   | 0.0193   | 0.9904   |
| 2.35     | 0.0252   | 0.4906   | 0.0094   | 0.9812   | 0.0188   | 0.9906   |

Tabla 1 (continuación)

DISTRIBUCION NORMAL

| <i>z</i> | <i>h</i> | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 2.36     | 0.0246   | 0.4909   | 0.0091   | 0.9817   | 0.0183   | 0.9909   |
| 2.37     | 0.0241   | 0.4911   | 0.0089   | 0.9822   | 0.0178   | 0.9911   |
| 2.38     | 0.0235   | 0.4913   | 0.0087   | 0.9827   | 0.0173   | 0.9913   |
| 2.39     | 0.0229   | 0.4916   | 0.0084   | 0.9832   | 0.0168   | 0.9916   |
| 2.40     | 0.0224   | 0.4918   | 0.0082   | 0.9836   | 0.0164   | 0.9918   |
| 2.41     | 0.0219   | 0.4920   | 0.0080   | 0.9840   | 0.0160   | 0.9920   |
| 2.42     | 0.0213   | 0.4922   | 0.0078   | 0.9845   | 0.0155   | 0.9922   |
| 2.43     | 0.0208   | 0.4925   | 0.0075   | 0.9849   | 0.0151   | 0.9925   |
| 2.44     | 0.0203   | 0.4927   | 0.0073   | 0.9853   | 0.0147   | 0.9927   |
| 2.45     | 0.0198   | 0.4929   | 0.0071   | 0.9857   | 0.0143   | 0.9929   |
| 2.46     | 0.0194   | 0.4931   | 0.0069   | 0.9861   | 0.0139   | 0.9931   |
| 2.47     | 0.0189   | 0.4932   | 0.0068   | 0.9865   | 0.0135   | 0.9932   |
| 2.48     | 0.0184   | 0.4934   | 0.0066   | 0.9869   | 0.0131   | 0.9934   |
| 2.49     | 0.0180   | 0.4936   | 0.0064   | 0.9872   | 0.0128   | 0.9936   |
| 2.50     | 0.0175   | 0.4938   | 0.0062   | 0.9876   | 0.0124   | 0.9938   |
| 2.51     | 0.0171   | 0.4940   | 0.0060   | 0.9879   | 0.0121   | 0.9940   |
| 2.52     | 0.0167   | 0.4941   | 0.0059   | 0.9883   | 0.0117   | 0.9941   |
| 2.53     | 0.0163   | 0.4943   | 0.0057   | 0.9886   | 0.0114   | 0.9943   |
| 2.54     | 0.0158   | 0.4945   | 0.0055   | 0.9889   | 0.0111   | 0.9945   |
| 2.55     | 0.0154   | 0.4946   | 0.0054   | 0.9892   | 0.0108   | 0.9946   |
| 2.56     | 0.0151   | 0.4948   | 0.0052   | 0.9895   | 0.0105   | 0.9948   |
| 2.57     | 0.0147   | 0.4949   | 0.0051   | 0.9898   | 0.0102   | 0.9949   |
| 2.576    | 0.0145   | 0.495    | 0.005    | 0.99     | 0.01     | 0.995    |
| 2.58     | 0.0143   | 0.4951   | 0.0049   | 0.9901   | 0.0099   | 0.9951   |
| 2.59     | 0.0139   | 0.4952   | 0.0048   | 0.9904   | 0.0096   | 0.9952   |
| 2.60     | 0.0136   | 0.4953   | 0.0047   | 0.9907   | 0.0093   | 0.9953   |
| 2.61     | 0.0132   | 0.4955   | 0.0045   | 0.9909   | 0.0091   | 0.9955   |
| 2.62     | 0.0129   | 0.4956   | 0.0044   | 0.9912   | 0.0088   | 0.9956   |
| 2.63     | 0.0126   | 0.4957   | 0.0043   | 0.9915   | 0.0085   | 0.9957   |
| 2.64     | 0.0122   | 0.4959   | 0.0041   | 0.9917   | 0.0083   | 0.9959   |
| 2.65     | 0.0119   | 0.4960   | 0.0040   | 0.9920   | 0.0080   | 0.9960   |
| 2.70     | 0.0104   | 0.4965   | 0.0035   | 0.9931   | 0.0069   | 0.9965   |
| 2.75     | 0.0091   | 0.4970   | 0.0030   | 0.9940   | 0.0060   | 0.9970   |
| 2.80     | 0.0079   | 0.4974   | 0.0026   | 0.9949   | 0.0051   | 0.9974   |
| 2.85     | 0.0069   | 0.4978   | 0.0022   | 0.9956   | 0.0044   | 0.9978   |
| 2.90     | 0.0060   | 0.4981   | 0.0019   | 0.9963   | 0.0037   | 0.9981   |
| 2.95     | 0.0051   | 0.4984   | 0.0016   | 0.9968   | 0.0032   | 0.9984   |
| 3.00     | 0.0044   | 0.4987   | 0.0013   | 0.9973   | 0.0027   | 0.9987   |
| 3.05     | 0.0038   | 0.4989   | 0.0011   | 0.9977   | 0.0023   | 0.9989   |
| 3.090    | 0.0034   | 0.499    | 0.001    | 0.998    | 0.002    | 0.999    |
| 3.10     | 0.0033   | 0.4990   | 0.0010   | 0.9981   | 0.0019   | 0.9990   |
| 3.15     | 0.0028   | 0.4992   | 0.0008   | 0.9984   | 0.0016   | 0.9992   |
| 3.20     | 0.0024   | 0.4993   | 0.0007   | 0.9986   | 0.0014   | 0.9993   |
| 3.25     | 0.0020   | 0.4994   | 0.0006   | 0.9988   | 0.0012   | 0.9994   |
| 3.291    | 0.0018   | 0.4995   | 0.0005   | 0.999    | 0.001    | 0.9995   |
| 3.30     | 0.0017   | 0.4995   | 0.0005   | 0.9990   | 0.0010   | 0.9995   |
| 3.35     | 0.0015   | 0.4996   | 0.0004   | 0.9992   | 0.0008   | 0.9996   |
| 3.40     | 0.0012   | 0.4997   | 0.0003   | 0.9993   | 0.0007   | 0.9997   |
| 3.45     | 0.0010   | 0.4997   | 0.0003   | 0.9994   | 0.0006   | 0.9997   |
| 3.50     | 0.0009   | 0.4998   | 0.0002   | 0.9995   | 0.0005   | 0.9998   |
| 3.55     | 0.0007   | 0.4998   | 0.0002   | 0.9996   | 0.0004   | 0.9998   |
| 3.60     | 0.0006   | 0.4998   | 0.0002   | 0.9997   | 0.0003   | 0.9998   |
| 3.65     | 0.0005   | 0.4999   | 0.0001   | 0.9997   | 0.0003   | 0.9999   |
| 3.70     | 0.0004   | 0.4999   | 0.0001   | 0.9998   | 0.0002   | 0.9999   |
| 3.75     | 0.0004   | 0.4999   | 0.0001   | 0.9998   | 0.0002   | 0.9999   |
| 3.80     | 0.0003   | 0.4999   | 0.0001   | 0.9999   | 0.0001   | 0.9999   |

TABLA 2

DISTRIBUCION DE  $A^2$ , CASO 0 ( $\mu$  y  $\sigma$  conocidas)

| $\alpha$     | Nivel de significancia |       |       |       |       |       |       |       |
|--------------|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|              | 0.25                   | 0.15  | 0.10  | 0.05  | 0.025 | 0.01  | 0.005 | 0.001 |
| cola derecha | 1.248                  | 1.610 | 1.933 | 2.492 | 3.070 | 3.857 | 4.500 | 6.000 |

TABLA 3

DISTRIBUCION DE  $A^2$ , CASO 0: EN ESTA TABLA  $1-A = P(A^2 < a)$ .

| a     | 1- $\alpha$ | a     | 1- $\alpha$ | a     | 1- $\alpha$ |
|-------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|
| 0.025 | 0.0000      | 1.200 | 0.7324      | 3.050 | 0.9742      |
| 0.050 | 0.0000      | 1.250 | 0.7503      | 3.100 | 0.9756      |
| 0.075 | 0.0000      | 1.300 | 0.7677      | 3.150 | 0.9770      |
| 0.100 | 0.0000      | 1.350 | 0.7833      | 3.200 | 0.9783      |
| 0.125 | 0.0003      | 1.400 | 0.7973      | 3.250 | 0.9795      |
| 0.150 | 0.0014      | 1.450 | 0.8111      | 3.300 | 0.9807      |
| 0.175 | 0.0042      | 1.500 | 0.8235      | 3.350 | 0.9818      |
| 0.200 | 0.0096      | 1.550 | 0.8350      | 3.400 | 0.9828      |
| 0.225 | 0.0180      | 1.600 | 0.8457      | 3.450 | 0.9837      |
| 0.250 | 0.0296      | 1.650 | 0.8556      | 3.500 | 0.9846      |
| 0.275 | 0.0443      | 1.700 | 0.8648      | 3.550 | 0.9855      |
| 0.300 | 0.0618      | 1.750 | 0.8734      | 3.600 | 0.9863      |
| 0.325 | 0.0817      | 1.800 | 0.8814      | 3.650 | 0.9870      |
| 0.350 | 0.1036      | 1.850 | 0.8888      | 3.700 | 0.9878      |
| 0.375 | 0.1269      | 1.900 | 0.8957      | 3.750 | 0.9884      |
| 0.400 | 0.1513      | 1.950 | 0.9021      | 3.800 | 0.9891      |
| 0.425 | 0.1764      | 2.000 | 0.9082      | 3.850 | 0.9897      |
| 0.450 | 0.2019      | 2.050 | 0.9138      | 3.900 | 0.9902      |
| 0.475 | 0.2276      | 2.100 | 0.9190      | 3.950 | 0.9908      |
| 0.500 | 0.2532      | 2.150 | 0.9239      | 4.000 | 0.9913      |
| 0.525 | 0.2786      | 2.200 | 0.9285      | 4.050 | 0.9917      |
| 0.550 | 0.3036      | 2.250 | 0.9328      | 4.100 | 0.9922      |
| 0.575 | 0.3281      | 2.300 | 0.9368      | 4.150 | 0.9926      |
| 0.600 | 0.3520      | 2.350 | 0.9405      | 4.200 | 0.9930      |
| 0.625 | 0.3753      | 2.400 | 0.9441      | 4.250 | 0.9934      |
| 0.650 | 0.3930      | 2.450 | 0.9474      | 4.300 | 0.9938      |
| 0.675 | 0.4199      | 2.500 | 0.9504      | 4.350 | 0.9941      |
| 0.700 | 0.4412      | 2.550 | 0.9534      | 4.400 | 0.9944      |
| 0.750 | 0.4815      | 2.600 | 0.9561      | 4.500 | 0.9950      |
| 0.800 | 0.5190      | 2.650 | 0.9586      | 4.600 | 0.9955      |
| 0.850 | 0.5537      | 2.700 | 0.9610      | 4.700 | 0.9960      |
| 0.900 | 0.5858      | 2.750 | 0.9633      | 4.800 | 0.9964      |
| 0.950 | 0.6154      | 2.800 | 0.9654      | 4.900 | 0.9968      |
| 1.000 | 0.6427      | 2.850 | 0.9674      | 5.000 | 0.9971      |
| 1.050 | 0.6680      | 2.900 | 0.9692      | 6.000 | 0.9990      |
| 1.100 | 0.6912      | 2.950 | 0.9710      | 7.000 | 0.9997      |
| 1.150 | 0.7127      | 3.000 | 0.9726      | 8.000 | 0.9999      |

TABLA 4

DISTRIBUCION  $A^2$  : CASO 1 ( $\sigma$  conocida y  $\mu$  desconocida)  
 Y CASO 2 ( $\mu$  conocida y  $\sigma$  desconocida)

| Caso | Nivel de significancia $\alpha$ |       |       |       |       |       |       |        |
|------|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
|      | 0.25                            | 0.15  | 0.10  | 0.05  | 0.025 | 0.01  | 0.005 | 0.0025 |
| 1    | 0.644                           | 0.782 | 0.894 | 1.087 | 1.285 | 1.551 | 1.756 | 1.964  |
| 2    | 1.072                           | 1.430 | 1.743 | 2.308 | 2.898 | 3.702 | 4.324 | 4.954  |

TABLA 5

DISTRIBUCION  $A^2$  : CASO 3 ( $\mu$  y  $\sigma$  desconocidas)

|                          | Nivel de significancia $\alpha$ |       |       |       |       |       |       |       |  |
|--------------------------|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
|                          | 0.50                            | 0.25  | 0.15  | 0.10  | 0.05  | 0.025 | 0.01  | 0.005 |  |
| $A^2(1+0.75/n+2.25/n^2)$ | 0.341                           | 0.470 | 0.561 | 0.631 | 0.752 | 0.873 | 1.035 | 1.159 |  |

Tabla 6

PERCENTILES DE LA DISTRIBUCION  $\chi^2$ -CUADRADO\*

| $\epsilon^2$ | $\chi^2_{0.0005}$ | $\chi^2_{0.005}$ | $\chi^2_{0.01}$ | $\chi^2_{0.025}$ | $\chi^2_{0.05}$ | $\chi^2_{0.10}$ | $\chi^2_{0.20}$ | $\chi^2_{0.30}$ | $\chi^2_{0.40}$ |
|--------------|-------------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1            | 0.00000393        | 0.000393         | 0.00157         | 0.000982         | 0.00393         | 0.0158          | 0.0642          | 0.148           | 0.275           |
| 2            | 0.00100           | 0.0100           | 0.0201          | 0.0506           | 0.105           | 0.211           | 0.446           | 0.713           | 1.022           |
| 3            | 0.0153            | 0.0717           | 0.115           | 0.216            | 0.352           | 0.584           | 1.005           | 1.424           | 1.869           |
| 4            | 0.0639            | 0.207            | 0.297           | 0.484            | 0.711           | 1.004           | 1.649           | 2.195           | 2.753           |
| 5            | 0.158             | 0.412            | 0.554           | 0.831            | 1.145           | 1.610           | 2.343           | 3.000           | 3.655           |
| 6            | 0.299             | 0.676            | 0.872           | 1.237            | 1.635           | 2.204           | 3.070           | 3.828           | 4.570           |
| 7            | 0.485             | 0.989            | 1.239           | 1.690            | 2.167           | 2.833           | 3.822           | 4.671           | 5.493           |
| 8            | 0.710             | 1.344            | 1.646           | 2.180            | 2.733           | 3.490           | 4.594           | 5.527           | 6.423           |
| 9            | 0.972             | 1.735            | 2.088           | 2.700            | 3.325           | 4.168           | 5.380           | 6.393           | 7.357           |
| 10           | 1.265             | 2.156            | 2.558           | 3.247            | 3.940           | 4.865           | 6.179           | 7.267           | 8.295           |
| 11           | 1.587             | 2.603            | 3.053           | 3.816            | 4.575           | 5.578           | 6.989           | 8.148           | 9.237           |
| 12           | 1.934             | 3.074            | 3.571           | 4.404            | 5.226           | 6.304           | 7.807           | 9.034           | 10.182          |
| 13           | 2.305             | 3.565            | 4.107           | 5.009            | 5.892           | 7.042           | 8.634           | 9.926           | 11.129          |
| 14           | 2.697             | 4.075            | 4.660           | 5.629            | 6.571           | 7.790           | 9.467           | 10.821          | 12.079          |
| 15           | 3.108             | 4.601            | 5.229           | 6.262            | 7.261           | 8.547           | 10.307          | 11.721          | 13.030          |
| 16           | 3.536             | 5.142            | 5.812           | 6.908            | 7.962           | 9.312           | 11.152          | 12.624          | 13.983          |
| 17           | 3.980             | 5.697            | 6.408           | 7.564            | 8.672           | 10.085          | 12.002          | 13.531          | 14.937          |
| 18           | 4.439             | 6.265            | 7.015           | 8.231            | 9.390           | 10.865          | 12.857          | 14.440          | 15.893          |
| 19           | 4.912             | 6.844            | 7.633           | 8.907            | 10.117          | 11.651          | 13.716          | 15.352          | 16.850          |
| 20           | 5.398             | 7.434            | 8.260           | 9.591            | 10.851          | 12.443          | 14.578          | 16.266          | 17.809          |
| 21           | 5.896             | 8.034            | 8.897           | 10.283           | 11.591          | 13.240          | 15.445          | 17.182          | 18.768          |
| 22           | 6.405             | 8.643            | 9.542           | 10.982           | 12.338          | 14.041          | 16.314          | 18.101          | 19.729          |
| 23           | 6.924             | 9.260            | 10.196          | 11.688           | 13.091          | 14.848          | 17.187          | 19.021          | 20.690          |
| 24           | 7.453             | 9.886            | 10.856          | 12.401           | 13.848          | 15.659          | 18.062          | 19.943          | 21.652          |
| 25           | 7.991             | 10.520           | 11.524          | 13.120           | 14.611          | 16.473          | 18.940          | 20.867          | 22.616          |
| 26           | 8.538             | 11.160           | 12.198          | 13.844           | 15.379          | 17.292          | 19.820          | 21.792          | 23.579          |
| 27           | 9.093             | 11.808           | 12.879          | 14.573           | 16.151          | 18.114          | 20.703          | 22.719          | 24.544          |
| 28           | 9.656             | 12.461           | 13.565          | 15.308           | 16.928          | 18.939          | 21.588          | 23.647          | 25.509          |
| 29           | 10.227            | 13.121           | 14.256          | 16.047           | 17.708          | 19.768          | 22.475          | 24.577          | 26.475          |
| 30           | 10.804            | 13.787           | 14.953          | 16.791           | 18.493          | 20.599          | 23.364          | 25.508          | 27.442          |
| 35           | 13.788            | 17.192           | 18.509          | 20.569           | 22.465          | 24.797          | 27.836          | 30.178          | 32.282          |
| 40           | 16.906            | 20.707           | 22.164          | 24.433           | 26.509          | 29.051          | 32.345          | 34.872          | 37.134          |
| 45           | 20.136            | 24.311           | 25.901          | 28.366           | 30.612          | 33.350          | 36.884          | 39.585          | 41.995          |
| 50           | 23.461            | 27.991           | 29.707          | 32.357           | 34.764          | 37.689          | 41.449          | 44.313          | 46.864          |
| 60           | 30.340            | 35.535           | 37.485          | 40.482           | 43.188          | 46.459          | 50.641          | 53.809          | 56.620          |
| 70           | 37.467            | 43.275           | 45.442          | 48.758           | 51.739          | 55.329          | 59.898          | 63.346          | 66.396          |
| 80           | 44.791            | 51.172           | 53.540          | 57.153           | 60.391          | 64.278          | 69.207          | 72.915          | 76.188          |
| 90           | 52.276            | 59.196           | 61.754          | 65.647           | 69.126          | 73.291          | 78.558          | 82.511          | 85.993          |
| 100          | 59.897            | 67.328           | 70.065          | 74.222           | 77.930          | 82.358          | 87.945          | 92.129          | 95.808          |
| 120          | 75.468            | 83.852           | 86.924          | 91.573           | 95.705          | 100.624         | 106.806         | 111.419         | 115.465         |
| 140          | 91.393            | 100.655          | 104.035         | 109.137          | 113.659         | 119.029         | 125.758         | 130.766         | 135.149         |
| 160          | 107.598           | 117.580          | 121.346         | 126.870          | 131.756         | 137.546         | 144.783         | 150.158         | 154.856         |
| 180          | 124.033           | 134.885          | 138.821         | 144.741          | 149.969         | 156.153         | 163.868         | 169.588         | 174.580         |
| 200          | 140.661           | 152.241          | 156.432         | 162.728          | 168.279         | 174.835         | 183.003         | 189.049         | 194.319         |

Tabla 6 (continuación)

PERCENTILES DE LA DISTRIBUCION JI-CUADRAIDO

| $\nu^1$ | $\chi^2_{0.50}$ | $\chi^2_{0.40}$ | $\chi^2_{0.30}$ | $\chi^2_{0.20}$ | $\chi^2_{0.10}$ | $\chi^2_{0.05}$ | $\chi^2_{0.025}$ | $\chi^2_{0.01}$ | $\chi^2_{0.005}$ | $\chi^2_{0.001}$ |
|---------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|------------------|
| 1       | 0.455           | 0.708           | 1.074           | 1.642           | 2.706           | 3.841           | 5.024            | 6.635           | 7.879            | 12.116           |
| 2       | 1.386           | 1.813           | 2.408           | 3.219           | 4.605           | 5.991           | 7.378            | 9.210           | 10.597           | 15.202           |
| 3       | 2.366           | 2.946           | 3.665           | 4.642           | 6.251           | 7.815           | 9.348            | 11.345          | 12.838           | 17.730           |
| 4       | 3.357           | 4.045           | 4.878           | 5.989           | 7.779           | 9.488           | 11.143           | 13.277          | 14.860           | 19.998           |
| 5       | 4.351           | 5.132           | 6.064           | 7.289           | 9.236           | 11.070          | 12.832           | 15.086          | 16.750           | 22.105           |
| 6       | 5.348           | 6.211           | 7.231           | 8.558           | 10.645          | 12.592          | 14.449           | 16.812          | 18.548           | 24.103           |
| 7       | 6.346           | 7.283           | 8.383           | 9.803           | 12.017          | 14.067          | 16.013           | 18.475          | 20.278           | 26.018           |
| 8       | 7.344           | 8.351           | 9.524           | 11.030          | 13.362          | 15.507          | 17.535           | 20.090          | 21.955           | 27.868           |
| 9       | 8.343           | 9.414           | 10.656          | 12.242          | 14.684          | 16.919          | 19.023           | 21.666          | 23.589           | 29.666           |
| 10      | 9.342           | 10.473          | 11.781          | 13.442          | 15.987          | 18.307          | 20.483           | 23.209          | 25.188           | 31.419           |
| 11      | 10.341          | 11.530          | 12.899          | 14.631          | 17.275          | 19.675          | 21.920           | 24.725          | 26.757           | 33.136           |
| 12      | 11.340          | 12.584          | 14.011          | 15.812          | 18.549          | 21.026          | 23.336           | 26.217          | 28.300           | 34.821           |
| 13      | 12.340          | 13.636          | 15.119          | 16.985          | 19.812          | 22.362          | 24.736           | 27.688          | 29.819           | 36.478           |
| 14      | 13.339          | 14.685          | 16.222          | 18.151          | 21.064          | 23.685          | 26.119           | 29.141          | 31.319           | 38.109           |
| 15      | 14.339          | 15.733          | 17.322          | 19.311          | 22.307          | 24.996          | 27.488           | 30.578          | 32.601           | 39.719           |
| 16      | 15.338          | 16.780          | 18.418          | 20.465          | 23.542          | 26.296          | 28.845           | 32.000          | 34.267           | 41.308           |
| 17      | 16.338          | 17.824          | 19.511          | 21.615          | 24.769          | 27.587          | 30.191           | 33.409          | 35.718           | 42.879           |
| 18      | 17.338          | 18.868          | 20.601          | 22.760          | 25.989          | 28.869          | 31.526           | 34.805          | 37.156           | 44.434           |
| 19      | 18.338          | 19.910          | 21.689          | 23.900          | 27.204          | 30.144          | 32.852           | 36.191          | 38.582           | 45.973           |
| 20      | 19.337          | 20.951          | 22.775          | 25.038          | 28.412          | 31.410          | 34.170           | 37.566          | 39.997           | 47.498           |
| 21      | 20.337          | 21.991          | 23.858          | 26.171          | 29.615          | 32.671          | 35.479           | 38.932          | 41.401           | 49.010           |
| 22      | 21.337          | 23.031          | 24.939          | 27.301          | 30.813          | 33.924          | 36.781           | 40.289          | 42.796           | 50.511           |
| 23      | 22.337          | 24.069          | 26.018          | 28.429          | 32.007          | 35.172          | 38.076           | 41.638          | 44.181           | 52.000           |
| 24      | 23.337          | 25.106          | 27.096          | 29.553          | 33.196          | 36.415          | 39.364           | 42.980          | 45.558           | 53.479           |
| 25      | 24.337          | 26.143          | 28.172          | 30.675          | 34.382          | 37.652          | 40.646           | 44.314          | 46.928           | 54.947           |
| 26      | 25.336          | 27.179          | 29.246          | 31.795          | 35.563          | 38.885          | 41.923           | 45.642          | 48.290           | 56.407           |
| 27      | 26.336          | 28.214          | 30.319          | 32.912          | 36.741          | 40.113          | 43.194           | 46.963          | 49.645           | 57.858           |
| 28      | 27.336          | 29.249          | 31.391          | 34.027          | 37.916          | 41.337          | 44.461           | 48.278          | 50.993           | 59.300           |
| 29      | 28.336          | 30.283          | 32.461          | 35.139          | 39.087          | 42.537          | 45.722           | 49.588          | 52.336           | 60.734           |
| 30      | 29.336          | 31.316          | 33.530          | 36.250          | 40.256          | 43.773          | 46.979           | 50.892          | 53.672           | 62.161           |
| 35      | 34.336          | 36.475          | 38.859          | 41.778          | 46.059          | 49.802          | 53.203           | 57.342          | 60.275           | 69.198           |
| 40      | 39.335          | 41.622          | 44.165          | 47.269          | 51.805          | 55.758          | 59.342           | 63.691          | 66.766           | 76.095           |
| 45      | 44.335          | 46.761          | 49.452          | 52.729          | 57.505          | 61.656          | 65.410           | 69.957          | 73.166           | 82.876           |
| 50      | 49.335          | 51.892          | 54.723          | 58.164          | 63.167          | 67.505          | 71.420           | 76.154          | 79.490           | 89.561           |
| 60      | 59.335          | 62.135          | 65.226          | 68.972          | 74.397          | 79.082          | 83.298           | 88.379          | 91.952           | 102.695          |
| 70      | 69.334          | 72.358          | 75.689          | 79.715          | 85.527          | 90.531          | 95.023           | 100.425         | 104.215          | 115.577          |
| 80      | 79.334          | 82.566          | 86.120          | 90.405          | 96.578          | 101.879         | 106.629          | 112.329         | 116.321          | 128.261          |
| 90      | 89.334          | 92.761          | 96.524          | 101.054         | 107.565         | 113.145         | 118.136          | 124.116         | 128.299          | 140.781          |
| 100     | 99.334          | 102.946         | 106.906         | 111.667         | 118.498         | 124.342         | 129.561          | 135.806         | 140.169          | 153.165          |
| 120     | 119.334         | 122.289         | 127.616         | 132.806         | 140.233         | 146.567         | 152.211          | 158.950         | 163.648          | 177.602          |
| 140     | 139.334         | 143.604         | 148.269         | 153.854         | 161.827         | 168.613         | 174.648          | 181.840         | 186.846          | 201.642          |
| 160     | 159.334         | 163.898         | 168.876         | 174.828         | 183.311         | 190.516         | 196.915          | 204.530         | 209.824          | 225.480          |
| 180     | 179.334         | 184.173         | 189.446         | 195.743         | 204.704         | 212.304         | 219.044          | 227.056         | 232.620          | 249.048          |
| 200     | 199.334         | 204.434         | 209.985         | 216.609         | 226.021         | 233.994         | 241.058          | 249.445         | 255.264          | 272.422          |

\* Los datos de esta tabla se han tomado, con permiso, de *Documenta Geigy Scientific Tables*, 6th Ed., pp. 36-39. Geigy Pharmaceuticals, Division of Geigy Chemical Corporation, Ardsley, N.Y. and Hald, A. and Sinkbaek, S. A., «A Table of Percentage Points of the  $\chi^2$ -Distribution», *Skandinavisk Akuarieridstidskrift*, 33, 168-175, 1950.

Tabla 7

Prueba de Kolmogorov-Smirnov

| n                          | $\alpha = 20\%$ | $\alpha = 10\%$ | $\alpha = 5\%$  | $\alpha = 2\%$  | $\alpha = 1\%$  |
|----------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|                            | 0.              | 0.              | 0.              | 0.              | 0.              |
| 1                          | 900             | 950             | 975             | 990             | 995             |
| 2                          | 684             | 776             | 842             | 900             | 929             |
| 3                          | 565             | 636             | 708             | 785             | 829             |
| 4                          | 493             | 565             | 624             | 689             | 734             |
| 5                          | 447             | 509             | 563             | 627             | 669             |
| 6                          | 410             | 468             | 519             | 577             | 617             |
| 7                          | 381             | 436             | 483             | 538             | 576             |
| 8                          | 359             | 410             | 454             | 507             | 542             |
| 9                          | 339             | 387             | 430             | 480             | 513             |
| 10                         | 323             | 369             | 409             | 457             | 486             |
| 11                         | 308             | 352             | 391             | 437             | 468             |
| 12                         | 296             | 338             | 375             | 419             | 449             |
| 13                         | 285             | 325             | 361             | 404             | 432             |
| 14                         | 275             | 314             | 349             | 390             | 418             |
| 15                         | 266             | 304             | 338             | 377             | 404             |
| 16                         | 258             | 295             | 327             | 366             | 392             |
| 17                         | 250             | 286             | 318             | 355             | 381             |
| 18                         | 244             | 279             | 309             | 346             | 371             |
| 19                         | 237             | 271             | 301             | 337             | 361             |
| 20                         | 232             | 265             | 294             | 329             | 352             |
| 21                         | 226             | 259             | 287             | 321             | 344             |
| 22                         | 221             | 253             | 281             | 314             | 337             |
| 23                         | 216             | 247             | 275             | 307             | 330             |
| 24                         | 212             | 242             | 269             | 301             | 323             |
| 25                         | 208             | 238             | 264             | 295             | 317             |
| 26                         | 204             | 233             | 259             | 290             | 311             |
| 27                         | 200             | 229             | 254             | 284             | 305             |
| 28                         | 197             | 225             | 250             | 279             | 300             |
| 29                         | 193             | 221             | 246             | 275             | 295             |
| 30                         | 190             | 218             | 242             | 270             | 290             |
| 35                         | 177             | 202             | 224             | 251             | 269             |
| 40                         | 165             | 189             | 210             | 235             | 252             |
| 45                         | 156             | 179             | 198             | 222             | 238             |
| 50                         | 148             | 170             | 188             | 211             | 226             |
| 55                         | 142             | 162             | 180             | 201             | 216             |
| 60                         | 136             | 155             | 172             | 193             | 207             |
| 65                         | 131             | 149             | 166             | 185             | 199             |
| 70                         | 126             | 144             | 160             | 179             | 192             |
| 75                         | 122             | 139             | 154             | 173             | 185             |
| 80                         | 118             | 135             | 150             | 167             | 179             |
| 85                         | 114             | 131             | 145             | 162             | 174             |
| 90                         | 111             | 127             | 141             | 158             | 169             |
| 95                         | 108             | 124             | 137             | 154             | 165             |
| 100                        | 106             | 121             | 134             | 150             | 161             |
| Aproximación para n grande | $1.07/\sqrt{n}$ | $1.22/\sqrt{n}$ | $1.36/\sqrt{n}$ | $1.52/\sqrt{n}$ | $1.63/\sqrt{n}$ |

APENDICE 2

MANUAL

EL PROGRAMA QUE A CONTINUACION SE PRESENTA HACE USO DE LA ESTADISTICA ANDERSON-DARLING PARA UNA POBLACION NORMAL EN LOS CUATRO CASOS CONOCIDOS:

CASO 0: MEDIA Y VARIANZA CONOCIDAS,

CASO 1: MEDIA DESCONOCIDA, VARIANZA CONOCIDA,

CASO 2: MEDIA CONOCIDA, VARIANZA DESCONOCIDA,

CASO 3: MEDIA Y VARIANZA DESCONOCIDAS.

ADEMAS DE ESTOS CUATRO CASOS, PROPORCIONA LA OPCION DE INTRODUCIR RESIDUALES PARA CHECAR NORMALIDAD.

EL CALCULO DE DICHA ESTADISTICA SE PROPORCIONA MEDIANTE APARICION DE MENUS. SE PRESENTA TAMBIEN LA INFORMACION DE P-VALUE REFERENTE AL CORRESPONDIENTE VALOR HALLADO DEL ESTADISTICO.

PARA HACER CORRER EL PAQUETE DEBE TECLEARSE

A> ANDERSON

A CONTINUACION SE PRESENTAN LAS PANTALLAS DE MENUS.

\*\*\*\*\* ANDERSON & DARLING \*\*\*\*\*

M E N U

1. PROCESAMIENTO DE DATOS
2. SALIR

OPCION: 1

CUANTOS DATOS TENEMOS ? : 20

\*\*\*\*\* LECTURA DE DATOS \*\*\*\*\*

Introducir observacion 1:156  
Introducir observacion 2:162  
Introducir observacion 3:168  
Introducir observacion 4:182  
Introducir observacion 5:186  
Introducir observacion 6:190  
Introducir observacion 7:190  
Introducir observacion 8:196  
Introducir observacion 9:202  
Introducir observacion 10:210  
Introducir observacion 11:214  
Introducir observacion 12:220  
Introducir observacion 13:226  
Introducir observacion 14:230  
Introducir observacion 15:230  
Introducir observacion 16:236  
Introducir observacion 17:236  
Introducir observacion 18:242  
Introducir observacion 19:246  
Introducir observacion 20:270

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

\*\*\* PROCESAMIENTO DE LA INFORMACION \*\*\*

1. Media y varianza conocidas
2. Media desconocida y varianza conocida
3. Media conocida y varianza desconocida
4. Media y varianza desconocidas
5. Normalidad de residuales
6. Salir

Opcion: 1

Introducir el valor de la MEDIA: 200

Introducir el valor de la DESV. ESTANDAR: 35

EL ESTADISTICO ANDERSON\_DARLING ES 1.01987172613362E+0000

...Y SU CORRESPONDIENTE p-VALUE ESTA ENTRE 3.32000000000000E-0001 Y 3.570000000E-0001

...0 PARA CONTINUAR

\*\*\* PROCESAMIENTO DE LA INFORMACION \*\*\*

1. Media y varianza conocidas
2. Media desconocida y varianza conocida
3. Media conocida y varianza desconocida
4. Media y varianza desconocidas
5. Normalidad de residuales
6. Salir

Opcion: 6

\*\*\*\*\* ANDERSON & DARLING \*\*\*\*\*

M E N U

1. PROCESAMIENTO DE DATOS
2. SALIR

OPCION:2

TECLEAR O POR FAVOR...

EN EL EJEMPLO ANTERIOR SE HAN CORRIDO 20 DATOS DE UNA POBLACION NORMAL CON PARAMETROS CONOCIDOS:

MEDIA = 200, DESV. ESTANDAR = 35.

LOS DATOS A PROCESAR NO TIENEN NECESARIAMENTE QUE ESTAR ORDENADOS, AUNQUE EN EL EJEMPLO ASI HAYA SIDO.

LA INFORMACION INTRODUCIDA Y TRATADA PARA UN CASO, PUEDE VOLVER A UTILIZARSE PARA SER TRATADA COMO OTRO CASO, ES DECIR, LA INFORMACION QUE EN EL EJEMPLO SE TRATO COMO DEL CASO 0, PUEDE TAMBIEN TRATARSE COMO CASO 3 SIN TENER QUE COMENZAR A CORRER EL PROGRAMA DESDE EL PRINCIPIO Y SIN TENER QUE INTRODUCIR DE NUEVO LOS 20 DATOS.

EL PAQUETE ACEPTA HASTA 500 DATOS, ESTOS DEL TIPO REAL.

LOS RESIDUALES QUE SE INTRODUCAN DEBERAN SER NO ESTANDARIZADOS, CORRESPONDIENTES A UN MODELO DE CUALQUIER ORDEN, CUYA FORMA SE MOSTRO YA EN LAS NOTAS.

## BIBLIOGRAFIA

- Anderson, T. W. and Darling, D. A. *A test of goodness-of-fit.* J.Amer.Statist.Assoc. 49, 765-769. (1954).
- Chandra, M. Singpurwalla, N. D., and Stephens, M. A. *Kolmogorov statistics for tests of fit for the extreme-value and Weibull distributions.* J.Amer.Statist.Assoc. 76, 729-731. (1981).
- Easterling, R. G. *Goodness-of-fit and parameter estimation.* Technometrics 18 1-9. (1976).
- Lilliefors, H. W., *On The Kolmogorov-Smirnov tests for normality with mean and variance unknown.* J. Amer. Statist. Assoc. 62, 399-402. (1967).
- Loynes, R. A. *The empirical distribution function of residuals from generalised regression.* Ann.Statist. 8, 285-298. (1980).
- Marques, M. J., *Probabilidad y Estadística para Ciencias Químico Biológicas,* McGraw-Hill, México, 1991.
- Mukantseva, L.A. *Testing normality in one dimensional and multidimensional linear regression.* Theor.Probability Appl. 22, 591-601. (1977).
- Pierce, D. A. and Kopecky, K. J. *Testing goodness-of-fit for the distribution of errors in regression models.* Biometrika, 66,1, 1-5. (1979).
- Riedwyl, H. *Goodness-of-fit.* J.Amer.Statist.Assoc. 62, 390-398. (1967).
- Stephens, M. A. *EDF statistics for goodness-of-fit and some comparisons.* J.Amer.Statist.Assoc. 69, 730-737.
- Stephens, M. A., D'Agostino, R. B., *Goodness-of-fit Techniques,* Marcel Dekker, Inc., Canada, 1986.