



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE LA COMPUTACIÓN

**“ PATRONES DE ACTIVIDAD NO HOMOGÉNEOS EN
EL MAPEO AUTOORGANIZADO ”**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**DOCTOR EN CIENCIAS
(COMPUTACIÓN)**

P R E S E N T A:

JOSÉ ANTONIO NEME CASTILLO

DIRECTOR DE TESIS: PEDRO MIRAMONTES VIDAL

México, D.F.

2007.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice general

1. Introducción	9
2. El mapeo autoorganizado (SOM)	15
2.1. Fundamentos	23
2.2. Capacidad de cómputo	27
2.3. Fundamentos biológicos del SOM y su estudio como modelo de la corteza cerebral	28
2.4. Patrones de actividad en la corteza cerebral	31
3. Mapeos autoorganizados sobre redes complejas	33
3.1. Redes de mundo pequeño	35
3.2. Redes libres de escala	37
3.3. Propiedades estadísticas de la red del SOM	40
3.4. Resultados	42
3.5. Discusión	46
4. La función de frecuencia de activación en el SOM	48
4.1. Cambios en la dinámica de formación de mapas	54
4.2. Experimentos y Resultados	60
4.3. Discusión	61
5. Mapeos autoorganizados con periodo refractario	72
5.1. Resultados	75
5.2. Discusión	80
6. Resultados y discusión	83
7. Trabajo futuro	86

RESUMEN

Los modelos neuronales, además de aplicarse en la resolución de diversos problemas, también se estudian con el objetivo de entender aspectos de los sistemas nerviosos que no han podido ser dilucidados por otros medios. El ámbito de validez de un modelo está dictado por sus supuestos y los modelos neuronales tradicionales muestran algunos supuestos poco realistas, lo que limita las conclusiones a las que pueda llegarse estudiándolos. El mapeo autoorganizado es un modelo neuronal no supervisado que refleja algunos aspectos de la corteza cerebral. Sin embargo, los supuestos sobre los que se basa no son biológicamente plausibles.

En este trabajo, presentamos tres modificaciones en el mapeo autoorganizado que presentan un mayor realismo. En la primera, se estudia la importancia de la topología de la red en la que se forman los mapas, pues existe evidencia que muestra que la corteza cerebral no presenta una topología regular. En la segunda modificación, se analiza la importancia de la influencia mutua entre diferentes regiones de la red, que denominamos función de frecuencia de activación y que es un simil con el aprendizaje *hebbiano*. La última variante considera la existencia de un periodo refractario en las neuronas, característica que presentan las neuronas de la corteza cerebral.

En las tres variantes se obtienen patrones de actividad que no son homogéneos, esto es, regiones de la red se activan pero éstas no presentan simetrías, a diferencia de lo que ocurre con el mapeo autoorganizado tradicional. De la misma forma, neuronas alejadas entre sí pueden activarse sin que se activen neuronas localizadas entre ambas. La existencia de patrones de actividad neuronal no homogéneos y discontinuos en la corteza cerebral se observa por medio de las diferentes herramientas de medición de actividad neuronal, como resonancia magnética funcional. Este comportamiento es descrito con más detalle por los modelos aquí presentados que por el modelo tradicional del mapeo autoorganizado.

Una de las aplicaciones del mapeo autoorganizado es la visualización de datos multidimensionales en un espacio de dimensión menor. Mostramos que por medio de los modelos presentados se obtienen mejores visualizaciones que con el modelo original.

Capítulo 1

Introducción

Desde que Demócrito de Abdera (460-370) afirmó que el cerebro era el órgano responsable de las actividades de inteligencia, mucho se ha aprendido en torno a su estructura y su desarrollo. El cerebro nos permite percibir el ambiente en el que nos desenvolvemos por medio de mecanismos aún poco entendidos. La representación del mundo multifactorial en un espacio de menor dimensión, como lo es la corteza cerebral, se debe en gran medida a la estructura que presenta el cerebro, así como a los mecanismos de manipulación de la información en dichas estructuras [1, 10].

Diversas investigaciones han arrojado luz sobre aspectos generales de la estructura y funcionamiento del cerebro. Por ejemplo, Santiago Ramón y Cajal (1852, 1934) mostró en 1897 que el sistema nervioso es un conjunto de millones de neuronas independientes que se comunican entre sí por medio de uniones particulares, llamadas sinapsis, lo que contravenía la hipótesis acuñada por Camilo Golgi sobre la naturaleza fluida del sistema nervioso.

El descubrimiento de los procesos sinápticos, por medio de los cuáles la actividad de una neurona se transmite a otras, así como el entendimiento de los puentes iónicos y la dinámica de los neurotransmisores sentó las bases de la concepción del cerebro como un sistema fundamentalmente electroquímico [69].

Pese al gran avance, es mucho más lo que se desconoce del cerebro que lo se conoce de él. De acuerdo al signo de los tiempos en que se le haya estudiado, el cerebro ha sido visto como péndulo [3], suponiendo que funciona con una precisión absoluta y predecible en todos sus ámbitos. También ha sido estudiado como una máquina de vapor [2], capaz de generar trabajo (actividades inteligentes) si se le suministra energía. En tiempos más recientes, ha sido conceptualizado como una computadora (máquina de Turing) capaz de procesar información y seguir al pie de la letra un algoritmo general que le permite realizar actividades "inteligentes" [1, 3].

No obstante que se compare al cerebro con una máquina de Turing, ninguna computadora ha podido realizar siquiera una parte significativa de lo que los cerebros, no solo humanos sino de organismos con un cerebro más simple, son capaces de realizar.

Desde los sistemas complejos, visión a la que se acerca el presente trabajo, el cerebro es visto como un conjunto de neuronas más o menos homogéneo (aunque se sabe que existen al menos once tipos distintos de neuronas en la corteza cerebral [35]) que guardan relaciones no lineales [93, 1]. Como resultado de estas interacciones, diferentes patrones de actividad, que no son deducibles del análisis de las neuronas por separado, emergen. Algunos de estos patrones conllevan a procesos calificados como "inteligentes".

El cerebro es un medio excitable que se autoorganiza. Aunque no existe una única definición sobre que es la autoorganización, algunas características se han identificado en los sistemas reconocidos como autoorganizados: i) muestran patrones emergentes como resultado de la interacción entre sus componentes, ii) el sistema es disipativo y se encuentra alejado del equilibrio, iii) muestran parámetros de orden cercanos a la transición de fase y iv) presentan fluctuaciones a todos los niveles [1, 4].

Las capacidades de inteligencia que muestran en general todos los sistemas nerviosos, sean estos de mamíferos o de invertebrados, no son explicados únicamente mediante un análisis detallado de los componentes. Por ejemplo, no es posible deducir la capacidad de reconocimiento de patrones presente en todos los sistemas nerviosos al analizar la dinámica de los iones de calcio modeladas por las ecuaciones de Fitzugh-Nagumo [87]. Para entender esas y otras capacidades, es necesario estudiar en su conjunto al sistema, lo que incluye un especial énfasis en las relaciones que guardan sus componentes. Así como los remolinos, ondas y estructuras turbulentas no existen independientemente del flujo del río, las capacidades de inteligencia no existen independientemente de las relaciones entre las neuronas que forman las redes que constituyen al cerebro.

Un aspecto muy importante para las capacidades cognoscitivas es la topología que presentan las redes de neuronas, esto es, la forma en que se conectan. Por ejemplo, la corteza cerebral de la jirafa tiene casi tantas neuronas como las del humano, pero en la primera el número de conexiones es mucho menor que en el segundo [10].

En el cerebro humano existen alrededor de 10^{11} neuronas. En este, y en general en el cerebro de los mamíferos, no existe una arquitectura típica de red neuronal. Se han identificado al menos tres topologías diferentes: conectividad local, conectividad aleatoria y topologías *complejas*. El cerebelo, encargado de funciones de navegación y orientación, muestra una arquitectura en donde la gran mayoría de las conexiones entre neuronas es a nivel local y

conforman módulos regulares. Como único ejemplo de la segunda arquitectura se encuentra la región conocida como CA3 del hipocampo, estructura que se encarga de la formación de mapas para la navegación. La red de neuronas en esta región no sigue una pauta establecida, y sus propiedades estadísticas la identifican como aleatoria [85].

La tercer topología presente en el cerebro de los mamíferos (y en otros organismos, como el *C. elegans*), la de redes complejas, se caracteriza por una estructura ordenada que incluye una alta conectividad local, pero también conexiones aparentemente aleatorias entre neuronas alejadas. La corteza cerebral, ejemplo de esta topología, presenta una conectividad local del 75 % y un 25 % de conexiones de entre neuronas alejadas [85, 10]. En este trabajo, se estudia el comportamiento de un modelo de red neuronal que cae en la topología de red compleja.

La hipótesis de trabajo de muchos grupos que investigan los modelos de redes neuronales y sus aplicaciones es sencilla: si las capacidades de inteligencia de los organismos se deben a la forma en que las redes de neuronas procesan información (lo que incluye la topología de red), esas mismas capacidades serán alcanzadas por modelos *in silico* si estos procesan la información de la misma forma. Dicho de otra forma, la inteligencia es independiente del sustrato [93].

Cuando un organismo aprende una tarea, ésta se codifica en las conexiones sinápticas o pesos [69]. El proceso de recordar o de efectuar una tarea supone un proceso de *evocación* de lo aprendido. De esta forma, el cerebro funciona como un sistema distribuido, en el que la memoria se almacena en todos los pesos [10, 1], lo que supone un esquema diferente al utilizado en la máquina de Turing.

Así como el aprendizaje en las redes de neuronas biológicas se da por una modificación en la relevancia de las conexiones sinápticas, en los modelos artificiales ocurre lo mismo.

Suponga el siguiente ejemplo a fin de mostrar el concepto de relevancia o ponderación sináptica. Un agente autónomo que está explorando el mundo (un niño pequeño, un robot, etc) se encuentra ante una situación inesperada y ante la que nunca había sido expuesto, por ejemplo, mientras se desplaza, se encuentra ante un agujero en el suelo lo suficientemente grande como para caer en él. Supóngase también que existe una neurona (o grupo de ellas) que se encarga de tomar la decisión sobre lo que puede hacer a fin de salir airoso de la situación.

Esta neurona recibe “consejos” sobre qué acción tomar de otras neuronas, pero como la situación no se había presentado, la neurona que decide escogerá cualquiera de ellas. Suponga que la acción que toma es tal que la situación no se resuelve adecuadamente. Por ejemplo, el agente cae en el agujero

puesto que la acción escogida fue la de "seguir adelante y cantar". Ya que la decisión no llevó a feliz término al agente, la neurona que toma la decisión dará una menor relevancia a aquella que le aconsejó "seguir adelante y cantar" como una acción adecuada. La red de neuronas sufre una serie de cambios que incluyen el que la neurona que decide la acción a seguir modifique los pesos sinápticos que mantiene con las neuronas que la influyen.

Diversos modelos de redes neuronales se han propuesto a fin de conseguir sistemas que muestren algunas capacidades presentes en los organismos (predicción, reconocimiento de patrones, control, entre otras), o como modelos de estudio del cerebro. El *perceptrón*, presentado en 1959 por Rumelhardt [32], como un modelo muy simple del comportamiento de las neuronas biológicas, ha sido ampliamente estudiado como clasificador. Si bien sus limitaciones son ampliamente conocidas [64], cuando se conecta en red con otros perceptrones, su capacidad de cómputo se ve expandida hasta el grado de ser un aproximador universal. El perceptrón multicapa, formado por al menos una capa intermedia de perceptrones y una neurona de salida, es capaz de aprender con un error arbitrariamente pequeño cualquier relación funcional. El aprendizaje en este modelo pasa por modificar los pesos de tal forma que el error sea mínimo. El error de una red de neuronas es una función del valor que el supervisor muestra a la red como valor esperado y el valor que en realidad obtuvo.

La forma de modificar los pesos constituye el algoritmo de aprendizaje. Entre las más utilizadas se encuentran la regla delta generalizada con retropropagación del error [32] y los algoritmos genéticos [84].

Otro modelo basado en el perceptrón es la red de Hopfield, en la que los pesos se obtienen no a través de un proceso largo de aprendizaje, sino con base en el concepto de aprendizaje Hebbiano. En este modelo, fundamentado en la teoría de los cristales spin, [100], los pesos entre las neuronas son una función de la frecuencia con la que cada segmento del objeto a almacenar se encuentra presente.

Los modelos de redes neuronales intentan reflejar la capacidad del cerebro de adaptarse a un ambiente dinámico al permitir las relaciones entre las neuronas individuales [7]. En lugar de representar el conocimiento de forma semántica, lo adquieren implícitamente como una propiedad de las relaciones entre sus componentes. Esas relaciones están dadas por las conexiones sinápticas o pesos. En general, cuando se desconoce la relación funcional entre causas y efectos, las redes neuronales son la herramienta utilizada para implementarlas en la computadora.

El modelo de red neuronal sobre el que se realizaron las modificaciones en este trabajo es diferente a los ya mencionados en al menos dos sentidos. La primera diferencia es que no existe el concepto de error, pues se carece de una

relación funcional entre un vector de entrenamiento y un vector de salida. En los modelos supervisados, se le presenta a la red un vector de entrada, por ejemplo (2, 3) y se le presenta un valor que la red debe alcanzar, 5, por ejemplo. Si la red obtiene otro valor, un 4 por ejemplo, debe adaptar sus pesos de tal forma que el error disminuya. En el aprendizaje no supervisado no existe retroalimentación hacia la red que le sirva como parámetro para modificar sus pesos, pues no existe el concepto de salida esperada.

La segunda diferencia radica en que los pesos no se modifican para minimizar algún error (o función de energía) sino de acuerdo a una regla muy sencilla que hace que el vector de pesos de las neuronas afectadas se parezca al vector de características o estímulo que en ese momento afecta a la red.

Cuando un estímulo es percibido por los sentidos, éste es llevado, por medio de un intrincado sistema de comunicación entre neuronas sensoriales, al cerebro. Ahí, un conjunto de neuronas se encarga de procesar dicho estímulo. El estímulo puede seguir diferentes rutas. Por ejemplo, puede ser procesado en el cerebelo si intervienen factores motores [87], en tanto que el hipocampo interviene en los procesos de memoria. Vernon Mountcastle reportó en 1978 que la corteza cerebral muestra regularidades en todas las regiones, lo que lo llevó a afirmar que en esencia todas las regiones llevan a cabo las mismas funciones [101]. Propuso, no sin una gran oposición, que la corteza recurre a la mismas herramientas *computacionales* para procesar la información. En otras palabras, si el estímulo es visual, táctil o auditivo, para el cerebro no hay diferencia, pues todos ellos son convertidos en impulsos electroquímicos y es el frente de onda lo que activa a las neuronas encargadas de procesar la información [9, 44].

Las neuronas que procesan información en la corteza cerebral *no generan un patrón simétrico y radial de actividad*, lo que contrasta con la gran mayoría de modelos de redes neuronales. El supuesto de que una neurona afecta únicamente a sus vecinas, y que la vecindad es simétrica, es cuestionado en este trabajo. En la literatura sobre la formación de mapas topográficos, se ha dado por hecho que la intensidad de la influencia entre neuronas es decreciente con la distancia, supuesto que se cuestiona también en este trabajo.

En este trabajo se presentan tres modificaciones a la red neuronal conocida como mapeo autoorganizado, que ha sido ampliamente estudiado como modelo de la corteza cerebral, que lo hacen mostrar un comportamiento que se asemeja más al observado en la corteza. Estas modificaciones permiten al modelo conseguir mejores resultados que el modelo original, pero **la contribución de este trabajo es que lo logra al seguir una serie de supuestos que le dan mayor realismo biológico.**

En el capítulo 2 se describe el algoritmo del SOM, así como sus fundamentos teóricos y biológicos. Se describe también su capacidad de cómputo al

tiempo que se presenta una revisión sobre sus principales aplicaciones, dando énfasis en su estudio como modelo de la corteza cerebral. Los detalles neuroquímicos de las neuronas son tratados al mínimo, pues lo que busca este trabajo es caracterizar el comportamiento del SOM como modelo de los patrones de la corteza sin importar el *sustrato*. Esto es, busca encontrar modelos que reproduzcan la conducta de la corteza cerebral, en cuanto a la formación de mapas topográficos, pero considerando propiedades de la corteza que no han sido tomadas en cuenta.

Las variantes del SOM que permiten la formación de patrones no homogéneos se presentan en los capítulos 3 al 5. En el capítulo 3, se estudia al SOM cuando la red de neuronas no es homogénea, y en particular, se muestran resultados para el caso en que la red es de mundo pequeño.

En el capítulo 4 se presenta una modificación del SOM que toma en cuenta la frecuencia relativa con la que las neuronas afectan a sus vecinas. Esta modificación define cambios en la dinámica del SOM que permiten reinterpretar la visión compartamentalista del cerebro. En el capítulo 5 se estudia al SOM cuando se incorpora un periodo refractario a las neuronas, característica que ha sido poco estudiada en las redes neuronales.

En el capítulo 6 se discuten los resultados y las implicaciones para el estudio del SOM de las modificaciones presentadas así como también se dan algunas conclusiones y se plantean esquemas para trabajo futuro.

Capítulo 2

El mapeo autoorganizado (SOM)

El mapeo autoorganizado, en lo subsecuente SOM (*self-organizing map*), es un modelo de red neuronal no supervisado en el que las conexiones sinápticas se ven modificadas de tal forma que, partiendo de valores aleatorios, son capaces de alcanzar orden [41].

En las redes neuronales el aprendizaje se da mediante una modificación en los pesos sinápticos que conectan a los componentes. En general, el algoritmo de aprendizaje intenta ajustar los pesos como una función del error total que se le atribuye a los pesos por separado.

A diferencia de otros modelos de redes neuronales, el SOM no es supervisado. En un modelo supervisado, la modificación en los pesos se da de acuerdo a una función que toma como argumentos el valor que la red mostró para un cierto vector de entrada y el valor que debió haber tomado, conocidos como valor obtenido y valor esperado. El *supervisor* conoce los valores que debe mostrar la red para que los asocie a los vectores de entrada e intente aprenderlos. De esta forma, el aprendizaje supervisado intenta encontrar una función que aproxime los datos de salida tomando como argumentos los datos de entrada [8].

En un modelo no supervisado, como lo es el SOM, no existe una función de error que permita saber cuanto hay que modificar cada peso. Tampoco existe una salida esperada. En el aprendizaje no supervisado, la dinámica de la red lleva al conjunto de pesos a un estado que se interpreta como una aproximación del espacio de entrada.

El SOM es una proyección no lineal que mapea estímulos (vectores de entrada) inmersos en un espacio multidimensional a un espacio discreto de baja dimensión, en general bidimensional, mostrando algunas características interesantes. La primera de ellas es la preservación de la topología [57]. La

topología que se define en el espacio de entrada está dada por las relaciones de vecindad los objetos. En este trabajo, los términos topología y relaciones de vecindad son equivalentes y se refieren al conjunto de vecinos definidos para cada estímulo.

La red en la que se mapean los estímulos está constituida por una rejilla, en general bidimensional, de neuronas. Cada neurona tiene asociado un vector de pesos, mismo que se modificará en el transcurso del aprendizaje. A diferencia de los métodos supervisados, la modificación de los pesos no se rige por un supervisor que indique la modificación que habrá de hacerse a los pesos, sino que esta modificación es resultado de un proceso de autoorganización. El SOM es un sistema dinámico discreto en el que las variables son los vectores de pesos de las neuronas y una unidad de tiempo está dictada por un estímulo mapeado (aunque existen variantes denominadas "por lote."^{en} las que la unidad de tiempo se incluye el mapeo de todos los estímulos. Esta variante no será analizada en este trabajo).

La propiedad principal del SOM es la de mapear objetos multidimensionales a un espacio de baja dimensión de tal forma que las relaciones de vecindad se mantengan. A manera de ejemplo, observe la fig 2.1, en la que se muestra un conjunto de 32 objetos definidos en el espacio de dimensión nueve, pues ese es el número de variables. Cada objeto corresponde a una entidad de México y las variables son de tipo socioeconómico. La fig 2.2 muestra el mapa formado por el SOM para esos datos. Los estados (objetos) mapeados a regiones cercanas entre sí se encuentran próximos en el espacio multidimensional original (Oaxaca y Chiapas) en tanto que los estados mapeados a regiones alejadas, como el D.F. y Nayarit, se encuentran alejados en el espacio multidimensional.

La dinámica de la formación del mapa supone que el vector de pesos de las neuronas en la red es aleatorio al inicio del proceso (aunque algunas variantes estudian el comportamiento del SOM cuando los pesos no son aleatorios, no serán analizadas en este trabajo), y hacia el final del proceso, los pesos muestran un orden que refleja la estructura presente en el espacio definido por el conjunto de estímulos.

El mapeo autoorganizado es capaz de alcanzar un estado ordenado partiendo de un estado desordenado como resultado de la afección mutua entre neuronas. Para clarificar este punto, observe la figura 2.3a) en donde la distribución de colores sobre las celdas que componen la malla es aleatoria. Cabe la pregunta ¿Qué estrategia seguiría para alcanzar un estado ordenado, como el mostrado en la figura 2.3b)? La respuesta es muy sencilla si contamos con información global: basta con mover las celdas de cierto color a una región en particular y las de otro color a alguna otra región.

Sin embargo, si restringimos la posibilidad de conocer de forma global la

	Pop. Creci	Indic. asist	Pre	Des	Prog	LA	Pre	PR TOTAL	Max. pop
Agua Calientes	0.64	0.73	0.0474	0.0108	0.0097	0.0049	0.0003	0.039272	0.04
Baja California	0.02	0.78	0.0494	0.0171	0.0016	0.0000	0.0007	0.1429622	0.02
Baja California Sur	0.00	0.71	0.0099	0.0144	0.0006	0.0040	0.0000	0.0251764	0.00
Campeche	0.38	0.57	0.0414	0.0130	0.0009	0.0175	0.0007	0.2548046	0.04
Coahuila de Zaragoza	0.00	0.74	0.0099	0.0143	0.0009	0.0043	0.0001	0.1307127	0.00
Colima	0.46	0.66	0.0604	0.0175	0.0005	0.0073	0.0005	0.0251924	0.02
Chiapas	0.15	0.41	0.0374	0.0102	0.0008	0.0036	0.0001	0.075061	0.03
Chihuahua	0.62	0.56	0.0443	0.0163	0.0005	0.0084	0.0004	0.1629102	0.02
Distrito Federal	0.03	0.71	0.0438	0.0155	0.0125	0.0117	0.0014	1	0.03
Durango	0.48	0.63	0.0437	0.0165	0.0008	0.0014	0.0004	0.0545012	0.02
Guanajuato	0.39	0.64	0.0621	0.0126	0.0000	0.0029	0.0009	0.1614999	0.04
Guerrero	0.20	0.44	0.0099	0.0170	0.0012	0.0023	0.0001	0.0769000	0.04
Hidalgo	0.29	0.5	0.0403	0.0100	0.0001	0.0003	0.0009	0.0626717	0.03
Jalisco	0.44	0.64	0.0399	0.0149	0.0029	0.0002	0.0004	0.2744048	0.02
México	0.39	0.66	0.0438	0.0139	0.0007	0.0003	0.0005	0.4152163	0.04
Michoacán de Ocampo	0.30	0.54	0.0457	0.0192	0.0009	0.004	0.0009	0.0752579	0.02
Moravia	0.34	0.67	0.0421	0.0196	0.0001	0.0003	0.0009	0.2600296	0.04
Nayarit	0.46	0.59	0.0373	0.0133	0.0002	0.0017	0.0005	0.0489039	0.02
Nuevo León	0.69	0.76	0.0430	0.0143	0.0012	0.0030	0.0006	0.3041094	0.02
Oaxaca	0.26	0.37	0.0486	0.0149	0.0074	0.0013	0.0005	0.0660735	0.02
Puebla	0.24	0.54	0.0369	0.0112	0.0023	0.0001	0.0004	0.1951425	0.02
Quintana Roo	0.44	0.64	0.0244	0.0141	0.0007	0.0003	0.0005	0.02491	0.04
Quintana Roo	0.42	0.71	0.0093	0.0133	0.0022	0.0002	0.0007	0.0861489	0.02
San Luis Potosí	0.34	0.61	0.0630	0.0140	0.0013	0.0006	0.0005	0.0714070	0.04
Sinaloa	0.53	0.63	0.0304	0.0146	0.0004	0.0017	0.0003	0.0241743	0.02
Sonora	0.64	0.70	0.0409	0.0143	0.0007	0.0001	0.0007	0.1003152	0.02
Tabasco	0.24	0.69	0.0096	0.0120	0.0005	0.0011	0.0003	0.0526966	0.04
Tehuacan	0.52	0.60	0.0497	0.0169	0.0004	0.0009	0.0002	0.1341667	0.02
Tlaxcala	0.28	0.50	0.0397	0.0132	0.0012	0.0010	0.0007	0.0203675	0.02
Veracruz Llave	0.30	0.57	0.0476	0.0174	0.0005	0.0045	0.0009	0.1741169	0.04
Yucatán	0.45	0.64	0.0398	0.0109	0.0009	0.0011	0.0002	0.0602215	0.04
Zacatecas	0.34	0.54	0.0311	0.0149	0.0005	0.0011	0.0009	0.0315244	0.02

Figura 2.1: Las 32 entidades federativas de la República Mexicana y las nueve variables que definen al espacio multidimensional.

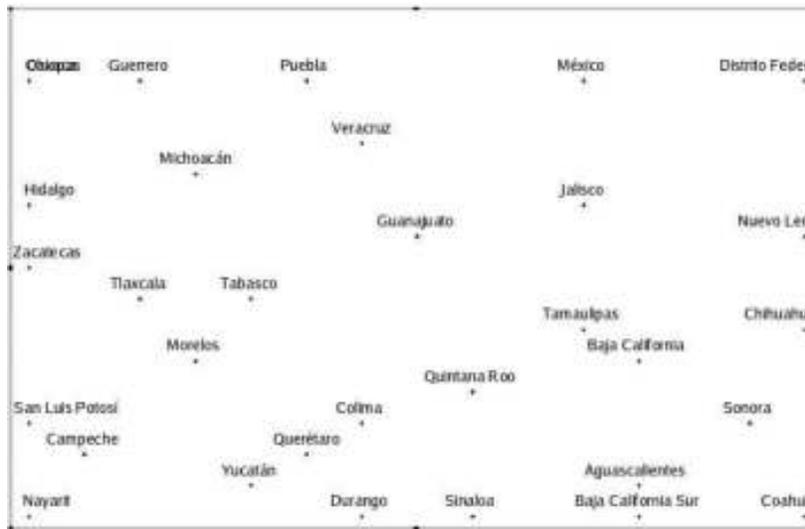


Figura 2.2: El mapa generado por el SOM para los 32 estados de la República Mexicana. El mapa es una aproximación de la distribución mostrada por los objetos en el espacio original.

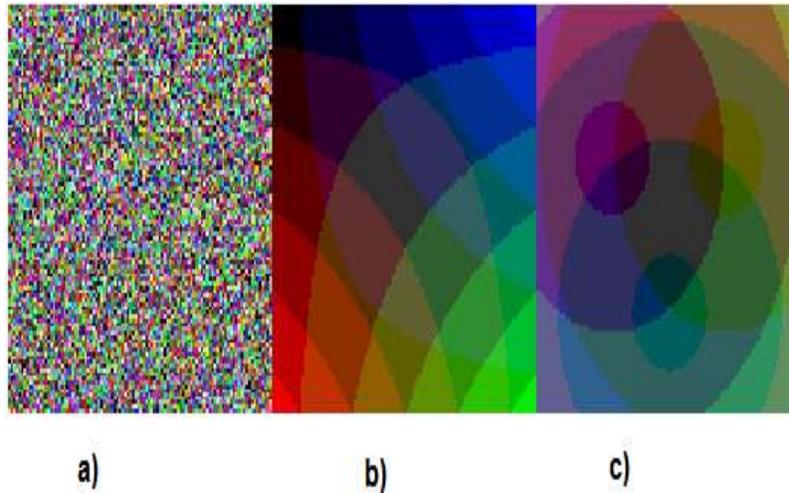


Figura 2.3: a) Distribución aleatoria de pesos. b-c) Estados ordenados alcanzados por dos heurísticas diferentes. En la primera, los centroides se ubican en las esquinas en tanto que en la segunda éstos se distribuyen para formar un triángulo equilátero.

información, las cosas se complican. Supóngase que se quiere llegar al mismo estado de orden que en el caso anterior, pero cada celda no conoce sino el estado (color en este ejemplo) en el que se encuentran las celdas vecinas (se definen como vecinas a aquellas que se encuentran a distancia normal 1). Una celda puede tomar la decisión de intercambiar con otra el color que mantiene (si una es verde y su vecina es azul, al intercambiar, la primera celda será azul en tanto que la segunda cambiará a verde), o continuar con el mismo color. La estrategia ya no es tan sencilla como cuando las celdas tienen la posibilidad de conocer el estado que guardan todas las demás, como es el caso anterior. Las estrategias son únicamente heurísticas que deben tomar decisiones basándose en información local.

Lo anterior tiene relevancia biológica, pues una neurona no conoce el estado en el que se encuentran las restantes neuronas en la red: solo tiene la posibilidad de conocer el estado de un subconjunto pequeño de neuronas [41]. El algoritmo del mapeo autoorganizado es capaz de generar estructuras ordenadas partiendo de estados no ordenados únicamente recurriendo a información local.

En 1982, Teuvo Kohonen propuso el mapeo autoorganizado como un algoritmo que alcanza una estructura ordenada partiendo de una estructura desordenada, como en la fig 2.3, con un mínimo de información disponible para las neuronas con respecto a las demás neuronas en la red. Kohonen se

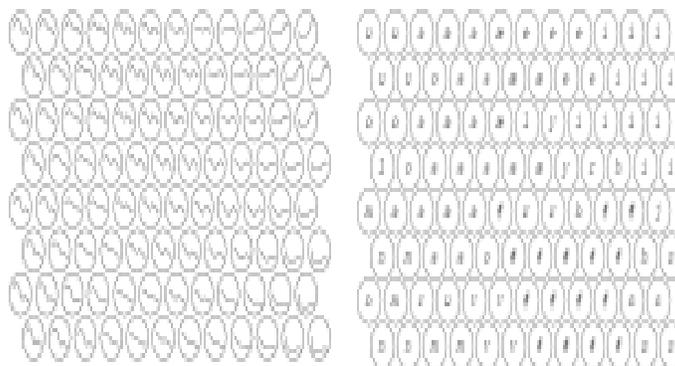


Figura 2.4: Mapa formado por el algoritmo SOM para diferentes fonemas.

encontraba estudiando los mecanismos de ordenamiento que le permitieran construir una máquina a la que le pudiera hablar y pudiera reconocer lo que se le decía. Al proponer el algoritmo que después recibiría el nombre de mapeo autoorganizado, se encontró con que neuronas contiguas se activaban para sonidos parecidos, en tanto que sonidos diferentes eran reconocidos por neuronas alejadas entre sí (ver fig. 2.4).

El funcionamiento general del SOM se detalla a continuación. En la figura 2.5 se observa el espacio de entrada o espacio de estímulos. Cada uno de estos estímulos será mapeado a una neurona de tal forma que la topología definida sobre los estímulos se mantenga en las neuronas sobre las que se mapearon los estímulos. En otras palabras, cada estímulo mantiene una relación de vecindad con los estímulos restantes que el mapeo a un espacio de dimensión menor debería de mantener.

Un estímulo a es descrito por un vector de características, v_a . Cada característica o variable define una dimensión. Así, si los estímulos están formados por cinco variables, el espacio de estímulos o entrada es de dimensión cinco. A cada neurona n se le asocia un vector de pesos w_n cuyo número de componentes es igual a la dimensión del espacio de estímulos. Cada estímulo es mapeado a la neurona que se le asemeja más. Esta neurona recibe el nombre de *best matching unit*, en lo sucesivo BMU. La semejanza entre el vector de estímulos y el vector de pesos está dada por la distancia entre w_a y v_a . De esta forma, la BMU para el estímulo a está dada por:

$$\forall_a \min(d(w_a, v_i)) \quad (2.1)$$

Se ha reportado que la métrica para calcular la BMU no es relevante

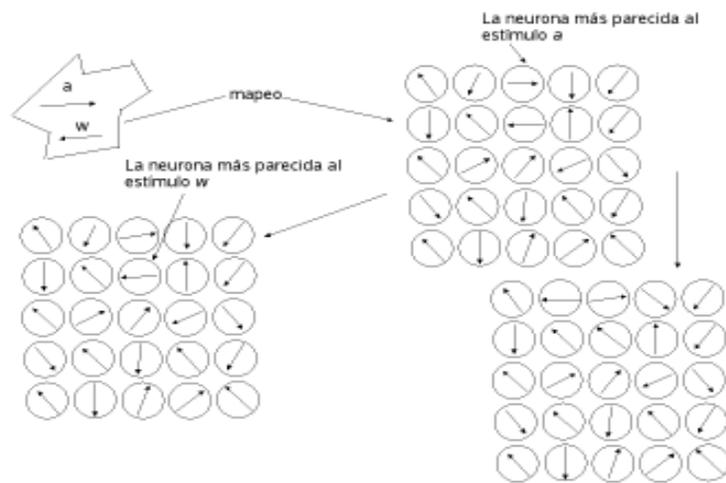


Figura 2.5: Formación de mapas como consecuencia de la modificación de los pesos. Cada estímulo multidimensional (a, w) es mapeado a una red de neuronas, en la que la neurona más parecida (BMU) se modificará para parecerse aún más al estímulo, al tiempo que permite que sus neuronas *vecinas* vean modificado su vector de pesos.

[22, 26], aunque en general, se recurre a la distancia normal o a la distancia euclídeana. En [108] se reporta que la distancia de Mahalanobis genera mejores resultados cuando se emplea al SOM como herramienta de clasificación.

Una vez que a es mapeado a la neurona a , esta última modifica su vector de pesos w_a , de tal forma que se asemeje aún más a v_a . Esto se logra al aplicar la ecuación 2.2

$$w_a(t + 1) = w_a(t) + \alpha_a(t)h_a(g, t)(v_i - w_a(t)) \quad (2.2)$$

En donde g es la neurona activa o BMU. Para el caso en el que a sea la BMU, g es sustituido por a . Por el momento, considérese que tanto el factor de aprendizaje $\alpha_a(t)$ como la función de vecindad $h_a(g, t)$, que serán analizados en breve, mantienen un valor de 1. Esto lleva a que la ec 2.2 se reduzca a:

$$w_j(t + 1) = v_i \quad (2.3)$$

La ecuación anterior muestra que el vector de pesos de la neurona activa se modifica de tal forma que coincida con el vector de características del estímulo que fue mapeado a ella. Supóngase ahora que el estímulo w , que, como se observa en la figura 2.5, se encuentra muy alejado del estímulo a , es mapeado. Dada la aleatoria distribución original de pesos, es posible que la neurona b , localizada en la vecindad de a , presente un vector de pesos muy parecido al vector de características de w , lo que la convertiría en la BMU (2.5 imagen inferior izquierda). Al ser mapeado el estímulo w a la BMU w , las relaciones de vecindad no se mantienen. Por esta razón, cuando una neurona se convierte en BMU, es necesario que afecte a sus *vecinas* para que éstas modifiquen sus vectores de pesos, como se muestra en la fig 2.5 inf. derecha. De esta forma, si la BMU a modifica el vector de pesos de w , entonces la probabilidad de que w sea mapeado a la zona de influencia de a es muy baja. Este es el mecanismo básico del SOM.

La zona de influencia de una BMU está dada por la función de vecindad, mostrada en la ec. 2.2 como $h_a(g, t)$, e indica qué neuronas serán afectadas por a . La fig 2.6 muestra dos ejemplos de vecindad (conocidos también como *kernels*). En el primero, la vecindad es de tipo burbuja, en la que todas las neuronas que se encuentren en la hipersfera de radio r serán afectadas en la misma magnitud, en tanto que en el segundo caso, conocida como vecindad gaussiana, la influencia entre la BMU y sus vecinas es una función decreciente con la distancia.

Se mencionó ya que es necesario que la BMU afecte a sus vecinas con el objetivo de preservar la topología. Además, es necesario que la vecindad sea decreciente con el tiempo. Esto es, la zona de influencia de una BMU debe

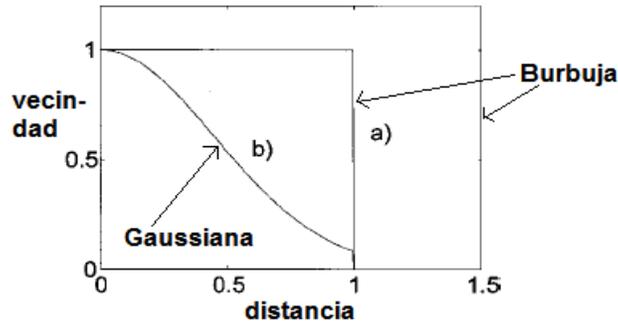


Figura 2.6: Vecindades de burbuja y gaussiana.

disminuir a fin de que el SOM converja [23]. Se ha propuesto y casi afirmado que la función de vecindad es decreciente con respecto a la distancia y al tiempo. Al inicio del aprendizaje, ésta función suele ser cercana a 1 para todas las neuronas, lo que permite la formación de cúmulos. Hacia el final del aprendizaje, esta función de vecindad es cercana a 0 [41, 26].

Dado que cada estímulo modifica el vector de pesos de la BMU y sus neuronas vecinas, es necesario que el proceso del mapeo sea repetido varias veces. Existen dos fases en el proceso de autoorganización. En la primera, la de *ordenamiento*, los vectores de pesos se modifican de tal forma que existe un ordenamiento topológico (ver ecs 2.5, 2.6). Empíricamente [41, 32] se ha encontrado que esta fase puede tomar hasta 1000 épocas (una época concluye al mapear todos los estímulos). En esta, el parámetro de aprendizaje comienza con un valor cercano a 0.1 ($\alpha(0) = 0,1$) y decrece hasta tomar valores cercanos a 0,01. La vecindad inicial es tal que la neurona que se encuentre en el centro de la malla incluirá a la mayoría de las neuronas y decrecerá hasta afectar únicamente a las primeras vecinas.

La segunda fase en el proceso de autoorganización se conoce como *convergencia*. En ella, se da el ajuste fino en los vectores de pesos y con ello representar una mejor aproximación del espacio de entrada. En general, esta fase puede durar hasta 500 veces el número de neuronas. Aquí, el parámetro de aprendizaje comienza con valores cercanos a 0.01 y hacia el final toma valores apenas mayores a 0 ($\alpha(0) \simeq 0,01, \alpha(n) \ll 1$). La vecindad comienza incluyendo a unas cuantas neuronas y hacia el final de la fase, ésta se reduce a incluir únicamente a la neurona activa [41, 102].

El algoritmo del SOM se resume como:

1. Asignar una vecindad $h(0)$ y un factor de aprendizaje $\alpha(0)$ iniciales.

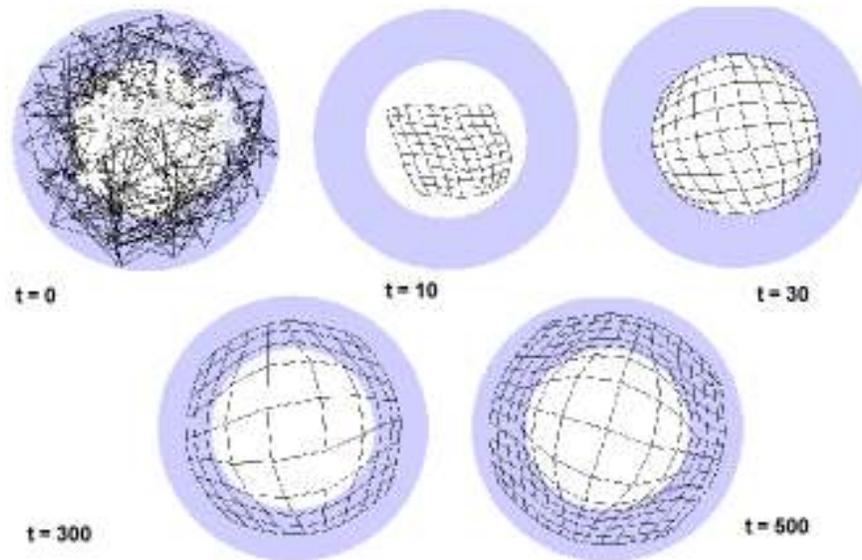


Figura 2.7: Plegado de los pesos en el SOM para el conjunto de datos bidimensional formado por un anillo unitario.

2. Para cada estímulo i y vector de características v_i
 3. escoger como BMU la neurona a con el vector de pesos w_a más próximo a v_i (ec. 2.1)
 4. delimitar la zona de influencia de a de acuerdo a la vecindad
 5. permitir el aprendizaje (adaptación) de a y de las neuronas en su zona de influencia (ec. 2.2)
6. modificar la vecindad $h(t)$ de acuerdo a algún esquema específico (*annealing*)
7. modificar el factor de aprendizaje $\alpha(t)$ de acuerdo a algún esquema (*annealing*)

Los pesos son aleatorios al inicio del algoritmo y se ordenan conforme avanza el proceso de autoorganización (ver fig. 2.7). En esta figura, los estímulos son bidimensionales, por lo que puede verse el plegado de los pesos a fin de aproximar el espacio definido por un anillo unitario.

2.1. Fundamentos

El SOM ha sido estudiado desde diferentes ópticas. Sin embargo, no ha podido demostrarse analíticamente que la dinámica converge a un estado

que corresponda a un atractor, salvo para el caso unidimensional [26] Para que el SOM converja, es necesario que la vecindad y el factor de aprendizaje sean decrecientes, pero las funciones de vecindad y aprendizaje que logran tal efecto no han podido ser identificadas [25].

Erwin *et al* [23] han estudiado algunas características del SOM bajo la óptica de un sistema dinámico discreto. Entre sus conclusiones destacan la no existencia de una función de energía, lo que significa que no es posible garantizar por medios no analíticos la existencia de atractores [32]. Estos atractores corresponderían a estados en los que los vectores de pesos guardan entre sí una relación tal que la topología del espacio de estímulos se preserva sin errores. Este caso en general nunca ocurre y depende básicamente de la distribución de los estímulos en el espacio original.

Existen diversas medidas de error en el SOM. Dos son las más citadas y que intentan cubrir los aspectos de cuantización del error y preservación de la topología, dos características que hacen del SOM un buen método de reducción de dimensiones [30, 37, 36, 70, 61]. La primera es la cuantización del error (TE) y está definida por:

$$EQ = \sum_{i=1}^N (w_i - x_i)^2 \quad (2.4)$$

En donde w_i es el vector de pesos de la BMU para el estímulo i y x_i es el vector de características del estímulo i . La segunda medida de error es el error topográfico, definida como:

$$\epsilon_t = 1/N \sum_{i=1}^N \eta(x_i, w_i, \dots, w_p),$$

donde

$$\eta(x_i, w_i, \dots, w_p) = \begin{cases} 1, & \text{BMU y 2da. BMU no adyacentes} \\ 0, & \text{de otra forma} \end{cases}$$

El error topográfico verifica que la BMU y la segunda neurona más próxima para cada estímulo sean contiguas. De lo contrario, se interpreta como un plegado de los pesos erróneo.

Si bien no se ha demostrado que estas cantidades sean decrecientes con el tiempo, lo que supondría que son en realidad la función de energía del SOM, empíricamente se ha encontrado que son buenas medidas de error. En este trabajo, éstas son las medidas de error que se obtienen de los mapas formados con las modificaciones planteadas, a fin de compararlos con los mapas obtenidos por el SOM original.

El motivo por el cuál la BMU permite, durante una gran parte del proceso de aprendizaje, la modificación del vector de pesos de sus neuronas vecinas, se explica por la idea de preservación de topología: Objetos cercanos en el

espacio de características lo serán también en el espacio del mapeo [98]. La *actividad* en la vecindad de una neurona tiene como consecuencia que las neuronas localizadas en esa vecindad representen al objeto de manera semejante a sus vecinas, lo que resulta en un mapa *topográfico* [41].

El esquema de reducción de la vecindad y factor de aprendizaje no es crítico, pero existe evidencia empírica de que si disminuye exponencialmente, la probabilidad de convergencia y, con ello, un error bajo, es alta [99, 23]. El esquema de reducción, o *annealing*, ha sido objeto de estudio en diversos trabajos. Por ejemplo, en [19], es el algoritmo del SOM y no el usuario quien identifica de manera automática el esquema de reducción, basándose para ello en las propiedades locales de ordenamiento.

Si bien no existe una definición matemática de lo que es el ordenamiento para dimensiones mayores a 1, si existe para el caso unidimensional y se refiere al que el peso en neuronas vecinas guarde un orden ya sea creciente o decreciente [22]. El ordenamiento topológico ocurre en dos fases. En la primera, la fase de ordenamiento, los pesos se modifican de tal forma que quedan ordenados ya sea ascendente o descendentemente. Supongamos un mapeo unidimensional que se tiene un conjunto de n neuronas. Cada neurona i cuenta con un vector de pesos $w_{i\alpha}$ y $w_{i\alpha}$ representa el peso α de la neurona i . De esta forma, una vez que se da el ordenamiento, ocurre una de las dos situaciones siguientes [41]:

$$a) w_{0\alpha} \leq w_{1\alpha} \leq \dots \leq w_{i\alpha} \leq \dots w_{n\alpha} \quad (2.5)$$

ó

$$b) w_{0\alpha} \geq w_{1\alpha} \geq \dots \geq w_{i\alpha} \geq \dots w_{n\alpha} \quad (2.6)$$

Se ha intentado demostrar que el conjunto de neuronas activas del mapeo autoorganizado, o *configuración organizada*, es un conjunto de puntos que preservan la definición de topología para los estímulos en el espacio de características de alta dimensión [39, 71]. Así mismo, se ha intentado relacionar al mapa resultado del algoritmo de autoorganización con estados atractores. Sin embargo, al carecer de una función de energía, no es posible afirmar que dichos estados sean atractores [53].

En la fase de convergencia, después que los pesos alcanzan una de las configuraciones expresadas en las ecuaciones 2.5-2.6, éstos continuarán modificándose de tal forma que no violen la configuración alcanzada durante el ordenamiento [22]. En esta fase, los pesos de la neurona que mapea a cada objeto se modifican de tal forma que la distancia entre el vector de pesos y el vector que describe al objeto sea mínima, incluso llegando a 0 [41, 22]. Esto se conoce como cuantización de vectores.

Por otro lado, en [27] se afirma que los intentos actuales por definir lo que significa una configuración de neuronas ganadoras en el mapeo autoorganizado no son útiles para explicar analíticamente este proceso. Para intentar darle una explicación alternativa al mapeo autoorganizado, propone que dicho proceso sea visto como un sistema que se autoorganiza hacia la criticalidad.

La criticalidad autoorganizada es definida por Bak, Tang y Wiesenfeld [103] como un marco para entender la ocurrencia de las leyes de potencia en la naturaleza: los sistemas que presenten una criticalidad autoorganizada desarrollan de manera espontánea correlaciones de largo alcance sin la necesidad de que factores externos intervengan, en donde por largo alcance se entiende que existe influencia entre objetos no cercanos. La criticalidad autoorganizada tiene relación con la invarianza de escala espacio temporal en los eventos de un cierto fenómeno. Existen, por ejemplo, muchos temblores de tierra de baja magnitud, pero pocos temblores de alta magnitud. Al graficar el logaritmo de la magnitud de dichos movimientos contra el logaritmo del número de temblores para una magnitud dada se observa que los puntos aproximan una línea recta.

Cuando se grafica el logaritmo de la intensidad de cierto fenómeno contra el logaritmo de su frecuencia y se obtiene una línea recta, nos encontramos con un evento que sigue una *ley de potencias*. Los sistemas que son descritos por la ley de potencias presentan la característica de que entre más intensos sean los eventos, menos frecuentes serán [106]. Matemáticamente, tenemos que:

$$N(s) = s^{-\tau}$$

Donde $N(s)$ es el número de eventos de intensidad s y τ es la pendiente de la línea recta que se obtiene al graficar la ecuación anterior. Si $\tau = -1$, se trata de un evento que se autoorganiza hacia la zona crítica [103].

Los sistemas que se rigen por la ley de potencias presentan la misma estructura en todas las escalas. Un sistema es libre de escalas si se mantiene sin cambio, en sentido estadístico, al ser analizado en diversas escalas: Esto es, si al profundizar en el detalle (acercamiento) o al perder resolución (alejamiento), se observa la misma estructura original, el fenómeno analizado es libre de escala. Los eventos libres de escala se rigen por la ley de potencias [107]. La modificación de los pesos en el SOM sigue una dinámica acotada por una ley de potencia, como se ha propuesto en [27]. Lo anterior se inserta en el ámbito del SOM al observar los cambios en el vector de pesos del SOM durante la fase de ordenamiento. La fig. 2.8 muestra la relación entre el número de neuronas que modifican su vector de pesos y la magnitud de

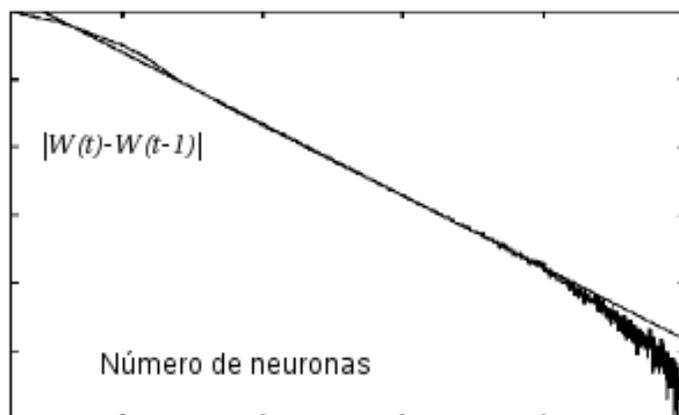


Figura 2.8: En el eje de las x se muestra el número de neuronas en tanto que en el eje y aparece la magnitud del cambio en los pesos (ΔW). Se observa que pocas neuronas (hacia el origen) muestran un cambio grande en los pesos, en tanto que muchas neuronas apenas si modifican su vector de pesos. La gráfica es log-log. La pendiente de la recta es $\tau = 1,01$.

la modificación. Se observa que existe una ley de potencia $N(s) = s^{-\tau}$, con $\tau = 1,01$. Esto quiere decir que existen *avalanchas* (cambios en los pesos) de todas las escalas, tanto pequeñas como grandes [27].

2.2. Capacidad de cómputo

Se ha demostrado que el SOM es un aproximador universal de funciones, lo que le da un amplio espectro de aplicaciones potenciales [64]. A continuación se mencionan brevemente algunas de esas aplicaciones.

La propiedad de preservar la topología definida sobre el espacio de estímulos le ha valido al SOM ser ampliamente utilizado en el análisis de datos multidimensionales [98]. En [92] se estudia el patrón de expresión de diversos genes, en donde el espacio de estímulos está formado por diversas variables de expresividad de los genes.

En [89] se presenta la formación de cúmulos por países de acuerdo a 39 variables socioeconómicas, mostrando claramente un conglomerado de países pobres y otro de países desarrollados. En [88], el SOM se aplica a un conjunto de escritos arcaicos a fin de identificar el alfabeto, bajo la hipótesis de que símbolos semejantes son variantes de un mismo carácter.

El SOM también ha sido utilizado como herramienta de compresión de datos. Como el mapa formado por el SOM reduce las dimensiones de los datos

procesados reacomodándolos de tal forma que las relaciones de vecindad que guardan los datos en el espacio de estímulos no se pierda, o se pierda lo menos posible (preservación de la topología), ha sido considerado como una buena alternativa en la compresión de imágenes, con resultados notables [62, 63].

En robótica, el SOM ha sido utilizado como un modelo de mapa de navegación [95], en la que estímulos multifactoriales son mapeados a una red bidimensional que permiten generar una ruta de navegación. En el control de brazos articulados, el SOM también ha mostrado ser una buena alternativa [96]. En este esquema, los posibles movimientos que un brazo con tres grados de libertad puede ejecutar son mapeados a una red bidimensional

En medicina, el SOM ha permitido reconstruir la estructura tridimensional de la corteza cerebral, incluyendo los pliegues y hendiduras, a partir de imágenes obtenidas por fMRI, lo que no se logra adecuadamente con otras herramientas [65] En [66] el SOM permite obtener características de interés para los médicos en una imagen médica.

El SOM ha mostrado ser una herramienta adecuada para el análisis de series de tiempo. Dado que el SOM supone un conjunto de datos estático como fuente de estímulos, las variantes que analizan series de tiempo incorporan mecanismos que representen la temporalidad en la dinámica de la formación del mapa. Por ejemplo, en [97] se presentan variantes que permiten estudiar series de tiempo y clasificarlas como caóticas o periódicas.

2.3. Fundamentos biológicos del SOM y su estudio como modelo de la corteza cerebral

La topología de la corteza cerebral ha sido estudiada con detalle. Se ha encontrado que en general existen capas o niveles [5] (Ver fig. 2.9) lo que ha llevado a algunos especialistas a suponer que el procesamiento de información es jerárquico. Se ha observado también la existencia de neuronas excitatorias y neuronas inhibitorias. Las primeras representan el 80 % del total, en tanto que a las segundas corresponde el 20 %. Las neuronas excitatorias pueden ser de corto y largo alcance en tanto que las inhibitorias son únicamente de corto alcance. No se conocen detalles de la distribución de las conexiones de largo alcance en las neuronas excitatorias [11, 14].

Buzsáki *et al* han encontrado que la conectividad en las neuronas de la corteza cerebral mantiene una fuerte estructura local, al tiempo que algunas de las neuronas muestran una conectividad de largo alcance. Izhikevich *et al* [11] han caracterizado las conexiones como 75 % de conectividad entre

neuronas próximas y 25 % con neuronas más alejadas.

Las conexiones en la corteza cerebral muestran un crecimiento mayor con respecto a las neuronas al incrementarse el volumen del cerebro. Se ha calculado que el volumen de conexiones W crece como $W = G^{4/3}$, donde G es el volumen de neuronas [13, 12].

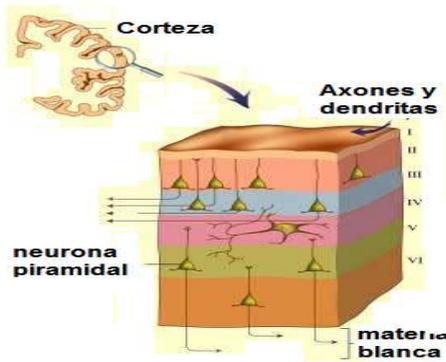


Figura 2.9: La corteza cerebral del humano. Se observa la existencia de 6 capas.

Analizando el cerebro de diversos roedores, se ha observado que la proporción de neuronas en la corteza cerebral con respecto al total de neuronas en el cerebro es constante y se encuentra en alrededor del 20 % [6].

Sakata [58] muestra que las redes en el cerebro, y en particular la corteza cerebral, presentan propiedades estadísticas que se asemejan a las redes sociales cooperativas, en las que la cohesión es muy alta. Se sugiere en ese artículo, aunque no se demuestra, que existen mecanismos genéricos que dan como resultado la organización tanto en el cerebro como en las redes sociales.

El mundo se interpreta a través del cerebro. La corteza cerebral procesa información proveniente de los sentidos [87, 35]. Los estímulos sensoriales, detectados por neuronas que detectan diferencias de la presión, son procesados en la corteza somatosensorial. La fig. 2.10 muestra las regiones en la corteza que procesan la información táctil proveniente de diferentes regiones de la piel. Se observa que existe un *ordenamiento topográfico*, esto es, regiones próximas entre sí en la corteza procesan información proveniente de regiones cercanas en la piel. La explicación de este fenómeno va desde mecanismos de selección natural *ad hoc* hasta procesos de autoorganización.

El SOM ha sido estudiado como un modelo de formación de mapas topográficos en la corteza, con resultados sobresalientes [18, 49]. Un caso con significancia biológica se presenta por, Miikkulainen *et al* [50], en el que se

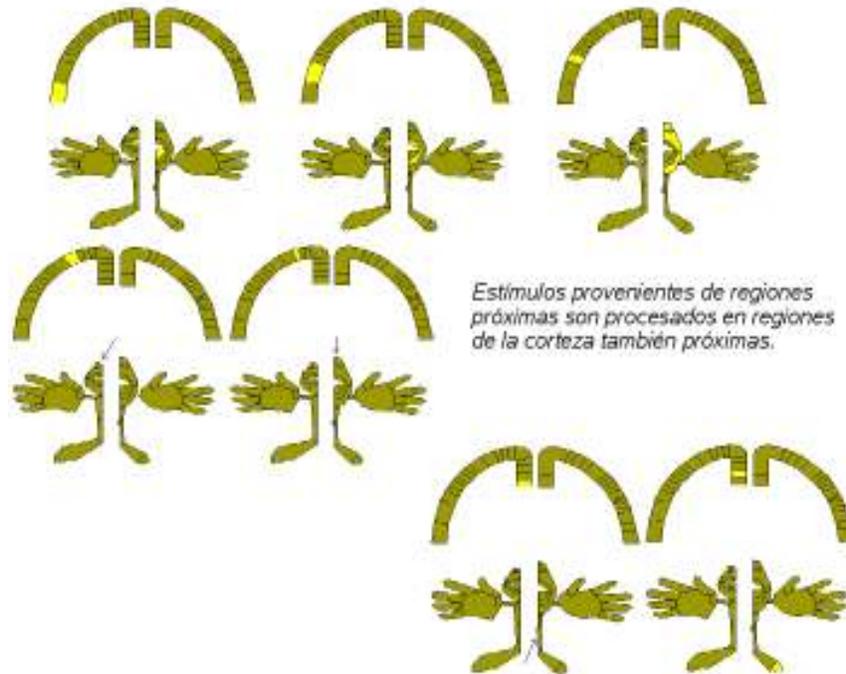


Figura 2.10: La corteza sensorial. Se observa que regiones cercanas en la corteza procesan información proveniente de regiones cercanas.

propone un modelo de la corteza visual donde las conexiones laterales (pesos sinápticos) siguen un proceso semejante al aprendizaje hebbiano dinámico, que contrasta con modelos previos en el que el aprendizaje es estático [48, 16, 24]. En este modelo, la inhibición lateral juega el papel de conexiones sinápticas entre neuronas lo que posibilita plasticidad neuronal.

El hecho de que el algoritmo del SOM sea capaz de generar estructuras ordenadas a partir de estructuras no ordenadas basándose en principios de autoorganización es notable. Sin embargo, existen restricciones biológicas que no se han estudiado con el debido detalle en el SOM. La primera es que las redes de neuronas en la corteza cerebral no son regulares. La segunda es que la influencia de una neurona no tiene por qué ser radial y por último, las neuronas presentan mecanismos de saturación que las llevan a periodos refractarios.

Si el SOM ha de ser entendido como un modelo de la corteza cerebral, es necesario incluir algunas de las características propias tanto de las neu-

ronas (periodo refractario) como de sus interacciones (aprendizaje hebbiano y la topología que definen sus conexiones). En este trabajo se muestran tres variantes del SOM que presentan un mayor realismo biológico al estudiar i) la formación de mapas sobre redes complejas; ii) la influencia diferenciada entre la BMU y sus vecinas; y iii) el efecto de la incorporación del periodo refractario en las neuronas.

2.4. Patrones de actividad en la corteza cerebral

Dada la topología que presenta la corteza cerebral, los patrones de actividad simétricos y regulares que muestra el SOM no son posibles. Cuando un estímulo o vector de entrada es mapeado a una neurona, ésta se activa, al igual que ésta activa a las neuronas que se encuentran en su vecindad. En el SOM típico, la vecindad de la BMU se supone radial lo que lleva a que el BMU afecte con la misma intensidad a todas sus vecinas. Sin embargo, se ha observado que en la corteza este patrón no es posible [43, 29].

Algunas variantes del SOM en los que los patrones de actividad del SOM refleja en cierta medida lo que ocurre en la corteza cerebral son el de Liljeholm *et al* [47] y el de [94], en el que una modificación en el esquema de adaptación del algoritmo de tal forma que se incluye la inhibición en regiones diferenciadas para las vecinas de la BMU, lo que lleva a una estructura semejante a un rehilete. Sin embargo, el patrón de actividad que se obtiene continúa siendo radial y simétrico.

Aunque las técnicas de monitoreo de la actividad cerebral carecen de la resolución que permita establecer sin ambigüedades los patrones de actividad, existen pocas dudas sobre la actividad simultánea en diferentes regiones del cerebro [10, 35].

Los patrones de actividad asimétricos presentes en la corteza cerebral (ver fig. 2.11) pueden obtenerse al considerar algunas modificaciones en el SOM. En los siguientes capítulos, se detallan tres modelos que permiten la existencia de patrones asimétricos que reflejan un mayor parecido con los patrones en la corteza que los patrones exhibidos por el SOM.

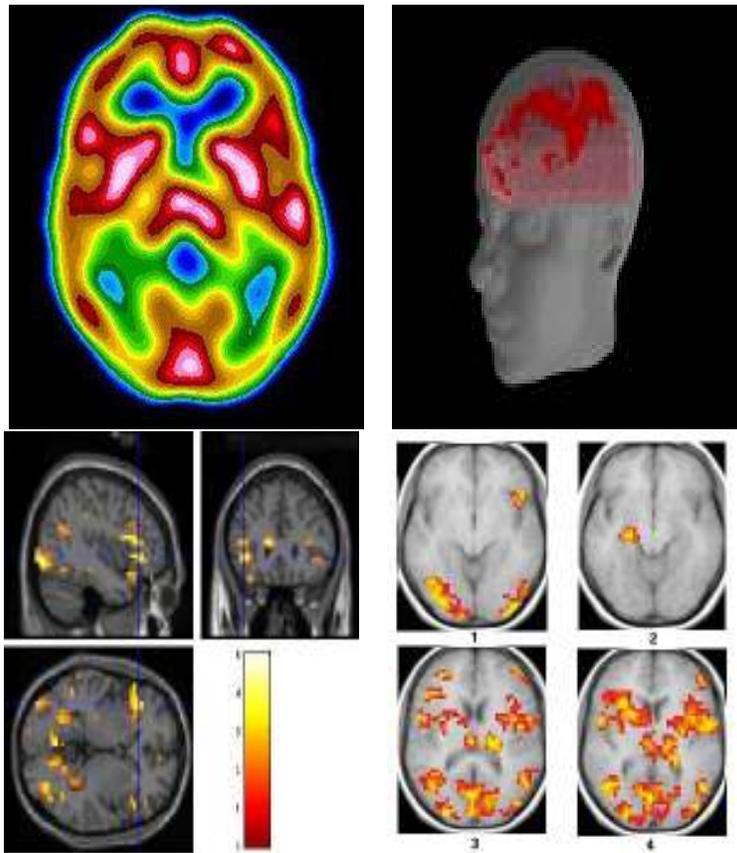


Figura 2.11: Actividad en la corteza cerebral obtenida por medio de fMRI. Se observa que las regiones activas no son simétricas ni continuas.

Capítulo 3

Mapeos autoorganizados sobre redes complejas

La topología de las redes de neuronas que constituyen los sistemas nerviosos no es regular ni aleatoria, sino que entra en el concepto de las *redes complejas* [10]. Estas redes presentan características cualitativas diferentes a las que presentan otro tipo de redes.

Una red está formada por un conjunto de nodos y conexiones entre estos, también llamadas aristas. La teoría de redes complejas tiene un fuerte componente heredado de la *teoría gráficas*. En este trabajo, nos enfocamos únicamente a ciertos aspectos de dicha teoría. Para una introducción detallada, se recomienda [110].

En la naturaleza, las relaciones que guardan los elementos a diferentes niveles han sido estudiadas bajo diferentes modelos de red. En estos modelos, cada elemento o nodo de la red es un componente o agente del aspecto biológico que se estudia en tanto que las aristas o conexiones representan relaciones entre componentes. Por ejemplo, en [74], cada elemento es una especie en tanto que las conexiones definen la relación trófica entre ellas. En [72], los nodos representan amigos y las conexiones representan relaciones de amistad y en [73] los nodos se asocian con genes y las aristas con las relaciones entre éstos.

Diferentes modelos de redes han sido aplicados para el estudio de los procesos mencionados en el párrafo anterior. Los modelos de redes aleatorias, los de mundo pequeño y los de redes libres de escala se encuentran entre los más comunmente referidos. En una red aleatoria, cada par de nodos estará conectado de acuerdo a una probabilidad p [109]. En un modelo de mundo pequeño, una red ordenada es modificada al sustituir conexiones entre nodos vecinos por conexiones entre nodos no vecinos, o de largo alcance. En una red libre de escala se un conjunto reducido de nodos tiene una alta

conectividad (número de aristas) en tanto que muchos nodos presentan una conectividad muy baja.

Diversos esfuerzos se han realizado a fin de condensar la topología de una red en un conjunto relativamente pequeño de parámetros estadísticos. Aunque no ha sido posible encontrar una función que asocie cada topología con un único conjunto de parámetros y que la distinguan adecuadamente de otras topologías [81], existen algunos parámetros que han mostrado dar suficiente información sobre las características generales de una red. Estos parámetros son la distancia característica y la cohesión [72].

La primera de estas propiedades, la distancia característica, L , representa la distancia promedio entre cualesquiera dos nodos, en términos del número de conexiones que deben recorrerse. Se define como:

$$L(G) = \sum_{\{u,v\} \subset N, u \neq v} d(u,v) \binom{n}{2}$$

Donde N es el conjunto de nodos en la red y $n = |N|$. $d(u,v)$ es el número de aristas que separan a los nodos u y v [72]. En general, $L(G) \leq diam(G)$, donde $diam(G)$ es el diámetro de la red y se define como la distancia máxima entre cualesquiera dos vértices.

El segundo parámetro es el coeficiente de aglomeración o cohesión, C , que representa la proporción de vecinos de un nodo que son vecinos entre ellos. El coeficiente de aglomeración local para el nodo v se define como:

$$C_v(G) = \frac{N_e}{k_n(k_n-1)/2}$$

donde N_e es el número de conexiones entre los vecinos de N y $k_n(k_n - 1)/2$ es el número máximo de aristas en una red de k_n nodos [72, 75]. $C(G)$, la aglomeración o cohesión de la red G se define como:

$$C(G) = \sum_{v=1}^n C_v(G)/n$$

En una red con una L grande, los mensajes, sean estos químicos, eléctricos, de texto, entre otros, tardan más en llegar a su destino, pues el número de conexiones que debe recorrer es grande. Por otro lado, si la L es pequeña, la velocidad de difusión del mensaje es menor [83]. Una cohesión elevada (C grande) indica que existe una interconectividad alta entre los componentes de la red, lo que significa que los nodos se relacionan entre sí. Una cohesión baja indica que los nodos no se relacionan entre sí y que para que un mensaje llegue a su destino, en promedio, deberá recorrer un número grande de nodos [78].

Estas propiedades estadísticas son diferentes para topologías de red distintas, por lo que son de utilidad en la definición de las propiedades generales de familias de redes. A continuación, se detallan las características particulares de las redes aleatorias, de mundo pequeño y libre de escala.

3.1. Redes de mundo pequeño

Supóngase una red regular, en la que cada nodo se conecta con $i = 4$ vecinos, como se muestra en las figuras 3.4. Ahora, con una probabilidad p , cada conexión entre vecinos será sustituida por alguna otra. Claramente, si $p = 0$, no existe ningún cambio y si $p = 1$ se tiene una red aleatoria. Una p muy pequeña es suficiente para que las características de la red cambien drásticamente, pues se crean atajos que hacen que la L disminuya. El esquema en que conexiones entre vecinos se sustituyen por conexiones de largo alcance recibe el nombre de modelo Watts-Strogatz [72]. Cuando, con una probabilidad p se agregan (sin que exista sustitución) conexiones, el modelo recibe el nombre de Newman-Watts [82]. Las figs. 3.1-3.3 muestran el cambio en la topología como función de p .

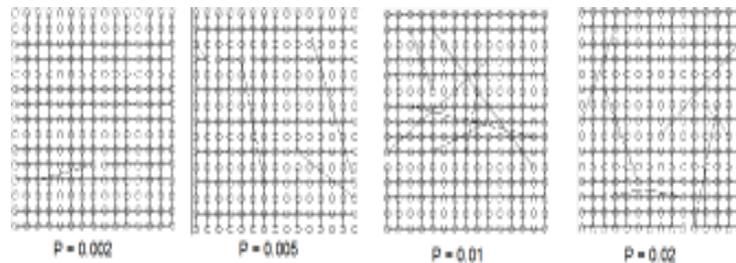


Figura 3.1: Cambio en la topología como función del parámetro de reconexión p .

La distancia característica L y la cohesión C se modifican como función del parámetro de reconexión p . La fig. 3.4 muestra cómo para unas cuantas reconexiones ($p \ll 1$) la L disminuye drásticamente en tanto que la C se mantiene alta. Esta es una de las principales características de una red de mundo pequeño: una alta cohesión y una distancia característica baja. En contraste, una red aleatoria presenta en general una cohesión muy baja y una distancia característica alta, en tanto que una red regular presenta una cohesión alta y una distancia característica baja [72].

La importancia de las redes de mundo pequeño para las redes neuronales es notable. La evidencia de que la estructura de los sistemas nerviosos mues-

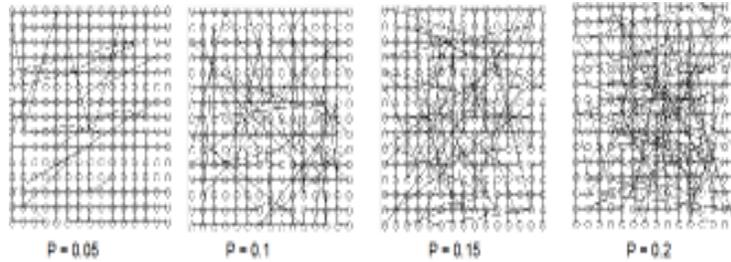


Figura 3.2: Cambio en la topología como función del parámetro de reconexión p .

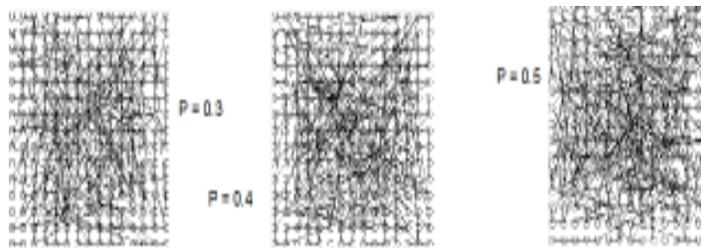


Figura 3.3: Cambio en la topología como función del parámetro de reconexión p .

tra una topología de mundo pequeño es importante. Por ejemplo, una red neuronal ampliamente estudiada es la del sistema nervioso del *C. elegans*. La fig. 3.5 muestra la conectividad entre las neuronas en el sistema nervioso. Esta red corresponde a una topología de *mundo pequeño* [104, 72].

En experimentos con neuronas *in vitro*, Shefi *et al* [80] han encontrado que el crecimiento sináptico entre neuronas da como resultado una red de mundo pequeño. Sporns *et al* [59] han encontrado que existe una estructura de mundo pequeño en la corteza cerebral, con una conectividad local alta pero con conexiones de largo alcance. Estos y otros autores especulan sobre la naturaleza de esta conectividad [104].

La red mostrada en la figura 3.5 presenta una $C = 0,28$ y $L = 2,65$, valores diferentes a los que cabría esperar si fuese aleatoria ($C = 0,05$ y $L = 2,25$). La red de la corteza cerebral de diversos primates también presenta una topología de mundo pequeño (ver fig. 3.6).

Las características de un sistema de procesamiento de información con estructura de mundo pequeño pueden resultar interesantes. La información recorre en promedio menos aristas para alcanzar cualquier nodo, lo que significa una mayor velocidad para el flujo de información. Además, la elevada

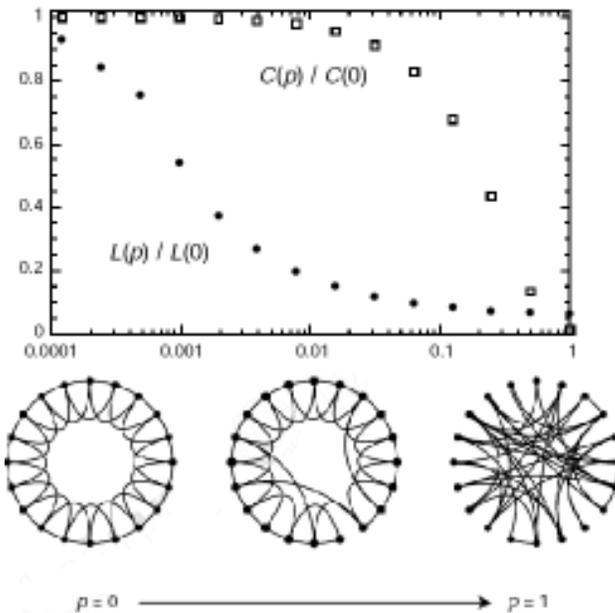


Figura 3.4: La distancia característica y la cohesión como función del parámetro de reconectividad p . Se observa que para valores de $p \ll 1$, la distancia característica disminuye en tanto que la cohesión se mantiene elevada, hasta que p rebasa un cierto umbral.

cohesión (con respecto a las redes aleatorias subyacentes) permite una mayor redundancia, que da robustez a la red, lo que se traduce como una mayor tolerancia a la remoción de nodos, pues existe más de una ruta entre la mayoría de los nodos.

3.2. Redes libres de escala

Al estudiar la topología que guarda la *world wide web*, Barabasi *et al* [] observaron que muy pocos sitios tienen un número de conexiones entrantes (ligas de otro sitio al primero) muy alto, en tanto que la gran mayoría de sitios apenas si son redirigidos desde otros sitios. Aunque sus resultados estuvieron circunscritos al dominio de la Universidad de Notre Dame, son fácilmente extrapolables a la WWW. Por ejemplo, el sitio de www.google.com corresponde al conjunto de los altamente conectados en tanto que la mayoría de las páginas personales de nuestros amigos apenas si se encuentran conectados (ver fig. 3.7).

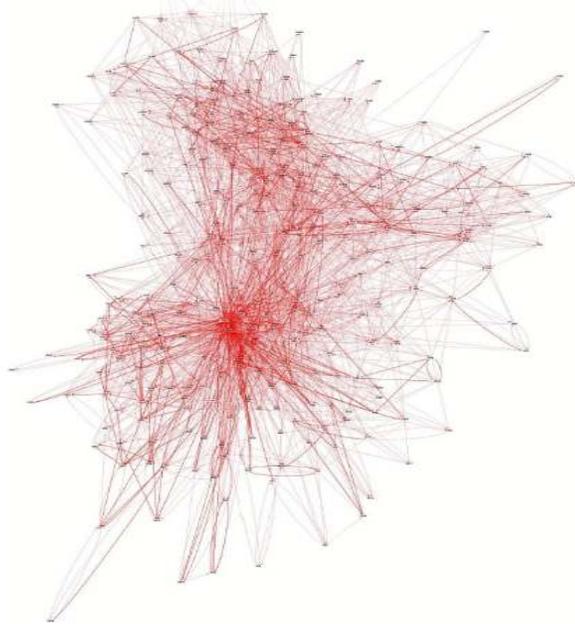


Figura 3.5: La red de neuronas del *C. elegans*. La distancia característica L es de 3.2, en tanto que la cohesión de la red C es 0.341.

Barabasi observó que existe una ley de potencias (ver sección 2.1) que relaciona la probabilidad de tener k conexiones y el número de sitios con esa probabilidad (ver fig. 3.8). En esta figura, obtenida con log-log (logaritmo en ambos ejes), se observa la distribución de la conectividad. Un número pequeño de nodos tiene una alta conectividad en tanto que un número grande de nodos (y una cola larga) presenta una conectividad muy baja.

Una distribución de ley de potencias implica una red libre de escala. Una red libre de escala es aquella en donde no existe una conectividad 'típica'. En una red aleatoria, la distribución de la conectividad de los nodos sigue una curva *gaussiana*, con la mayoría de los componentes (sitios en el caso de la *www*) con una conectividad promedio. Sin embargo, en una red libre de escala no existe tal preferencia, esto es, no hay una escala para la conectividad de la red.

Los nodos que presentan una alta conectividad son conocidos como *hubs* o concentradores y son el soporte principal de la conectividad de la red. En las redes libres de escala, la remoción aleatoria de nodos no genera grandes cambios en el comportamiento de la red, pues la red remanente sigue siendo conexa [75]. Sin embargo, la remoción selectiva de los nodos concentradores conlleva a grandes cambios en la estructura de la red restante: esta se hace

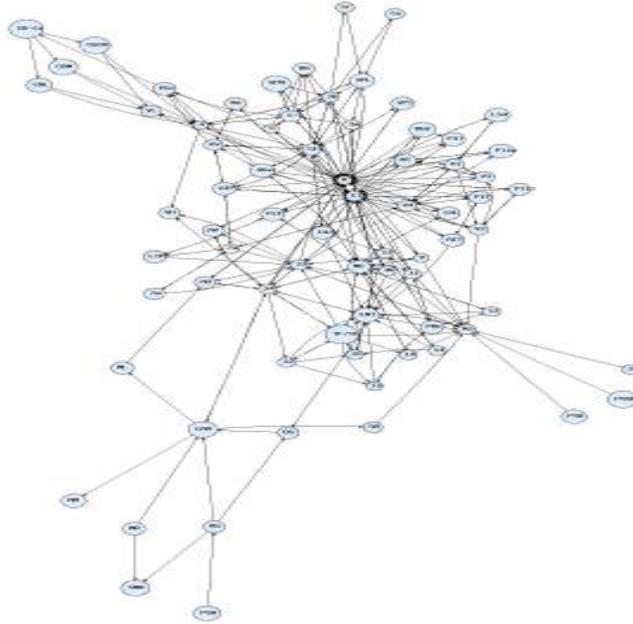


Figura 3.6: Red de neuronas genérica de la corteza cerebral de los primates.

en general inconexa, con dos o más subredes inalcanzables unas de otras.

Redes libres de escala han sido identificadas en diversos ámbitos. Por ejemplo, la redes aeroportuarias y de puertos de cabotaje [75, 78] presentan una estructura de este tipo, lo mismo que redes genéticas [90], redes tróficas [72] y redes neuronales [75].

En general, las redes libres de escala muestran tanto una distancia característica como una cohesión bajas. La distancia característica es del orden de $\log N / \log \log k$, donde N es el número de nodos y k es el grado de conectividad. Esta red es robusta a la remoción de nodos al azar, pero es extremadamente sensible a la remoción focalizada de nodos. Si solo unos cuantos *hubs* son removidos, la red se hace inconexa [77].

Diversos modelos de formación de redes libres de escala han sido propuestos [77]. El modelo Barabasi-Albert comienza con un conjunto de m nodos susceptibles de ser conectados a los nodos que se agreguen a la red. Cada nuevo nodo que se incorpore podrá conectarse con k nodos de la red. Los nodos con los que se conectará no son escogidos al azar, sino con un sesgo dado por la conectividad: la probabilidad de conectarse a un nodo i con una conectividad c_i es mayor a la de conectarse con un nodo j que muestra una conectividad c_j si $c_i > c_j$. Las redes libres de escala muestran tanto una L como una cohesión bajas [78].

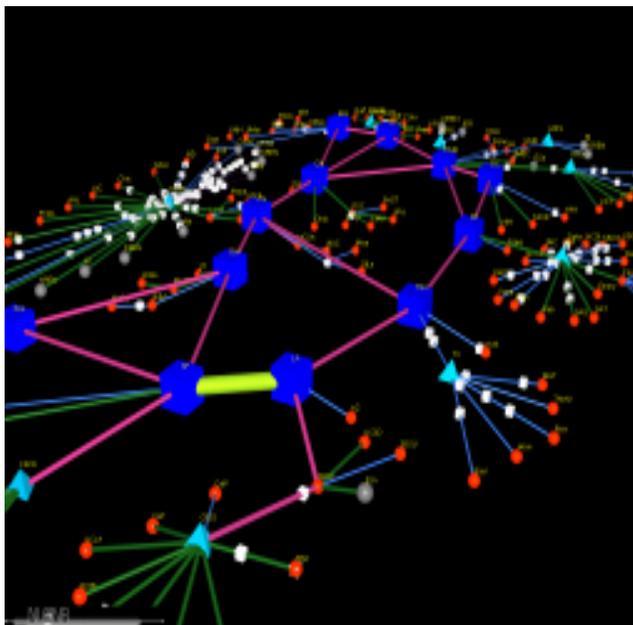


Figura 3.7: Topología de la WWW (www.cybergeography.org)

La gran mayoría de modelos de redes neuronales suponen que la conectividad entre los componentes es regular, esto es, que la red subyacente es ordenada. Sin embargo, algunos trabajos que suponen una topología compleja han mostrado resultados interesantes. Por ejemplo, [105] trabaja con el modelo de Hopfield pero modifica las conexiones de tal forma que se asemeje a una red de mundo pequeño. Reporta que una red con propiedades libres de escala es capaz de alcanzar los estados atractores en un tiempo menor.

3.3. Propiedades estadísticas de la red del SOM

Las redes sobre las que se forman los mapeos autoorganizados son regulares. No obstante, existe suficiente evidencia sobre la naturaleza no regular de la corteza cerebral [91]. Una red regular es aquella en la que las neuronas se conectan únicamente con primeros vecinos y cada neurona tiene el mismo número de conexiones (con excepción de las neuronas en la frontera). En este capítulo, presentamos una modificación a la topología de red en la que se forman los mapas. En otras palabras, la topología regular de la red es modificada al eliminar conexiones entre neuronas vecinas y agregar conexiones entre neuronas no vecinas.

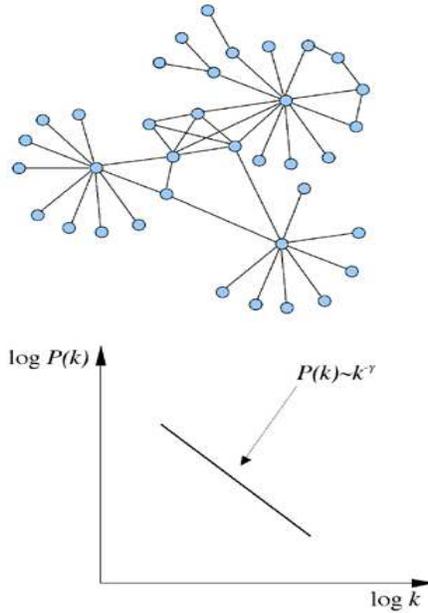


Figura 3.8: Ley de potencias que relaciona el número de sitios con una conectividad dada.

En la modificación a la topología propuesta, se observa que el TE está relacionado con algunas propiedades estadísticas de la red.

En este trabajo, se consideraron cuatro propiedades estadísticas de las redes en las que se forman mapas siguiendo el esquema original del SOM y se intenta relacionarlas con el TE de los mapas. Las dos primeras son la distancia característica L y la cohesión C , mencionadas en la sección anterior.

El tercer parámetro estadístico considerado es el grado normalizado de la neurona, O , calculado como el grado de la neurona (el número de conexiones) dividido por el número de neuronas en la red. El cuarto parámetro es la longitud característica de la conexión, que mide la distancia euclídeana promedio de las conexiones de cada neurona, y se identifica como Lg . El último parámetro analizado es la cohesión diferenciada, C_2 , definida de manera semejante a C_v salvo la cohesión se mide con todos los nodos de la red, no únicamente con sus vecinos, esto es, $C_2 = 2 \times N_e/n(n - 1)$.

Cuando en una red regular se remueven algunos de las conexiones o se sustituyen conexiones entre vecinos por conexiones de largo alcance, las propiedades estadísticas de la red se alteran. En una de las redes de la fig. 3.1 la distancia de la neurona en la esquina superior izquierda la neurona en la esquina inferior derecha es 2, puesto que existe una conexión entre la primera

y una neurona vecina de la segunda. Cuando algunos *atajos* se agregan a la red, el parámetro L cambia.

Se ha mencionado [22, 26] como condición para la autoorganización en el SOM que la vecindad debe ser decreciente con el tiempo y la distancia. Cuando una neurona se conecta con una neurona distante, de la que será su vecina por existir esa conexión, puede violar la restricción de el decrecimiento con la distancia. Se muestra en los resultados que la autoorganización es posible en esos casos.

3.4. Resultados

Se formaron decenas de miles de mapas en más de 1000 redes de 20x20 neuronas para tres conjuntos de datos: uso de codones, espiral y variables físicas de la ionósfera (de 64, 2 y 34 dimensiones cada uno). Algunas de las redes se formaron aplicando el modelo de red de mundo pequeño Watts-Strogatz [76], otras se formaron como redes libres de escala siguiendo el modelo de Barabási-Albert [77], algunas se construyeron por medio de un algoritmo genético que intenta encontrar una red que cumpla con ciertos valores especificados para los parámetros estadísticos y algunas redes fueron formadas manualmente. Se calculó el TE para cada red y cada conjunto de datos, mostrados parcialmente en la tabla 3.1.

Como un método para encontrar alguna relación entre el conjunto de parámetros estadísticos de una red y el TE del mapeo formado sobre ella, se aplicó la *función de información mutua*, Υ , que cuantifica la cantidad de información que puede ser obtenida sobre el estado en el que se encontrará un sistema si se conoce el estado actual de otro.

Siguiendo las ideas de Stanley [79], en el contexto de la mecánica estadística se define a Υ de la siguiente manera: considere un sistema compuesto (P, T) formado por dos subsistemas P y T . Sea p_i la probabilidad de encontrar al sistema P en el estado i , q_j la probabilidad de encontrar al sistema T en el estado j y sea P_{ij} la probabilidad conjunta de encontrar al sistema compuesto (P, T) en estado (i, j) . De esta forma, las entropías de los sistemas P , T y (P, T) serán:

$$H[P] = -K_B \sum_i p_i \ln p_i$$

$$H[T] = -K_B \sum_j q_j \ln q_j$$

$$H[P, T] = -K_B \sum_{i,j} P_{ij} \ln P_{ij}$$

Cuadro 3.1: Para cada vector de parámetros (O, C, L, C_2, Lg) se construyeron 100 rejillas. Se muestra el TE promedio total para 10 mapas obtenidos en cada una de las 100 rejillas para los conjuntos de uso de codones, espiral y ionósfera.

O	C	L	C_2	Lg	TE codon	TE espiral	TE ion.
0.00927	0.00000	9.00311	0.00000	0.11100	0.12285	0.11195	0.12100
0.00940	0.00333	11.10482	0.00563	0.10137	0.09125	0.11949	0.12231
0.00950	0.00108	12.79054	0.00138	0.09600	0.07666	0.12264	0.11092
0.00930	0.00500	10.00055	0.00095	0.10187	0.10375	0.12309	0.10982
0.00950	0.00000	9.80605	0.00000	0.11200	0.05428	0.12327	0.12878
0.00950	0.00000	13.30250	0.00000	0.00950	0.09000	0.14016	0.12334
0.00921	0.00100	9.00340	0.00110	0.11105	0.15879	0.14893	0.14227
0.01852	0.46514	9.31914	0.44186	0.27550	0.34000	0.34770	0.34972
0.00640	0.21441	8.39838	0.08404	0.22375	0.37375	0.46361	0.43571
0.01800	0.24999	4.10743	0.22984	0.66375	0.44750	0.46990	0.41428
0.02000	0.01398	3.14773	0.01585	1.62862	0.87500	0.61844	0.62571

Donde K_B es la constante de Boltzmann. Si T y P son estadísticamente independientes, $H[P] + H[T] = H[T, P]$. Si P y T son estadísticamente dependientes, la suma de las entropías es estrictamente mayor que la entropía del sistema compuesto. La información mutua se define como:

$$\Upsilon[P, T] = H[P] + H[T] - H[P, T]$$

La tabla 3.2 muestra Υ entre las propiedades estadísticas de las redes y el TE de los mapas generados sobre ellas. Puesto que los parámetros son continuos, fue necesaria una discretización. En la tabla 3.4 se aplicó una discretización de 10 intervalos para cada parámetro lo mismo que para el TE.

De la tabla 3.4 se observa que es posible obtener información acerca del TE mostrado por los mapas generados en una red a partir de las propiedades estadísticas de esa red. Es probable que la cuantificación de otros parámetros permita incrementar Υ , pero con los mostrados, los resultados son buenos. Se ha encontrado, por ejemplo, que si la L es fija, la red con una C menor tendrá un menor TE. En la tabla 3.1, la primera y séptima redes caen en este caso. Ambas son muy semejantes, excepto en el parámetro C , observándose que el TE es mayor en la séptima, que tiene un valor mayor de TE. Se observó,

Cuadro 3.2: Información mutua (Υ) entre las propiedades estadísticas y el TE. Se muestra también Υ entre los parámetros estadísticos y un número aleatorio y Υ entre los parámetros y su suma. Se observa que Υ para la suma de los parámetros es siempre mayor que la Υ entre los parámetros y el TE, lo que indica que dan más información los parámetros en el primer caso que en el caso del TE.

stat. params.	TE Codon	TE Espiral	TE Ionósfera	aleat	suma
L, C, O	0.535870	0.447190	0.431036	0.281995	0.772346
L, C, Lg	0.516973	0.425238	0.448462	0.223872	0.504323
L, C, C2	0.533277	0.445344	0.541378	0.289997	0.804441
L, C2, Lg	0.516780	0.396014	0.448462	0.172588	0.648434
L, C2, O	0.551115	0.440747	0.431036	0.278771	0.964771
L, C	0.708481	0.551289	0.725458	0.358407	1.017458
L, C2	0.596349	0.471481	0.584341	0.265458	1.049225
L, C, C2, Lg	0.472661	0.821742	0.535826	0.123935	0.819303

aunque la evidencia no es concluyente, que si la red satisface la condición $0.0093 < O \leq 0.0095$, $C \leq 0.0075$, $Lg \leq 0.116$, $L \leq 11.105$ los mapas formados sobre ella, independientemente del conjunto de datos, presentará los errores más bajos.

Si bien es cierto que una red no puede ser representada biunívocamente por un conjunto de parámetros [81], al menos el conocer las propiedades generales sí da información sobre las características de los mapeos que se forman sobre ella.

El hecho de que los mapeos autoorganizados que se forman sobre redes no homogéneas (incluidas las de mundo pequeño) sean equivalentes (en ocasiones mejores) que los formados sobre redes regulares es notable. Esto quiere decir que el algoritmo del SOM es lo suficientemente robusto como para formar buenos mapas incluso cuando la red contiene irregularidades. Además, es notable el hecho de que exista autoorganización en el caso de que una BMU afecte a neuronas muy alejadas y no afecte a neuronas próximas, lo que es consistente con las observaciones de la corteza cerebral. La evidencia de que la corteza cerebral presenta una topología de mundo pequeño es abundante [80, 59].

El TE y el EQ para mapas formados sobre redes construidas con los modelo Watts-Strogatz (WS) y Newman- Watts (NW) se muestran en las

figs. 3.9 y 3.10. Se consideran los errores promedio para los tres conjuntos de datos, sobre cientos de redes distintas para el mismo valor de p y 40 mapeos sobre cada una de ellas. Se observa que el TE es menor en el modelo de sustitución de conexiones (WS) en tanto que el EQ es menor en el modelo de adición de conexiones (NW). En ambas gráficas, $p = 0$ corresponde a la red traicional en la que se forman los mapeos. Para el caso de EQ, el modelo NW es decreciente con p para valores menores a 0,15. Esto se explica por el hecho de que al aumentar las conexiones, la cohesión no disminuye tanto como en el caso del modelo WS en tanto que la distancia característica disminuye en mayor medida que en aquel modelo.

Como se mencionó con anterioridad, la cantidad de conexiones en la corteza cerebral crece más rápido que el número de neuronas. Además, las conexiones, al menos en la corteza cerebral, parece que juegan un papel relevante. Por ejemplo, el número de neuronas en la corteza cerebral de la jirafa es semejante al de la corteza cerebral del humano, pero la cantidad de materia blanca (conexiones) en el primero es mucho menor a las conexiones en el segundo [10]. El modelo NW tiene cierta semejanza con ese esquema de crecimiento en tanto que el esquema WS mantiene fijas las conexiones.

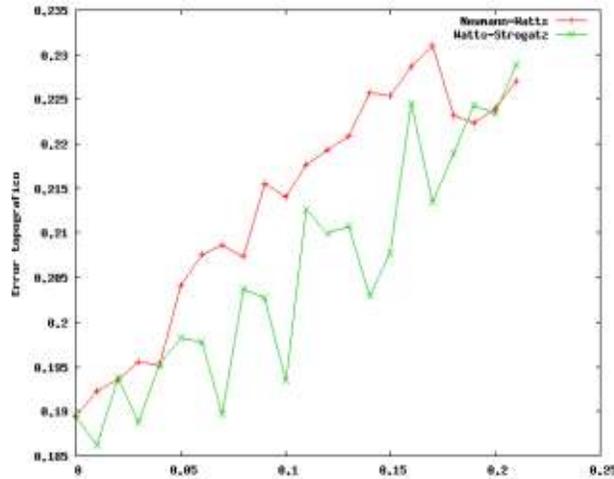


Figura 3.9: TE para redes formadas de acuerdo a los modelos Newman-Watts y Watts-Strogatz como función del parámetro p . El error para el modelo WS es menor que el mostrado por NW. Para ambos modelos tiende a crecer con p .

También se formaron mapeos autoorganizados sobre redes libres de escala, como los mostradas en la figura 3.11. Sin embargo, los errores para estos mapas fueron consistentemente mucho mayores que para los mapas formados

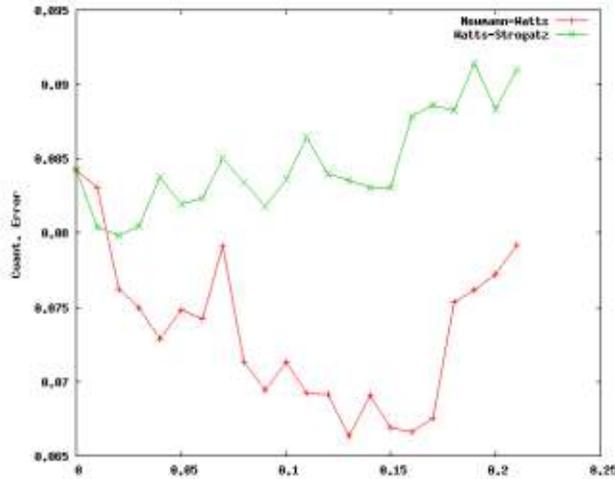


Figura 3.10: EQ para redes formadas de acuerdo a los modelos Newman-Watts y Watts-Strogatz como función del parámetro p . El error es menor para el modelo NW y se observa que para valores de $p < 0,15$, es decreciente. y mucho menor al error que presenta el SOM en la red original.

sobre redes regulares o redes de mundo pequeño. La causa del error tan elevado es la baja cohesión existente entre los nodos.

3.5. Discusión

La formación de mapeos autoorganizados en redes complejas es posible. Los errores para los mapas formados sobre redes de mundo pequeño son menores a los errores sobre mapas formados sobre redes regulares, al menos para aquellas redes con valores de reconexión pequeños. La posibilidad de formar mapas en redes de este tipo da mayor sustento biológico al mapeo autoorganizado, pues éste ha sido estudiado como modelo de la corteza cerebral, que presenta una estructura compleja.

Los modelos de reconexión de Watts-Strogatz y Newmann-Watts muestran diferencias importantes en cuanto a los errores de los mapas formados sobre ellos. El error topográfico es menor para el primer modelo en tanto que la cuantización del error es menor para el segundo modelo.

Los mapas formados sobre redes libres de escala presentan errores muy altos. Esto se debe a que no existe una cohesión elevada entre los nodos. De aquí, se infiere que la cohesión entre los nodos es un factor muy importante para una buena formación de mapas, pues esta cohesión se refiere a una

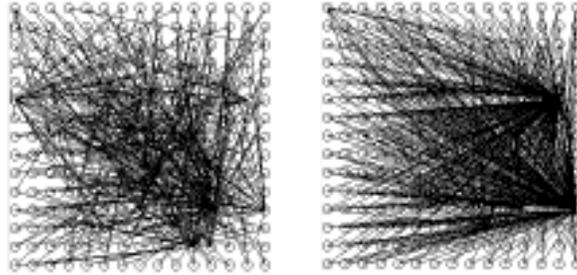


Figura 3.11: Redes formadas de acuerdo al modelo Barabási-Albert [78]. El error promedio para mapas formados con los tres conjuntos de datos es muy alto ($TE > 0,95$). Para la primera red, $L = 3,33$ y $C = 0,076$ y para la segunda $L = 2,013$ y $C = 0,099$.

influencia directa entre las neuronas, lo que conlleva a un mejor plegado de los pesos.

Capítulo 4

La función de frecuencia de activación en el SOM

Con el objetivo de darle mayor realismo a los patrones de actividad presentes en el SOM, se propuso una modificación en la ecuación de aprendizaje 2.2. Con esta modificación, se logra una influencia no simétrica entre la BMU y sus vecinas. Esta actividad no homogénea se logra mediante un parámetro denominado *frecuencia de activación*, que es una memoria que cada neurona tiene sobre el número de veces que ha sido afectada por cada BMU. Este parámetro se asemeja al aprendizaje hebbiano, como se detalla más adelante. Esta modificación al mecanismo de aprendizaje del SOM no lo limita, sino que, por el contrario, le confiere una dinámica más cercana a la exhibida por la corteza cerebral además de formar mapas con errores más bajos que los formados por el SOM.

Diversas modificaciones han sido propuestas a la ecuación de aprendizaje del SOM. Sin embargo, estas no reflejan la influencia que las neuronas ejercen entre sí. Algunos trabajos incorporan la influencia no radial entre vecinas, como por ejemplo, la modificación propuesta por Ler y Verleysen [45], en la que se define la regla del *pescador* y algunas reglas híbridas que reflejan una atenuación diferenciada en la adaptación de los pesos como función de la BMU. Este esquema permite la formación de vecindades no simétricas como una consecuencia del efecto de *atracción* de la BMU hacia las primeras vecinas en tanto que *repulsión* a las vecinas más alejadas.

La modificación consistió en un término adicional a la ec. 2.2 que cuantifica la frecuencia con la que cada neurona es afectada por cada BMU. Esta modificación se aplicó únicamente al esquema de vecindad de burbuja, dado que es sencillo mantener el registro de esta cantidad pues es simplemente las veces que una neurona se incluye en la vecindad de una BMU. Vale la pena recordar que en el SOM, la BMU afecta a todas sus vecinas con la misma

intensidad. Con esta modificación, esta influencia es diferenciada.

En el aprendizaje hebbiano, la relevancia de la sinapsis entre dos neuronas es una función de la frecuencia con la que ambas se disparan de forma simultánea para un mismo estímulo. En el modelo que se propone, se incorpora un parámetro tipo hebbiano a la regla de aprendizaje. Este parámetro define al SOM con frecuencia de activación, en lo sucesivo referido como AFSOM, que permite la formación de zonas de influencia no radiales ni simétricas.

La frecuencia de activación entre la neurona k y la neurona n se define como una función del número de veces que k ha sido BMU y que ha incluido a n en su vecindad (y por lo tanto, la ha afectado), cantidad identificada por T_n^k , dividida por el número de veces que n ha sido afectada por cualquier BMU, T_n . $\Omega_n(k)$ se define como T_n^k/T_n y representa la influencia de k hacia n .

La función de frecuencia de activación $\rho_n(k)$ es una función de $\Omega_n(k)$ ($\rho_n(k) = f(\Omega_n(k))$). La ec. 4.1 muestra la ecuación de aprendizaje al incluir este nuevo parámetro. Su imagen está en el intervalo $[0, 1]$ por lo que el crecimiento en los pesos se ve restringido, lo que se identifica como un problema en el esquema original del aprendizaje hebbiano [28]. Cuando no hay influencia de la BMU k a la neurona n , $\rho_n(k) = 0$. Por otro lado, cuando la influencia de k hacia n es máxima, $\rho_n(k) = 1$, y si $\rho_n(k) = 1 \forall_{n,k}$, se reduce al SOM tradicional.

$$w_n(t+1) = w_n(t) + \alpha_n(t)h_n(g,t)\rho_n(k)(x_i - w_n(t)) \quad (4.1)$$

Con el objeto de explicar la dinámica del SOM impuesta por $\rho_n(k)$, se define $H = h_1, h_2, h_3$ como el conjunto de las BMUs que incluirán a n en su vecindad (ver fig 4.1). Supóngase que durante la primera época y para el primer estímulo mapeado v_1 , h_1 es la BMU. n será afectado por la BMU $\rho_n(h_1) = f(1)$ puesto que $\Omega_n(h_1) = 1$. Supóngase ahora que h_2 es la BMU para otro vector, v_2 por ejemplo. Ya que n está en la vecindad de h_2 , la primera será afectada tanto como $\rho_n(h_2) = f(0,5)$ puesto que $\Omega_n(h_2) = 1/2$, pues n ha sido incluida dos veces en la vecindad de cualesquiera BMU ($T_n = 2$). Ahora, supóngase que h_3 es la BMU para v_3 . Afectará a n tanto como $\rho_n(v_3) = f(1/3)$ ya que $\Omega_n(h_3) = 1/3$. Si h_1 resulta ser la próxima BMU, afectará a n con una magnitud dada por $\rho_n(\Omega_n(h_1)) = f(2/4)$ ya que n ha sido afectada cuatro veces ($T_n = 4$) al tiempo que h_1 la ha afectado en dos ocasiones ($T_n^{h_1} = 2$).

Aquellas BMUs que incluyan a n en su vecindad con una alta frecuencia tienen un efecto mayor sobre ella que el efecto que muestran las BMUs que la incluyen como su vecina con menos frecuencia. Así que, siempre que la vecindad sea lo suficientemente grande como para que se incluya n , las neuronas

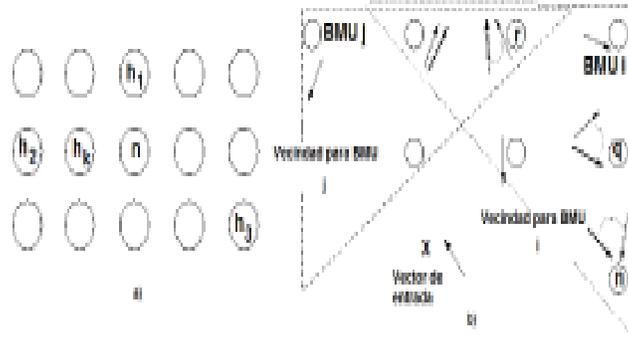


Figura 4.1: Las neuronas se ven afectadas como una función de la frecuencia de activación de la BMU. a) h_k , aunque está más próxima a n que h_2 , puede afectarla con una intensidad menor si no la ha afectado previamente. b) La influencia, mostrada como rotación en el vector de pesos, de la BMU i es mayor en n que en r , aunque i está más cerca de r que de n , puesto que r está siendo afectada a su vez por la BMU j , por lo que $\rho_n(i) > \rho_r(i)$. Las flechas gruesas representan el vector de pesos después de su modificación.

en H la afectarán como función de $\Omega_n(h_i)$. Si ocurriera que, después de que n ha sido afectada T veces, una nueva neurona, h_k entra a H , la afectará con una muy baja intensidad ($f(1/T)$), incluso si h_k se encuentra más próxima a n que el resto de las neuronas en H . Esta modificación conlleva un efecto inercial, en el que las neuronas tienden a ser influenciadas con una alta intensidad por aquellas BMUs que las han afectado con mayor frecuencia y son influenciadas con una baja intensidad por aquellas que las afectan con menor frecuencia. Entre más frecuentemente una BMU afecta a una neurona, más fuerte es el lazo entre la neurona y la BMU: $\rho_n(k)$ establece el peso sináptico entre la BMU k y la neurona n .

En el SOM, r (ver fig 4.1b) puede ser afectada tanto por i como por j con lo que su vector de pesos se vería modificado en la misma magnitud, en tanto la vecindad sea lo suficientemente grande como para incluirla, incluso si la distancia de i a r es mayor que la distancia entre j y r . Esta magnitud es independiente del esquema de modificación de $\alpha(t)$, ya que el esquema es una función únicamente del tiempo y del valor anterior, $\alpha(t - 1)$ [41].

En el SOM y para una misma época (ver fig. 4.1a), r y q son afectados por i con la misma intensidad, puesto que se encuentran a la misma distancia de i y el factor de aprendizaje es el mismo. En el AFSOM, en tanto, la influencia de i a r es diferenciada con respecto a la influencia mostrada en el SOM puesto que j ha afectado previamente a r . Incluso cuando la función de vecindad decrece de tal forma que r se excluye de la vecindad de j , la

influencia previa está registrada en la memoria de r ($\rho_r(\cdot)$), por lo que no será afectada por i con la misma intensidad con la que se vería afectado si r no hubiese afectado a j . Así mismo, i no afecta a r y q con la misma magnitud ya que r se ha visto bajo la influencia de otras BMUs (j), lo que es suficiente para modificar la frecuencia de activación con la que r es afectado por i : no importa si j ya no afecta a r , la frecuencia de activación de i a r toma esa influencia previa en cuenta.

Como en el caso de los parámetros de vecindad y aprendizaje, un esquema de modificación es necesario para el parámetro de frecuencia de activación. Dado que $\Omega_n(k)$ depende del número de veces que k incluye a n en su área de influencia, $\rho_n(k)$ depende de la función de vecindad y por lo tanto será decreciente con el tiempo, ya que la vecindad decrece con el tiempo. Por lo tanto, el esquema de reducción para $\rho_n(k)$ es irrelevante. No obstante, la forma que toma $\rho_n(k)$ es crítica: debe ser positiva definida en $\Omega_n(k)$, pero eso no es suficiente. Empíricamente se ha encontrado que aquellas funciones cuyo contradominio está en el intervalo $[0,5, 1,0]$ no solamente muestran errores menores sino también forman áreas de actividad no simétricas.

Una opción simple para la frecuencia de activación es $\rho_n(k) = \Omega_n(k)$. Esta función forma mapas con errores similares a los obtenidos por el SOM, al tiempo que comparte las propiedades de otras funciones de activación que forman mapas con errores menores. Al transcurrir el proceso de entrenamiento, el área afectada por $\rho_n(k)$ se ve reducida, pues, como ya se mencionó, la vecindad es decreciente con el tiempo, pero la intensidad sobre las neuronas afectadas por k aumenta. No obstante, esta intensidad no es radial pues algunas de esas neuronas pueden a su vez ser afectadas por otras BMUs.

En el AFSOM cada neurona cuenta con una memoria en la que registra el número de veces que cada neurona la ha afectado, $\Omega_n(k)$. Esta memoria puede ser conceptualizada como la intensidad sináptica entre cada par de neuronas. Si una BMU persistentemente afecta a otra neurona y ninguna otra la afecta, entonces la intensidad de la sinapsis es mayor que la intensidad sináptica entre otra neurona y las dos o más BMUs que la afectan.

Diversas funciones de frecuencia de activación candidatas fueron estudiadas a fin de identificar las propiedades generales de aquellas que permitieran: 1) bajos errores, 2) poca sensibilidad a las condiciones iniciales, y 3) formación de áreas de influencia no radiales ni simétricas para el BMU (ver fig. 2.11).

Aquellas funciones de frecuencia de activación que mostraron dar los mejores resultados se muestran a continuación. De todas las funciones analizadas para $\rho_n(k)$, solo unas cuantas muestran errores más bajos que los mostrados por el SOM y alcanzan esos errores mediante la influencia no radial de los BMUs, que es la propiedad más interesante de la variante propuesta.

$$(Regla\ 1) \quad \rho_n(k) = \Omega_n(k) \quad (4.2)$$

$$(Regla\ 2) \quad \rho_n(k) = \frac{1}{1 + e^{-2,5 \times \Omega_n(k)}} \quad (4.3)$$

$$(Regla\ 3) \quad \rho_n(k) = 0,5 \times \Omega_n(k) + 1 \quad (4.4)$$

$$(Regla\ 4) \quad \rho_n(k) = \frac{1}{1 + e^{-0,5 \times \Omega_n(k)}} \quad (4.5)$$

El rango para las reglas 2 - 4 (ecs. 4.2 - 4.5 es $[0,5, 1]$ mientras que el rango para la regla 1 (ec. 4.2) es $[0, 1]$. En los experimentos llevados a cabo con docenas de funciones de frecuencia de activación candidatas, aquellas que formaron mapas con los errores más bajos al tiempo que formaban áreas de influencia no homogéneas, presentan dos características básicas: 1) su rango es $[0,5, 1]$, y 2) son positivas definidas obre $\Omega_n(k)$. De aquí se concluye que la influencia de una BMU a sus vecinas no debe ser muy pequeña en ningún caso, incluido cuando la afecta por primera vez.

En el SOM, la función de vecindad define una región de influencia de la BMU. Define un efecto de difusión de actividad neuronal [42, 55]. La intensidad en la zona de influencia es radial y simétrica, lo que no es un biológicamente posible, en tanto que en el AFSOM, esas áreas de influencia no son radiales ni simétricas, y al mismo tiempo, como se muestra en los resultados (res), los mapas formados son equiparables e incluso con menores errores que los formados por el SOM con vecindad de buruja.

Si la función de frecuencia de activación $\rho_n(.) < 1$ entonces la neurona n no modificará su vector de pesos tanto como lo especifican $\alpha_n(.)$ y $|w_n - x|$. Entre más pequeño sea $\rho_n(.)$ menor será la modificación sobre el vector de pesos en dirección al vector de entrada x . Esto es, el vector de pesos de n no será atraído hacia el vector de entrada tanto como si la influencia fuera máxima ($\rho_n(.) = 1$). Así, n tiende a crear un vínculo más fuerte con la BMU k si existe un efecto de largo plazo (un valor alto de $\rho_n(k)$), en tanto que ese vínculo es más débil con una BMU j que tiene una influencia más reciente ella (ver fig. 4.2).

En el SOM, el esquema de aprendizaje (ec. 2.2) modifica los vectores de pesos de la BMU y de sus vecinas de tal forma que después de esta modificación el vector de pesos de la BMU continúa siendo el vector más cercano al vector de entrada que la activo. En contraste, en el AFSOM, el vector de pesos de la BMU puede no ser el más próximo al vector de entrada que la activo (ver fig- 4.3). Esto es, otras neuronas pueden modificar

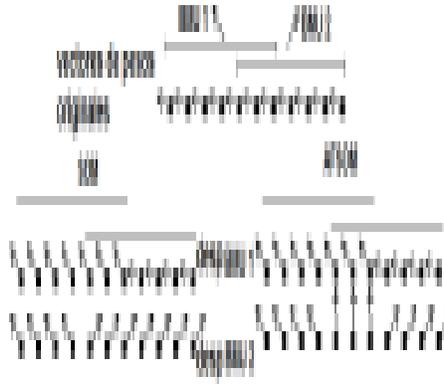


Figura 4.2: Modificación en el vector de pesos después de que dos estímulos han sido mapeados para el SOM y para el AFSOM para $\alpha = 1$ (izquierda) y para $\alpha = 0,5$ (derecha). Se observa que para la BMU 2, el vector de pesos sigue una dinámica diferente en el AFSOM para las tres neuronas centrales, puesto que éstas se encuentran bajo la influencia de dos BMs. La vecindad para cada BMU se indica con una línea sólida.

sus vectores de pesos y encontrarse en un estado de mayor actividad que la BMU, en el sentido de similitud entre vectores de pesos y el vector de entrada.

Para detallar este fenómeno, supóngase que k es la BMU para un cierto estímulo m e i se encuentra en la vecindad de k . Es posible que el vector de pesos de i se acerque más a m de lo que se acerque k a m . Considérese el proceso de autoorganización que toma lugar después de que m es mapeado a k : $w_k = w_k + \rho_k(k)(m - w_k)$. La neurona i también modifica sus pesos por estar en la vecindad de k : $w_i = w_i + \rho_i(k)(m - w_k)$ (el tiempo t ha sido eliminado por claridad y α y h no se indican puesto que ambos valen lo mismo para i y k en el esquema de vecindad por burbuja). Si sucede que:

- $\rho_k(k) + \delta < \rho_i(k)$ que sucede si, por ejemplo, i no ha sido afectada por otra neurona diferente de k en tanto que k ha sido influenciada por otras neuronas, y
- $|w_k - m| < |w_i - m| + \delta$, que significa que el vector de pesos para i no se encuentra "demasiado alejado" de m

entonces el vector de pesos de i se acercará a m más de lo que se acercará el vector de pesos de k puesto que $\rho_k(k)|w_k - m| < \rho_i(k)|w_i - m|$.

Los patrones de actividad formados por $\rho_n(k)$ muestra propiedades interesantes. Por ejemplo, las neuronas próximas a la BMU k no son afectadas

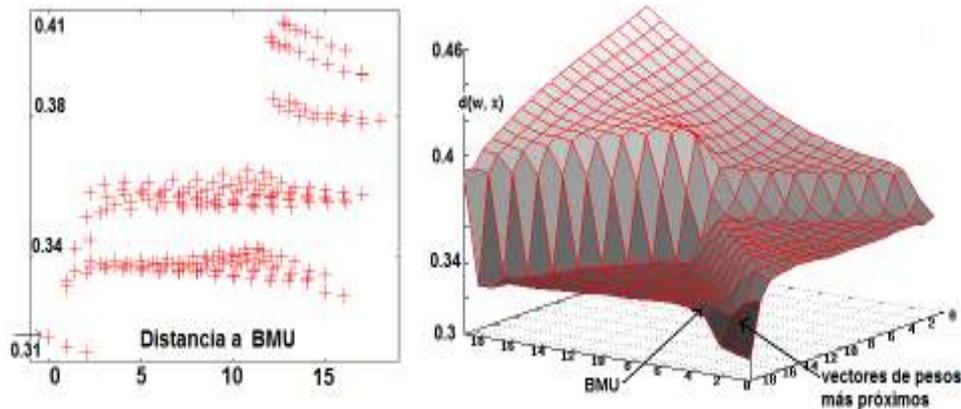


Figura 4.3: a) Distancia del vector de pesos al vector de entrada (eje y) y distancia del BMU a sus vecinas (eje x). El vector de pesos de la BMU no es el más cercano al vector de entrada después de aplicar la ec. 4.1. Las flechas señalan la BMU. b) El eje z es la distancia euclídeana del vector de pesos de cada neurona al vector de entrada. Las coordenadas de las neuronas en la rejilla se indican en los ejes x y y .

tanto como lo son neuronas que se encuentran más alejadas de k , como se ve en la figuras 4.4c)-e), donde neuronas cercanas se ven en tonos de azul, mientras que neuronas más alejadas se observan en tonos de rojo, lo que significa que $\rho_n(k)$ es más alta en el segundo grupo de neuronas. Esto se explica por el hecho de que las neuronas azules son afectadas con una alta frecuencia por otras BMUs, además de k , mientras que las rojas son afectadas con una menor frecuencia (o ninguna) por otras BMUs.

4.1. Cambios en la dinámica de formación de mapas

El proceso de formación de mapas es diferente en el AFSOM. La fig 4.5 muestra el plegado de los pesos en el SOM y en el AFSOM para un conjunto de datos artificial. Se observa que el AFSOM lleva a un plegado con errores más bajos que en el SOM. Este rápido plegamiento se debe a la alta influencia diferenciada de las BMUs sobre aquellas neuronas que no han sido afectadas por otras BMUs.

Ahora, considérese la secuencia de BMUs para cada vector de entrada (estímulo) durante el proceso de aprendizaje. Al plegarse el mapa para aproximar el espacio de entrada, la BMU para cada estímulo al tiempo t puede

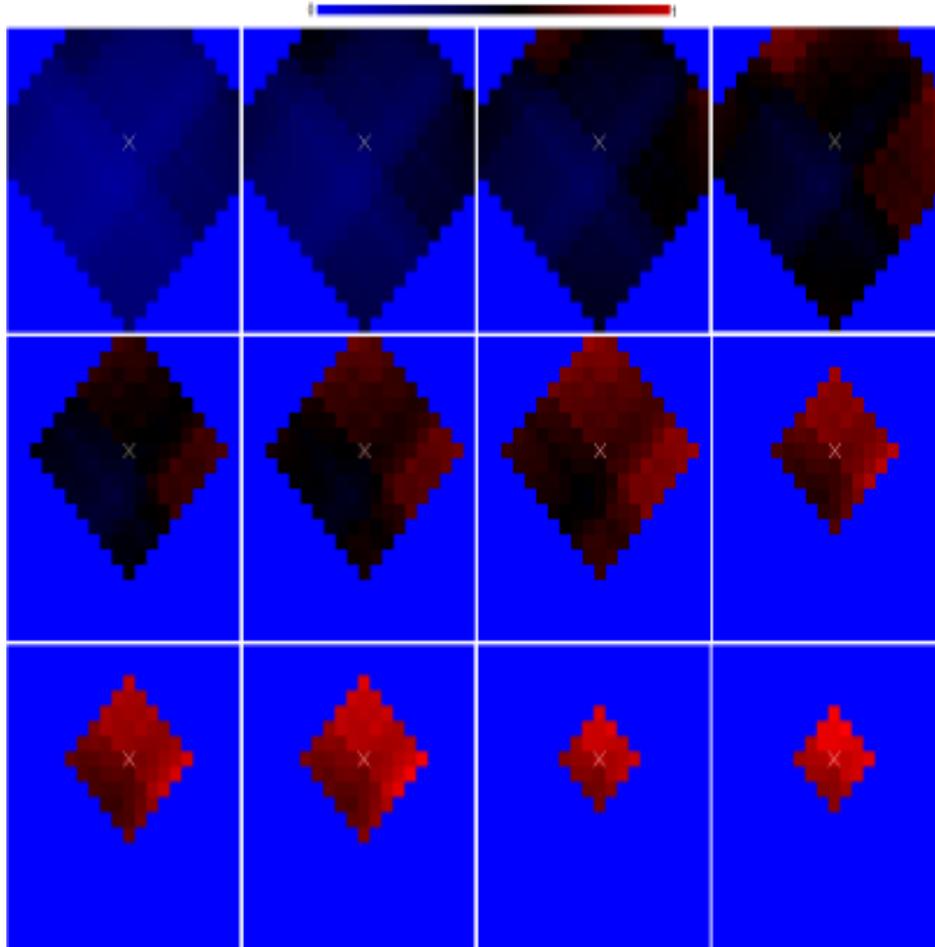


Figura 4.4: Áreas de influencia para la BMU (indicada con una x) para la regla 1 para cuatro épocas consecutivas. La intensidad de la influencia de la BMU a sus vecinas no es radial ni simétrica. Al transcurrir el número de épocas, la intensidad de la influencia se incrementa. En a-d (comenzando arriba a la izquierda), cuatro estímulos distintos fuerin mapeados a la BMU en la misma época. Se observa un sesgo en la intensidad. e-g son lo spatrones de actividad para tres estímulos. La escala de color es proporcional a $\rho_n(k)$ y u ncolor rojo indica un alto valor, en tanto que el color azul corresponde a un bajo valor de $\rho_n(k)$.

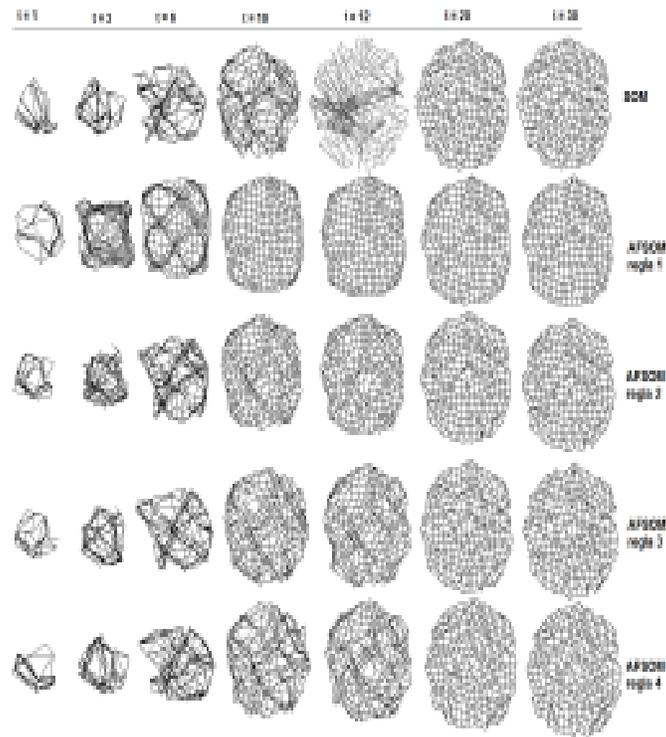


Figura 4.5: Plegado de pesos para $t = 1, 3, 6, 10, 12, 20$ y 30 para el SOM (primer renglón) y para el AFSOM (ecs. 4.2-4.5, columnas 2 - 5, obtenidas en una red de 20×20 neuronas). El conjunto de datos mapeado fue la circunferencia unitaria con 1000 vectores de entrada.

ser diferente que la BMU al tiempo $t + 1$, pero, después de un cierto número de épocas que depende de α , h y la distribución de vectores en el espacio de entrada, la BMU ya no cambia. La distancia entre dos BMUs consecutivas para un mismo estímulo define una serie de tiempo.

Estas series de tiempo son en general diferentes para el SOM que para el AFSOM, como se muestra en la fig 4.6, en las que la distancia promedio entre dos BMUs consecutivas para cada estímulo se grafican como función del número de épocas. Para el conjunto de datos de la ionósfera, solo la serie de tiempo para la regla 1 (ec. 4.2) es diferente de la del SOM. Sin embargo, las series de tiempo del AFSOM muestran una mayor desviación estándar. Así mismo, el AFSOM con la regla 1 lleva a una serie de tiempo que se ve estabilizada (converge a una misma BMU) más rápido que en el SOM. También se observa una gran variabilidad entre series de tiempo (medida aquí como la desviación estándar, σ) para un mismo esquema (SOM y AFSOM) para los diversos conjuntos de datos. Existe una σ elevada para el AFSOM en tanto que es muy baja para el SOM. Una posible explicación es que en el AFSOM, las BMUs pueden afectar a sus vecinos en una diversidad de formas que depende de la frecuencia de activación. Una BMU puede afectar a una neurona que se encuentra más alejada que otra con una mayor intensidad que con la que afecta a la neurona próxima.

Con el objetivo de analizar las series de tiempo, se aplicó la función de información mutua. Esta función refleja la cantidad de *información* que puede ser obtenida del estado actual de un sistema con respecto a estado en el que se encontrará otro sistema [15]. Entre más rápido la función de información mutua cae a 0, menos se puede decir con respecto del estado futuro del sistema. En la comunidad de estudio del SOM, el concepto se ha propuesto como una cantidad que al ser maximizada, puede llevar a la formación de mapas topográficos [46, 34]. En este trabajo, aplicamos el concepto únicamente para analizar las series de tiempo generadas por el SOM y el AFSOM. En la fig 4.7 se muestra la función de información mutua para seis conjuntos de datos. La función de información mutua se aplicó a series de tiempo con al menos 1000 registros, en los que no se consideran los registros en que la BMU ya no cambia. Se observa que la función para las reglas 1 y 3 es siempre más baja que la función para las reglas 2 y 4 así como 1 del SOM. Esto significa que en promedio para todos los estímulos, la información que la BMU da con respecto a la siguiente BMU es baja.

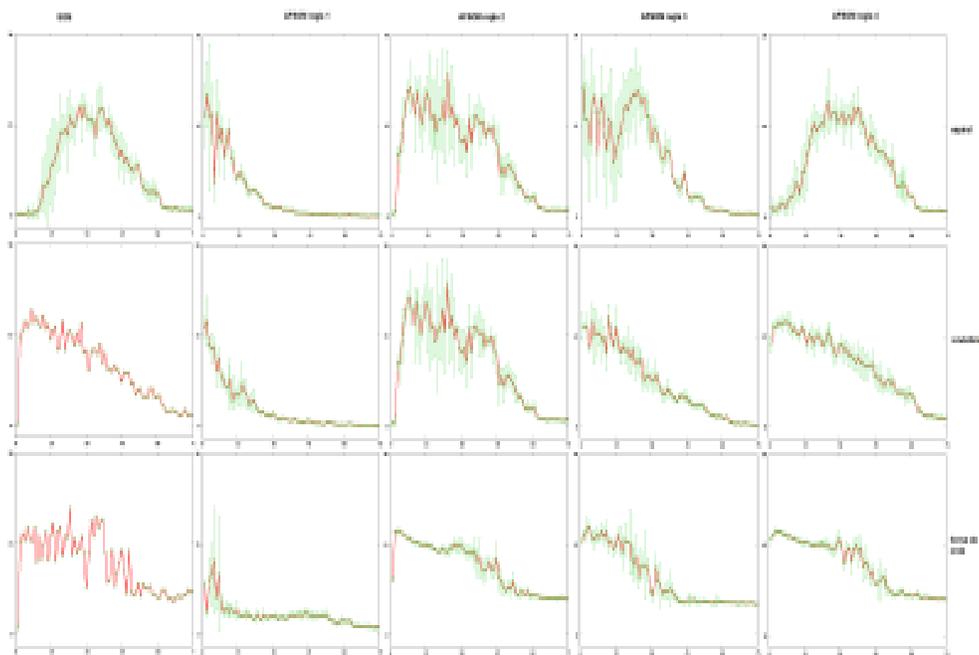


Figura 4.6: Series de tiempo obtenidas al promediar la distancia entre dos BMUs consecutivas sobre todos los estímulos para 75 épocas para el conjunto de datos espiral (a), ionósfera (b) y forma de onda (c). 50 mapas con $\alpha(0) = 0,5$ y $h(0) = 20$ en una malla de 20×20 fueron formados. Se muestra la media y la desviación estándar. Una distancia y desviación estándar de 0 indican que el estímulo fue mapeado a la misma neurona en dos épocas diferentes en los 50 experimentos.

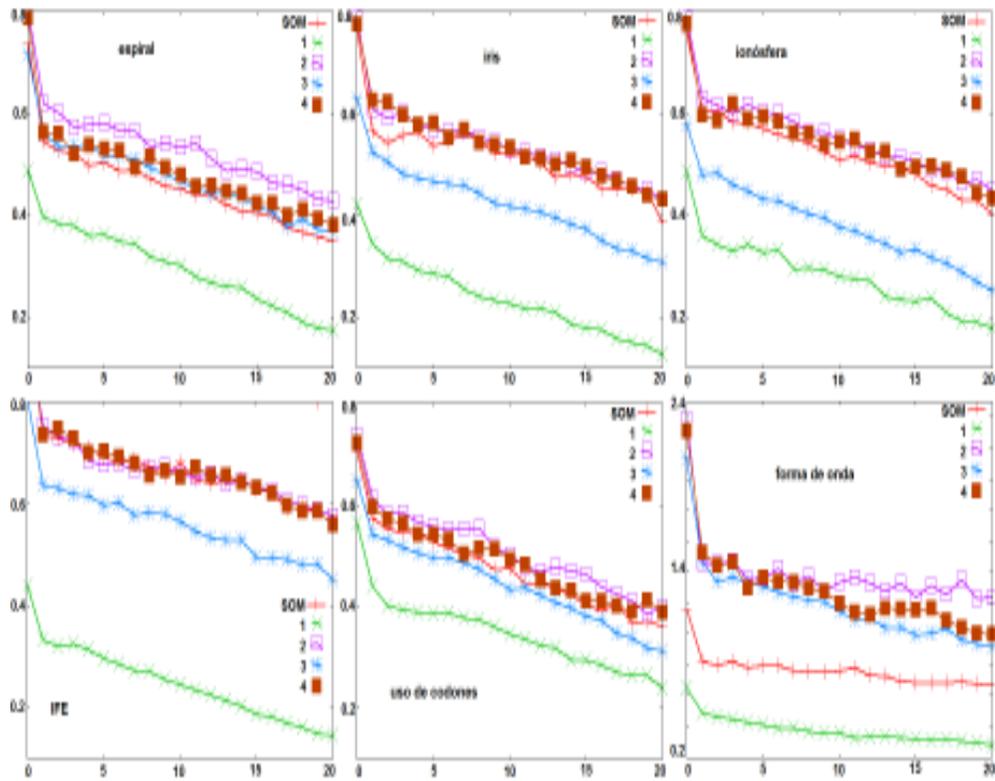


Figura 4.7: Función de información mutua para las series de tiempo del SOM y AFSOM. La función de información mutua es menor para el AFSOM con reglas lineales (1 y 3, ecs. 4.2 y 4.4) que en el SOM. El AFSOM con funciones sigmoideas (reglas 2 y 4, ecs. 4.3 y 4.5) muestra una función de información mutua semejante a la del SOM.

4.2. Experimentos y Resultados

El SOM, además de ser estudiado como un modelo de formación de mapas en la corteza, es una herramienta muy útil y ampliamente extendida para la visualización de datos multidimensionales [98]. A fin de evaluar las capacidades en este ámbito del AFSOM, se formaron mapas de seis conjuntos de datos: la *espiral* bidimensional, con 350 vectores; el conjunto de datos *iris* con 150 estímulos de dimensión cuatro; el conjunto de datos de la *ionósfera* de dimensión 34 y 350 vectores; el *uso de codones*, con 400 estímulos y de dimensión 64; el conjunto de *forma de onda*, de dimensión 21 y con 5000 vectores; y el conjunto de datos de las elecciones para presidente de México en el 2006.

Para verificar el error obtenido por los mapas formados por el AFSOM (ec. 4.1) para las ecuaciones 4.2-4.5, las dos medidas de error descritas en el capítulo 2 fueron aplicadas. Para verificar la sensibilidad a las condiciones iniciales y la autoorganización, 10 mapas fueron construidos para cada parámetro (número de épocas, función de frecuencia de activación, parámetro de aprendizaje y vecindad), tamaño de red ($N = 10, 20, \text{ y } 25$) y conjunto de datos. El parámetro de aprendizaje fue escogido aleatoriamente de $0 < \alpha(0) \leq 1$ lo mismo que la amplitud de la vecindad inicial $1 < h_n(g, 0) \leq N$. Para cada

- conjunto de datos (espiral, iris, ionósfera, elecciones, uso de codones y forma de onda),
- número de épocas (entre 1 y 30),
- función de frecuencia de activación (SOM incluido para su comparación)

El valor final de α fue 0,00001 ($\alpha(r) = 0,00001$). Para el valor final de la vecindad, se consideraron dos opciones. En la primera, la vecindad decrece a 0 exponencialmente, como se recomienda [41] en tanto que en la segunda opción, la vecindad final se escogió aleatoriamente del intervalo $[1, N]$, sin importar el valor inicial de la vecindad ($h_n(\cdot, 0)$). Este último caso fue incluido para verificar las propiedades de autoorganización en vecindades no decrecientes. Si bien todas estas opciones no cubren todas las posibilidades, al menos cubren una amplia gama de ellas y los resultados no carecen de representatividad.

Las figuras 4.8, 4.9 y 4.10, 4.11 muestran el TE y QE como función del número de épocas y la vecindad inicial para el SOM y el AFSOM para los seis conjuntos de datos y redes de 20x20 neuronas. Las reglas 1 y 3 (ecs. 4.2 y 4.4) muestran errores similares para todos los conjuntos de datos. Ambas

reglas muestran bajos valores para el TE si el número de épocas y la vecindad inicial son bajos, principalmente para el caso de la espiral, uso de codones y elecciones, en tanto que el SOM presenta un alto TE en esa situación. La regla 1 muestra valores muy bajos de TE para el conjunto de forma de onda comparado con los mostrados por las otras reglas y por el SOM.

Las reglas 2 y 4 presentan curvas similares para TE. Para el conjunto iris, ambas muestran altos valores de TE en un caso poco esperado, cuando el número de épocas y la vecindad inicial son máximas, lo que contrasta con los valores para el SOM y las reglas 1 y 3 para los mismos casos.

Para el EQ, las reglas 1 y 3 muestran valores por debajo de los obtenidos por el SOM, con excepción del conjunto de datos de elecciones, para el cual la regla 3 muestra valores altos. En general, el AFSOM no obtiene valores de EQ menores que los obtenidos por el SOM.

Las tablas 4.1-4.8 muestran el condensado de las medidas de error para TE y EQ para los conjunto de datos mencionados. En general, se observa que el TE menor para el AFSOM que para el SOM. De forma consistente, la regla 3 forma los mapas con los más bajos errores (tanto TE como EQ).

Aunque es importante el obtener mapas con errores bajos, esta no es la característica más importante del AFSOM, sino el hecho de que forma mapas siguiendo una ruta con mayor plausibilidad biológica, que incluye la interacción no radial y asimétrica.

La fig. 4.12 muestra al TE y EQ para el AFSOM, regla 1 y para el SOM como una función de la vecindad inicial ($h_n(0)$) y de la vecindad final ($h_n(t)$) para el conjunto de datos iris para 40000 mapas en el que las vecindades inicial y final fueron escogidas aleatoriamente del intervalo $[1, 20]$ y $\alpha(0)$ fue escogida de $(0, 1]$. Empíricamente, se ha observado que la autoorganización de los pesos se consigue cuando la vecindad es decreciente, pero en este modelo ocurre un evento notable: cuando la vecindad final es mayor que la vecindad inicial ($h_n(0) < h_n(t)$), la autoorganización (medida como función de TE o EQ) es posible. Es notable también lo que ocurre cuando la vecindad final es cercana al máximo posible (20) y la vecindad inicial es cercana a 1. Mientras que en el SOM el TE es alto, en el AFSOM es mucho menor. Este bajo valor de TE se mantiene para valores de vecindad inicial pequeños. Lo mismo ocurre para EQ, aunque para valores similares de la vecindad inicial y final el error es muy alto. (y demostrado para algunos pocos casos)

4.3. Discusión

Se presentó en este capítulo una modificación en el SOM que toma en cuenta la frecuencia de activación entre la BMU y sus vecinas. En ésta, cada

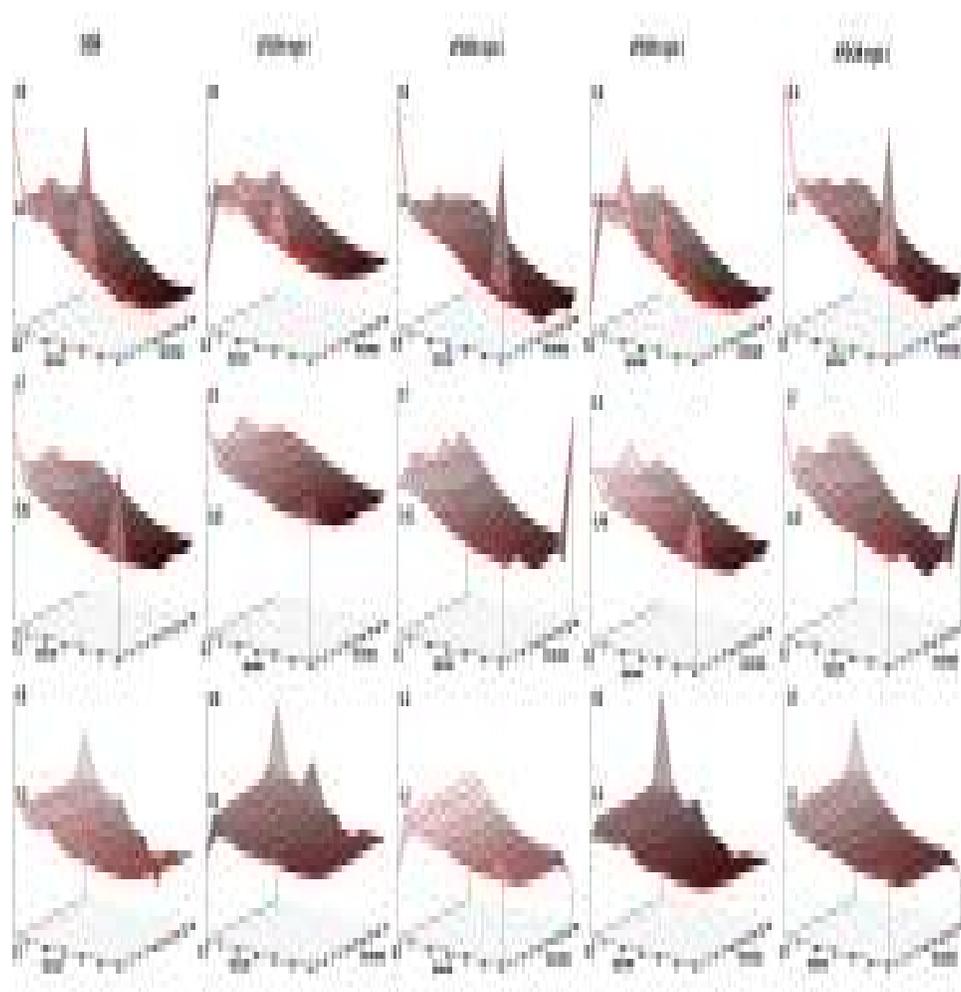


Figura 4.8: TE como función del número de épocas y la amplitud de la vecindad inicial para los conjuntos de datos espiral, iris y elecciones para el SOM y para el AFSOM.

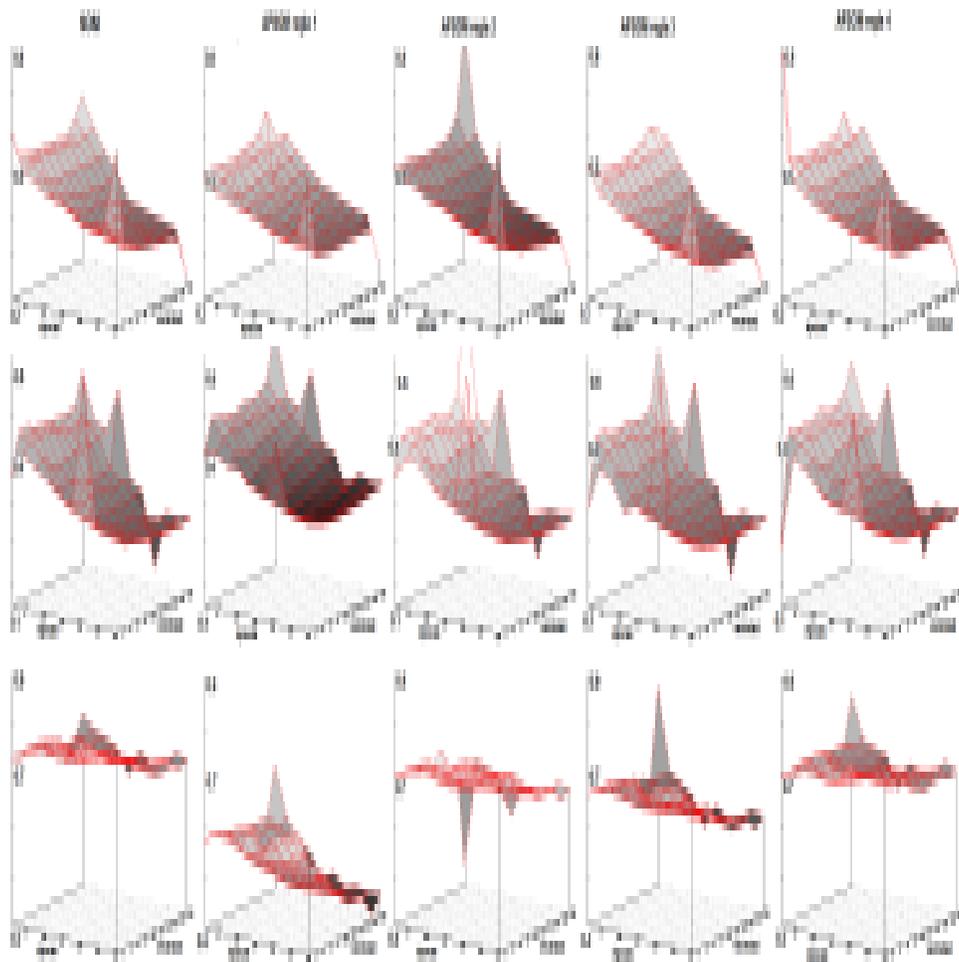


Figura 4.9: TE como función del número de épocas y la amplitud de la vecindad inicial para los conjuntos de datos ionósfera, uso de codones y forma de onda) para el SOM y para el AFSOM.

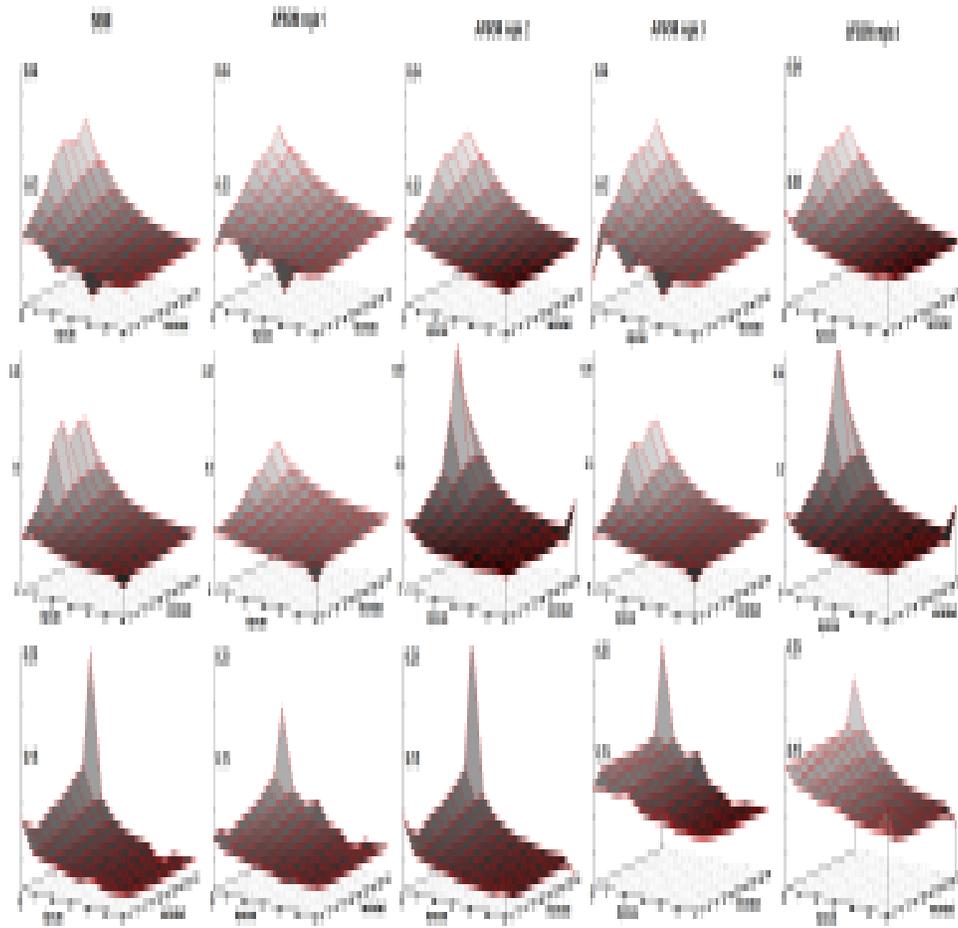


Figura 4.10: EQ como función del número de épocas y la amplitud de la vecindad inicial para los conjuntos de datos espiral, iris y elecciones para el SOM y para el AFSOM.

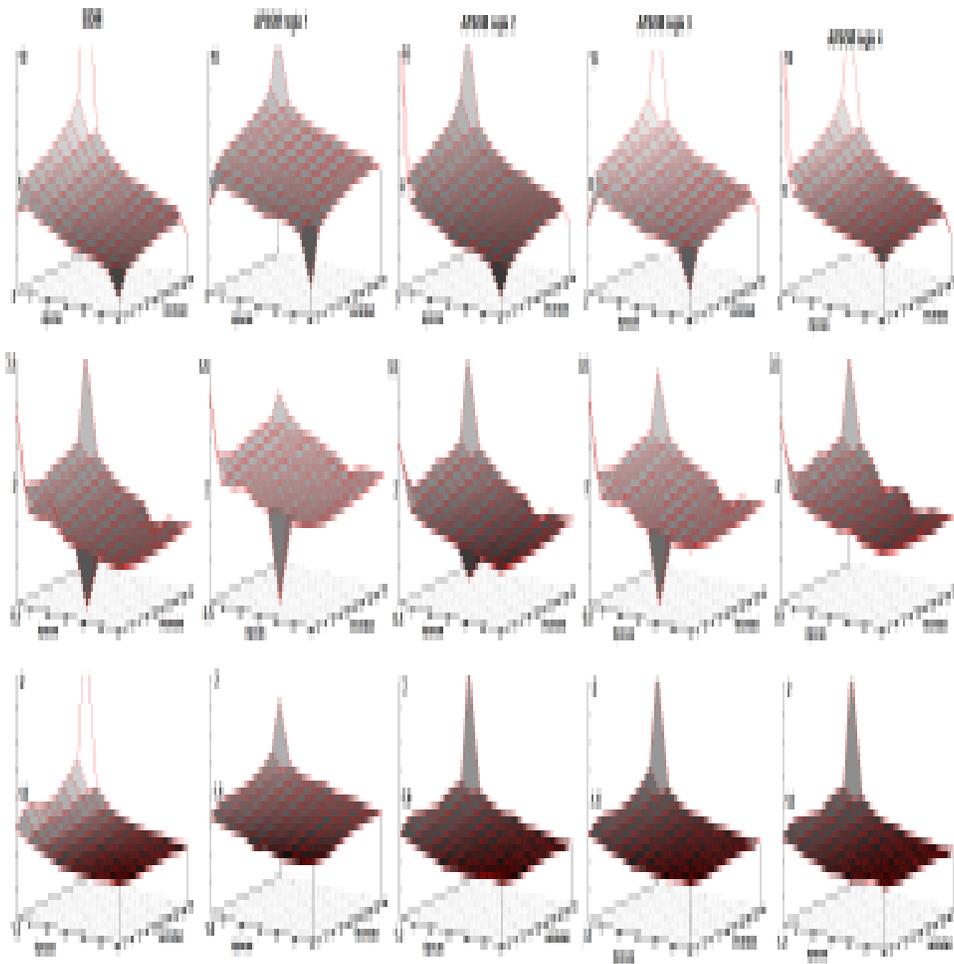


Figura 4.11: EQ como función del número de épocas y la amplitud de la vecindad inicial para los conjuntos de datos ionósfera, uso de codones y forma de onda para el SOM y para el AFSOM.

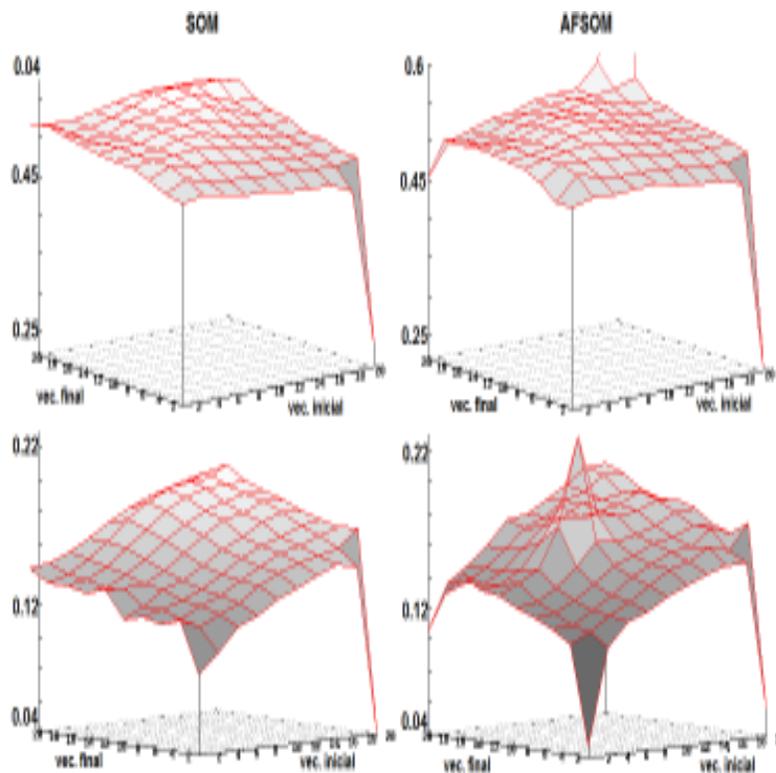


Figura 4.12: TE y EQ como funciones de la vecindad inicial y final para el conjunto de datos iris sobre una red de 20x20. Se muestra el TE en el primer renglón y el EQ en el segundo. Para vecindades finales mayores a las vecindades iniciales, el AFSOM presenta errores más bajos que el SOM.

neurona mantiene una memoria de la actividad sináptica entre ella y el resto de neuronas en la red. La frecuencia de activación se incluye en la ecuación de aprendizaje. Se presentaron cuatro funciones de frecuencia de activación que permiten la formación de mapas con menores errores que los mapas obtenidos por el SOM. De manera consistente, los errores fueron menores para los seis conjuntos de datos analizados y para los tres tamaños de red incluidos.

El hecho de que exista una conexión explícita entre neuronas, a través de la relación sináptica que representa la frecuencia de activación le da al SOM un mayor sustento biológico, pues esta relación se asemeja al aprendizaje hebbiano, pues es una función de la frecuencia con la que las neuronas responden a un mismo estímulo.

El plegado de los pesos en este modelo está sujeto a una influencia diferenciada entre la BMU y sus vecinos. El vector de pesos para aquellos vecinos

Cuadro 4.1: Promedio (μ) y desviación estándar (σ) para 20000 experimentos con vecindad inicial aleatoria ($1 < h < 20$), parámetro de aprendizaje inicial aleatorio ($0 < \alpha < 1,0$) y para número aleatorio de épocas ($0 < r < 31$), para los conjuntos espiral e iris, para redes de 20x20 neuronas. $h(r) = 0$ y $\alpha(r) = 0,00001$.

Regla	Espiral				Iris			
	μTE	σTE	μEQ	σEQ	μTE	σTE	μEQ	σEQ
Trad.	0.501	0.0019	0.0102	0.0004	0.416	0.0011	0.0926	0.0008
1	0.509	0.0008	0.0110	0.0002	0.421	0.0012	0.0918	0.0006
2	0.491	0.0016	0.0091	0.0001	0.416	0.0018	0.0921	0.0012
3	0.490	0.0025	0.0101	0.0001	0.406	0.0012	0.0911	0.0011
4	0.490	0.0018	0.0100	0.0001	0.409	0.0017	0.0922	0.0007

con los que la bMU tiene una actividad sináptica fuerte (un alto valor de $\rho_{(.)}$) serán atraídos hacia el vector de entrada con mayor intensidad. Así, si dos neuronas se encuentran a la misma distancia de la BMU, su vector de pesos será atraído al vector de entrada con diferente intensidad ya que la función de frecuencia de activación puede mostrar valores diferentes para ambas. Esta conducta permite un plegado más rápido y también permite al vector de pesos de las neuronas vecinas acercarse más al vector de entrada de lo que se acerca el vector de la BMU. Esta influencia diferenciada también explica las diferencias en las series de tiempo de las BMUs entre el SOM y el AFSOM.

Una característica relevante de esta modificación es la formación de patrones de actividad no radiales y no simétricos, lo que contrasta con los patrones de actividad formados por el SOM, a la vez que se asemeja a los patrones de actividad en la corteza cerebral (ver fig 2.11).

El hecho de que el vector de pesos de la BMU no sea el más próximo al vector de entrada para el que se activó es notable. Como puede ocurrir que la BMU afecte con una alta intensidad a neuronas alejadas y afectar con una baja intensidad a neuronas próximas, puede explicar los patrones de actividad en la corteza cerebral obtenidas con técnicas de neuroimagen de un modo alternativo.

Diversas investigaciones se han hecho para verificar la estructura compartamental del cerebro, esto es, que existen regiones especializadas en diferentes tareas (visión, audición, táctil, memoria) y se ha propuesto que la conectividad en el cerebro posee un fuerte componente genético [35, 17, 56]. La compartimentalización en el cerebro se ha inferido de los datos obtenidos por técnicas como la tomografía por emisión de positrones *PET* o con *fMRI*

Cuadro 4.2: Promedio (μ) y desviación estándar (σ) para 20000 experimentos con vecindad inicial aleatoria ($1 < h < 10$), parámetro de aprendizaje inicial aleatorio ($0 < \alpha < 1,0$) y para número aleatorio de épocas ($0 < r < 31$), para los conjuntos espiral e iris, para redes de 10x10 neuronas. $h(r) = 0$ y $\alpha(r) = 0,00001$.

Regla	Espiral				Iris			
	μTE	σTE	μEQ	σEQ	μTE	σTE	μEQ	σEQ
Trad	0.475	0.0004	0.0143	0.0001	0.448	0.0045	0.1632	0.0025
1	0.456	0.0001	0.0144	0.0001	0.445	0.0066	0.1621	0.0031
2	0.462	0.0012	0.0141	0.0001	0.429	0.0051	0.151	0.002
3	0.451	0.0009	0.0142	0.0001	0.421	0.0048	0.1481	0.003
4	0.474	0.0010	0.0143	0.0001	0.427	0.005	0.1621	0.0017

(que registra la hemodinámica en el cerebro), en las que se registra la actividad cerebral del sujeto mientras este realiza alguna tarea específica, como ver algún objeto, escuchar alguna sonido o recordar algún evento específico. Aquellas regiones con la mayor actividad son identificadas como las responsables de procesar la información del estímulo o proceso cognoscitivo estudiado (visión, memoria, etc) [20].

Sin embargo, con el modelo propuesto en este capítulo, es posible explicar esas imágenes de manera distinta. En el modelo, las neuronas que se encuentran activas para un estímulo en particular pueden no ser las que han sido más excitadas, si la excitación se refiere a la distancia entre el vector de pesos y el vector de entrada después de la adaptación. Así, si una neurona dada responde a un estímulo, puede incluso no excitarse mucho, debido a la función de frecuencia de activación, pero puede que estimule a neuronas distantes. Siguiendo esta idea, las neuronas identificadas como excitadas no necesariamente son las más activas para el estímulo (vector de entrada) presentado.

Cuadro 4.3: Promedio (μ) y desviación estándar (σ) para 20000 experimentos con vecindad inicial aleatoria ($1 < h < 10$), parámetro de aprendizaje inicial aleatorio ($0 < \alpha < 1,0$) y para número aleatorio de épocas ($0 < r < 31$), para los conjuntos espiral e iris, para redes de 10x10 neuronas. $h(r) = 0$ y $\alpha(r) = 0,00001$.

Regla	Espiral				Iris			
	μTE	σTE	μEQ	σEQ	μTE	σTE	μEQ	σEQ
Trad	0.51	0.0013	0.0097	0.0002	0.415	0.0024	0.1221	0.0007
1	0.521	0.0022	0.0104	0.0001	0.433	0.0002	0.1213	0.0005
2	0.492	0.0021	0.0094	0.0001	0.408	0.0001	0.1115	0.0004
3	0.501	0.0018	0.0096	0.0001	0.405	0.0003	0.1203	0.0006
4	0.524	0.0016	0.0097	0.0001	0.421	0.0023	0.1168	0.0004

Cuadro 4.4: Promedio (μ) y desviación estándar (σ) para 20000 experimentos con vecindad inicial aleatoria ($1 < h < 10$), parámetro de aprendizaje inicial aleatorio ($0 < \alpha < 1,0$) y para número aleatorio de épocas ($0 < r < 31$), para los conjuntos elecciones y ionósfera, para redes de 20x20 neuronas. $h(r) = 0$ y $\alpha(r) = 0,00001$.

Regla	Elecciones				Ionósfera			
	μTE	σTE	μEQ	σEQ	μTE	σTE	μEQ	σEQ
Trad	0.367	0.0007	0.0496	0.0021	0.422	0.0021	5.3479	0.0076
1	0.369	0.0085	0.0517	0.0019	0.418	0.001	5.7853	0.0053
2	0.354	0.0095	0.0492	0.0036	0.41	0.0021	5.3291	0.0072
3	0.342	0.0063	0.0495	0.0021	0.384	0.0013	5.3486	0.0084
4	0.362	0.0011	0.0485	0.0033	0.414	0.0004	5.6673	0.0106

Cuadro 4.5: Promedio (μ) y desviación estándar (σ) para 20000 experimentos con vecindad inicial aleatoria ($1 < h < 10$), parámetro de aprendizaje inicial aleatorio ($0 < \alpha < 1,0$) y para número aleatorio de épocas ($0 < r < 31$), para los conjuntos elecciones y ionósfera, para redes de 10x10 neuronas. $h(r) = 0$ y $\alpha(r) = 0,00001$.

Regla	Elecciones				Ionósfera			
	μTE	σTE	μEQ	σEQ	μTE	σTE	μEQ	σEQ
Trad	0.373	0.0011	0.0628	0.0026	0.531	0.0036	6.0955	0.0088
1	0.343	0.0016	0.0685	0.0027	0.439	0.0005	6.1158	0.0001
2	0.352	0.0029	0.0606	0.0025	0.516	0.0029	6.1396	0.0043
3	0.328	0.0021	0.0613	0.0028	0.456	0.001	6.3231	0.0065
4	0.361	0.0025	0.6243	0.0026	0.506	0.0015	6.2654	0.0092

Cuadro 4.6: Promedio (μ) y desviación estándar (σ) para 20000 experimentos con vecindad inicial aleatoria ($1 < h < 10$), parámetro de aprendizaje inicial aleatorio ($0 < \alpha < 1,0$) y para número aleatorio de épocas ($0 < r < 31$), para los conjuntos elecciones y ionósfera, para redes de 25x25 neuronas. $h(r) = 0$ y $\alpha(r) = 0,00001$.

Regla	Elecciones				Ionósfera			
	μTE	σTE	μEQ	σEQ	μTE	σTE	μEQ	σEQ
Trad	0.371	0.0028	0.0474	0.0004	0.394	0.0017	5.1252	0.0258
1	0.382	0.0019	0.0491	0.0004	0.405	0.0029	5.3983	0.0115
2	0.36	0.0027	0.0477	0.0004	0.391	0.0019	5.1578	0.0241
3	0.353	0.0012	0.0486	0.0004	0.371	0.0021	5.1482	0.018
4	0.364	0.0027	0.0495	0.0005	0.391	0.0021	5.1823	0.0241

Cuadro 4.7: Promedio (μ) y desviación estándar (σ) para 20000 experimentos con vecindad inicial aleatoria ($1 < h < 10$), parámetro de aprendizaje inicial aleatorio ($0 < \alpha < 1,0$) y para número aleatorio de épocas ($0 < r < 31$), para los conjuntos uso de codones y ondas, para redes de 20x20 neuronas. $h(r) = 0$ y $\alpha(r) = 0,00001$.

Regla	Codón				Onda			
	μTE	σTE	μEQ	σEQ	μTE	σTE	μEQ	σEQ
Trad	0.351	0.0031	2.3071	0.0249	0.731	0.0007	1.4418	0.0021
1	0.378	0.0051	2.4086	0.0325	0.521	0.0042	1.5013	0.0002
2	0.384	0.0045	2.3943	0.0817	0.635	0.0006	1.4472	0.0016
3	0.335	0.0019	2.3065	0.0287	0.681	0.0012	1.4322	0.0017
4	0.373	0.0079	2.5377	0.0911	0.701	0.0012	1.4428	0.0021

Cuadro 4.8: Promedio (μ) y desviación estándar (σ) para 20000 experimentos con vecindad inicial aleatoria ($1 < h < 10$), parámetro de aprendizaje inicial aleatorio ($0 < \alpha < 1,0$) y para número aleatorio de épocas ($0 < r < 31$), para los conjuntos uso de codones y ondas, para redes de 10x10 neuronas. $h(r) = 0$ y $\alpha(r) = 0,00001$.

Regla	Codón				Onda			
	μTE	σTE	μEQ	σEQ	μTE	σTE	μEQ	σEQ
Trad	0.355	0.0027	1.7289	0.0039	0.748	0.0045	1.5711	0.0098
1	0.358	0.0022	2.0638	0.0028	0.595	0.0001	1.5786	0.0032
2	0.348	0.0018	1.7153	0.0042	0.679	0.0008	1.5672	0.0051
3	0.324	0.0021	1.7294	0.0041	0.726	0.0031	1.5638	0.0057
4	0.346	0.0023	1.7432	0.0021	0.725	0.0023	1.5655	0.0052

Capítulo 5

Mapeos autoorganizados con periodo refractario

Los patrones de actividad de la corteza cerebral no son radiales ni simétricos, y suelen activarse neuronas alejadas en tanto que neuronas próximas no necesariamente se activan para un mismo estímulo. En este capítulo se revisa un modelo que permite al SOM sustituir el patrón de actividades simétrico y radial por uno con mayor semejanza a los patrones de la corteza. La modificación consiste en incluir un periodo refractario en las neuronas, de tal forma que una vez activadas, permanecerán inactivas por un intervalo de tiempo finito, tiempo en el que no podrán ser afectadas, por lo que su vector de pesos quedará estático.

Después que una neurona se activa ya sea por un estímulo del ambiente o por verse influenciada por otra neurona, entra en un estado de reposo durante el cual los canales iónicos que le permiten despolarizarse se inhabilitan. En este estado de reposo, la neurona no logra activarse ya que el medio por el que recibe los iones que la estimulan se encuentra ocupado [10]. Este estado de reposo recibe el nombre de periodo refractario [69].

Aunque el procesamiento de información en las neuronas se basa fundamentalmente en impulsos eléctricos y mecanismos de difusión, una gran variedad de procesos químicos son necesarios para esa difusión. De hecho, muchos tipos de neuronas se basan en las sustancias químicas para enviar sus salidas a otras neuronas, en lugar de transmitir directamente la señal eléctrica [87]. Por ejemplo, las neuronas en la corteza cerebral utilizan señales químicas. Estas sustancias, denominadas neurotransmisores, son liberadas en el segmento de los axones que se conectan a las dendritas de otras neuronas en la región conocida como sinapsis. Esta liberación es accionada por un pulso eléctrico que viaja por el axón y, después de ser liberada, se difunden sobre las dendritas y químicamente se une a los receptores en la sección dendrítica

de la sinapsis, lo que resulta en la apertura de canales.

De esta forma, las entradas se transmiten en la corteza cuando los neurotransmisores abren canales iónicos especiales en las neuronas receptoras (en la parte dendrítica de la sinapsis), lo que permite que ciertos iones fluyan a través de ellos, que a su vez disparan la propagación eléctrica y la integración en la neurona receptora. Así, se forma una cadena en donde los eslabones son procesos químicos y eléctricos. Los impulsos eléctricos propagan la señal a través de la neurona en tanto que los impulsos químicos transmiten la señal entre neuronas o entre neuronas y células motoras.

Las sinapsis pueden ser inhibitorias o excitatorias. Las excitatorias causan un cambio en el potencial postsináptico cuando el efecto del neurotransmisor liberado despolariza la membrana, llevándola al límite del umbral de disparo. Este efecto es alcanzado al abrirse los canales de la membrana para los iones de sodio (Na) y calcio (Ca) [87, 35].

Las sinapsis inhibitorias producen un cambio en el potencial postsináptico, debido a que el neurotransmisor hiperpolariza la membrana, haciendo más difícil de alcanzar el umbral de disparo. Este tipo de sinapsis se alcanza cuando se abren canales iónicos para el cloro (Cl) o el potasio (K) en la membrana [69].

Cuando la membrana de la neurona ha recibido un potencial de activación (impulso), le sigue un periodo refractario.

En el SOM, una vez que un estímulo es mapeado a una neurona, ésta se convierte en la BMU y se activa. Esta actividad se difunde a sus vecinos, y puede verse atenuada por tanto por la distancia como por el factor de aprendizaje. Biológicamente, la activación de una neurona se logra a través de la apertura de los canales iónicos que, debido a los gradientes de concentración y diferencias de carga entre el exterior y el interior de la célula, dirige los iones positivos hacia el interior. Esto cambia el potencial de la neurona de su estado de reposo (diferencia de potencial negativa), al estado de actividad.

Para que este cambio de potencial ocurra, se necesita que un gran número de iones positivos fluya hacia la neurona, con lo que se revierte el gradiente de concentración de estos iones por unos instantes. Dado que la difusión juega un papel importante en el proceso de activación, esto no puede ocurrir hasta que la diferencia en concentración se reestablezca, así que cuando los canales iónicos se abren, iones positivos fluirán al interior de la neurona. El tiempo en que la concentración necesaria no se ha alcanzado se refiere como *periodo de refracción absoluto*, referido en lo subsiguiente como periodo refractario [69, 68]. Aunque también existe un periodo refractario relativo, en el cual la neurona puede activarse bajo una influencia mucho mayor a la que la activaría normalmente, no se considera en este trabajo.

Se propusieron dos modificaciones que permiten a las neuronas activas

en el mapeo autoorganizado entrar a un periodo refractario. Las neuronas activas son la BMU y sus vecinas (aquellas a las que afecta). En la primera modificación cada BMU y un subconjunto de sus vecinas entran al periodo refractario y permanecen en él por un tiempo fijo. Dos variables se definen para este esquema: τ y d . τ es el tiempo de duración del periodo refractario y se define como el número de vectores de entrada para los cuales las neuronas afectadas no podrán modificar su vector de pesos (aprender o adaptarse). τ no depende de la magnitud en la modificación del peso o de ninguna otra variable y permanece constante durante todo el proceso de autoorganización y para todas las neuronas que se vean afectadas. d es el radio de la hiperesfera de la rejilla que tiene como centro la BMU, lo que define el conjunto de neuronas que caerán en el periodo refractario. d puede ser tan grande como h , la hiperesfera que define la vecindad para una BMU.

En la segunda variante estudiada, la BMU y el total de sus vecinas (definidas por h) presentan un umbral de afectación, que al ser excedido, hace que aquellas entren al periodo refractario y permanezcan en él por τ unidades de tiempo. El número de veces que puede una neurona ser afectada antes de entrar al periodo refractario, c , actúa como un retardador que tiene como efecto que las neuronas caigan en periodo refractario. Si c es mayor que el número de estímulos multiplicado por el número de épocas, entonces el periodo refractario nunca se alcanza. Si $c = 1$, el esquema se reduce a la primera modificación.

El interés de estudiar al SOM con periodo refractario no queda únicamente en que es un mecanismo que permite la formación de patrones de actividad semejantes a los presentes en la corteza cerebral. Además, son de interés las capacidades del SOM cuando se incorpora una restricción con sustento biológico. Esta restricción afecta la dinámica del SOM al incidir directamente en el esquema del plegado de los pesos.

El concepto de periodo refractario ha sido estudiado en el SOM. Por ejemplo, en [67] la BMU se relaja a fin de modificar el exponente de magnificación (que hace que regiones subrepresentadas en el espacio de entrada sean sobrerrepresentadas en el espacio del mapeo). En [55, 54] una onda viajera de actividad inducida en la BMU permite a sus vecinos ser más *sensibles* al siguiente estímulo (cada neurona tiene un umbral que debe excederse para que se convierta en un BMU. La disminución de este umbral es la sensibilización de la neurona). Este proceso puede interpretarse como un periodo refractario para las neuronas que no se encuentran en el frente de onda. En [21] una memoria de activación es definida para cada neurona, lo que permite definir la nueva BMU al modificar el esquema de selección de tal forma que si la memoria es alta entonces la previa BMU será de nueva cuenta BMU a menos que el vector de pesos de otra neurona se encuentre muy próximo al vector

de entrada. Esta modificación puede verse como un esquema refractario para aquellas neuronas con un parámetro de memoria bajo.

En las modificaciones mencionadas, el tiempo de periodo refractario depende de la modificación del vector de pesos de la neurona, lo que no es biológicamente realista [69]. En la modificación que proponemos, estudiamos los efectos de incluir un periodo refractario que no dependa de la modificación en los pesos o de ninguna otra variable. La modificación es referida como SOM-RP y se muestra que los mapas generados por ella presentan errores equivalentes a los mapas generados por el SOM, y en algunos casos, los errores son menores.

5.1. Resultados

A fin de estudiar la dinámica del SOM-RP, decenas de miles de mapas se generaron para seis conjuntos de datos: espiral, aleatorio y circunferencia unitaria (los tres de dimensión dos); iris (dimensión 4); elecciones federales en México (dimensión 6) y ionósfera (dimensión 34).

Las dos medidas de error previamente utilizadas (TE y EQ) fueron cuantificadas y comparadas con los errores en los mapas obtenidos por el SOM. A fin de estudiar la sensibilidad y la autoorganización, los mapas se formaron en dos tamaños de red, $N \times N$ ($N = 20$ y 30), así como para factores de aprendizaje aleatorios en el intervalo $(0, 1]$ y vecindades iniciales aleatorias en el intervalo $[1, N]$. Los parámetros con los que se realizaron los experimentos fueron:

- conjunto de entrenamiento (circunferencia, espiral, aleatorio, iris, ionósfera, elecciones),
- número de épocas (entre 1 y 30),
- τ (entre 0 y 25)
- d (entre 0 y 25) (modificación 1)
- c (entre 0 y 25) (modificación 2)

El parámetro de aprendizaje al final del proceso de aprendizaje fue 0,0001 ($\alpha(r) = 0,0001$) en tanto que la vecindad final decreció a 0. Para las dos modificaciones estudiadas, si $\tau = 0$ el SOM-RP se reduce al SOM.

La fig. 5.1 muestra al TE y EQ como función de τ y d para la primera modificación en tanto que los errores para la segunda modificación se muestran como función de τ y c en la fig. 5.2. Se observa que los errores son en

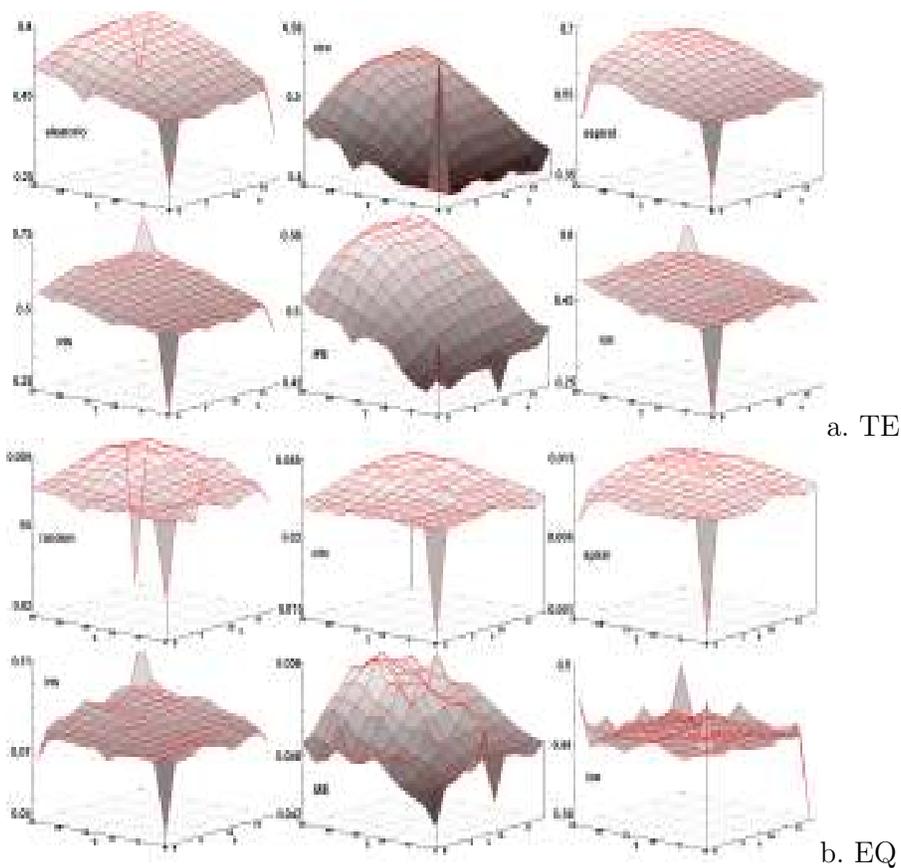


Figura 5.1: TE (a) y EQ (b) para la modificación 1 para los seis conjuntos de datos. Los ejes x e y corresponden a τ y a d .

general menores para el SOM (ubicado en la esquina con coordenadas $(0,0)$) que para el SOM-RP. Sin embargo, esta es solamente la información condensada para decenas de miles de mapas, con diferente número de épocas y diferentes vecindades y parámetros de aprendizaje.

A fin de estudiar con más detalle los mapas y sus errores, se muestran en la fig. 5.3 únicamente el 5% de los mapas con los TE más bajos. Se observa que los mapas formados por SOM-RP ($\tau > 0$) con TE bajos son mucho más frecuentes que los formados por el SOM. Para algunos conjuntos de datos, ninguno de los mapas con bajo error fueron obtenidos con el SOM. Estos mapas con bajo error fueron obtenidos con diferentes valores tanto de τ como de d o c (para la primera o segunda modificación) (ver fig. 5.4).

En una red de 30×30 se formaron decenas de miles de mapas para el SOM y el SOM-RP y se identificó la frecuencia con que cada valor de TE era

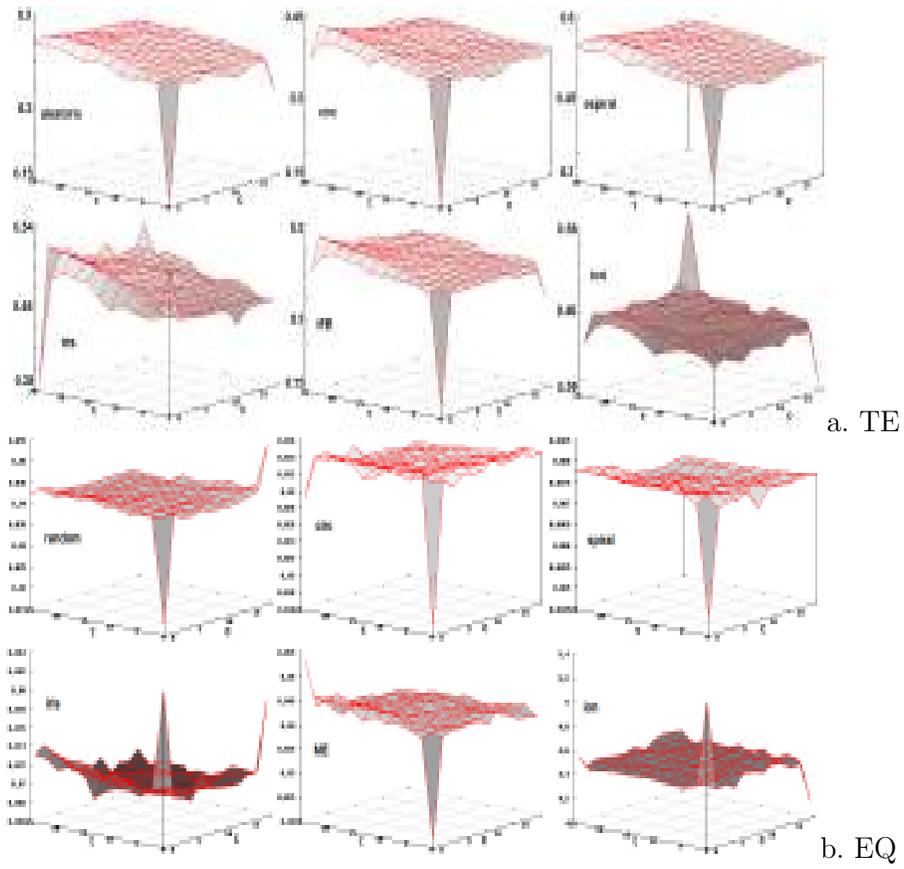


Figura 5.2: TE (a) y EQ (b) para la modificación 2 para los seis conjuntos de datos. Los ejes corresponden a τ y a d .

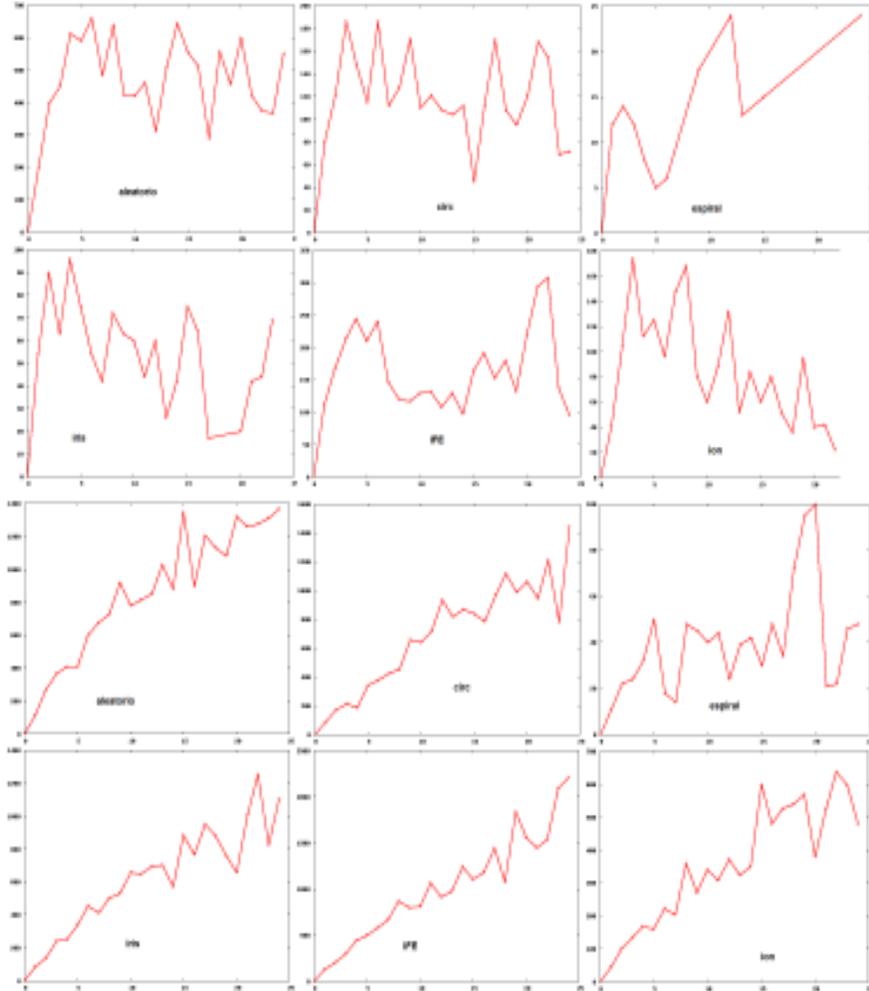


Figura 5.3: El conjunto del 5% de los mapas con menor TE. τ se indica en el eje x ($\tau = 0$ es el SOM original), en el eje y se muestra el número de mapas para el valor de τ . Las primeras seis imágenes corresponden a la modificación 1 en tanto que las últimas seis corresponden a la segunda modificación.

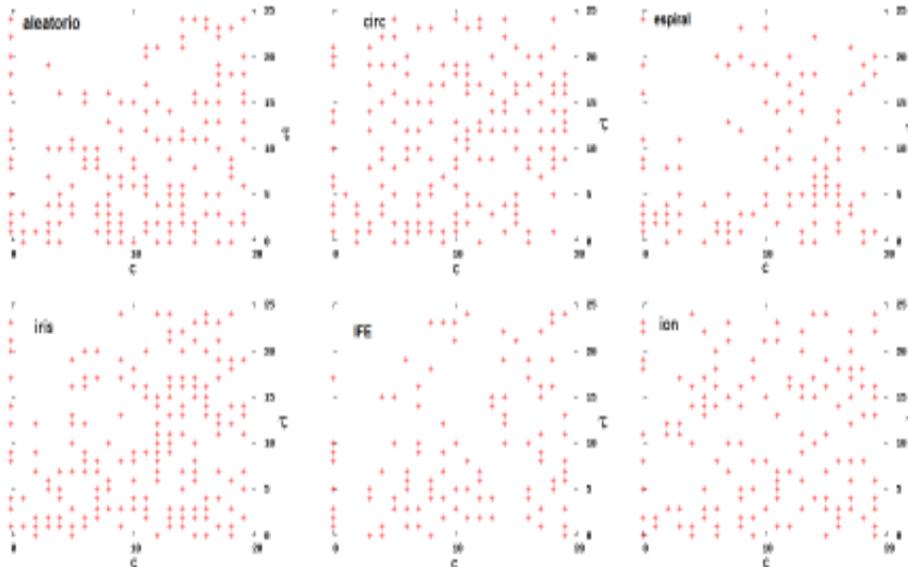


Figura 5.4: τ y c para el 5% de los mapas con TE más bajo para los seis conjuntos de datos y redes de 20x20 neuronas.

obtenido por parte de los mapas. Los resultados se muestran en la fig. 5.5.

Se observa que en todos los casos el SOM presenta picos en el histograma que se encuentran más a la izquierda que los picos para el SOM-RP. Esto significa que el valor esperado de TE para el SOM es menor que el valor esperado para el SOM-RP. Sin embargo, como la desviación estándar es mayor para el SOM-RP, es probable que si se forma un número grande de mapas, aquel con menor error haya sido formado por el SOM-RP.

El plegado de los pesos en el SOM-RP es diferente que en el SOM, como se observa en la fig. 5.6. Se muestra que el SOM-RP aproxima mejor la distribución del conjunto de datos (anillo) al mostrar bordes suaves que contrastan con los bordes para el SOM. Esto es una consecuencia del periodo refractario que opera sobre las neuronas ya que al entrar al estado de inactividad, algunas de sus vecinas pueden ser capaces de aprender (modificar su vector de pesos) el estímulo que generó actividad en la red. De esta forma, el aprendizaje en la red puede verse incrementado si algunas de las neuronas no toman parte de este proceso por algún periodo de tiempo. También se observa que la esquina inferior izquierda no se encuentra propiamente plegada, consecuencia también de la inactividad de las neuronas. El periodo refractario puede ayudar a la red a plegarse adecuadamente, pero si τ es muy grande, lo mismo

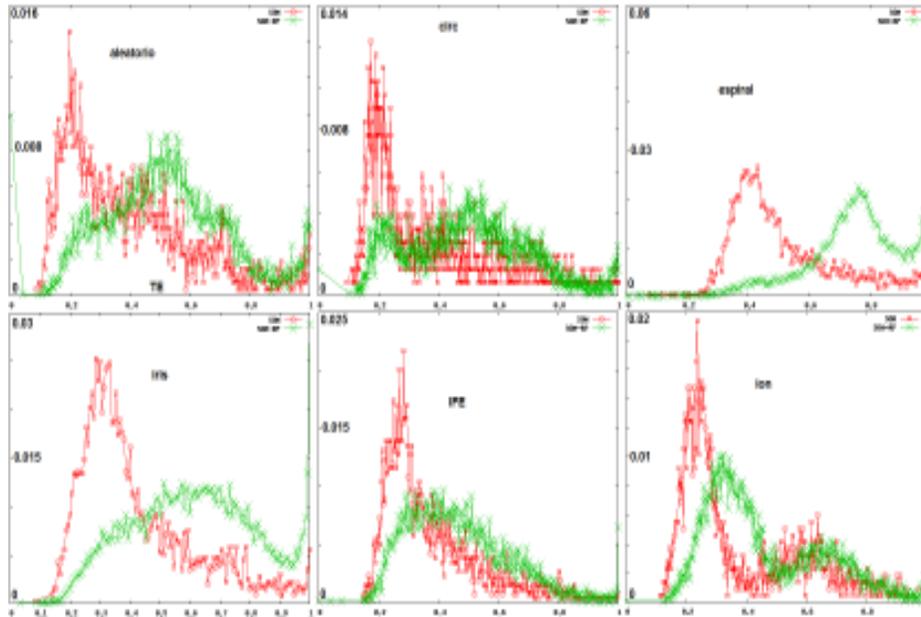


Figura 5.5: Frecuencia de mapas (eje y) como función de TE (eje x) para mallas de 30x30 para el SOM (cuadros) y para el SOM-RP(cruces).

que la región de influencia, el plegado no será adecuado.

Los patrones de actividad en el SOM-RP son diferentes a los presentes en el SOM, como se observa en la fig. 5.7. La BMU afecta a todos sus vecinos, pero solo un subconjunto de ellos (definido por el parámetro d , $d = 3$ en el ejemplo mostrado) entrará en refracción para τ vectores de entrada ($\tau = 2$ en el ejemplo). Una vez que τ estímulos han sido mapeados, las neuronas inactivas se vuelven susceptibles y pueden ser afectadas por otras BMUs o incluso pueden ellas convertirse en BMUs. Las neuronas en la vecindad de la BMU no modificarán sus pesos en caso de que hayan sido previamente afectadas e incluidas en la zona de refracción, en tanto que neuronas alejadas (también incluidas en la vecindad de la BMU) modificarán sus pesos en caso de que no hayan sido previamente afectadas y llevadas al periodo refractario. Este fenómeno, el de influencia a larga distancia, tiene una mayor semejanza con el comportamiento de la corteza cerebral.

5.2. Discusión

La formación de mapas autoorganizados es posible cuando se considera un periodo refractario para las neuronas activas. Las capacidades del SOM

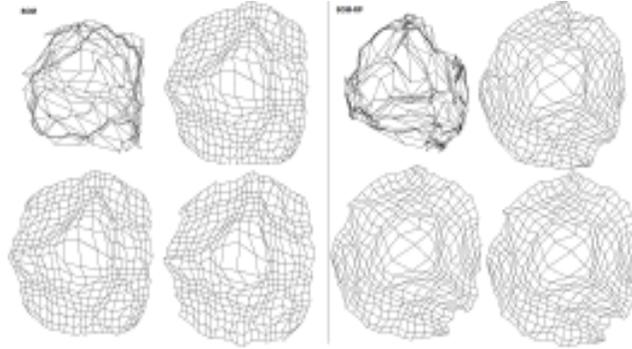


Figura 5.6: Plegado de pesos en el SOM (izquierda) y en el SOM-RP (derecha) para épocas $t = 2, 4, 6, 10$ para el conjunto de datos anillo (incluido únicamente como ejemplo de plegado). Se observa que el SOM-RP presenta, en general, bordes más suaves que los mostrados por el SOM. Los parámetros para el SOM-RP fueron $\tau = 2$ y $d = 2$.

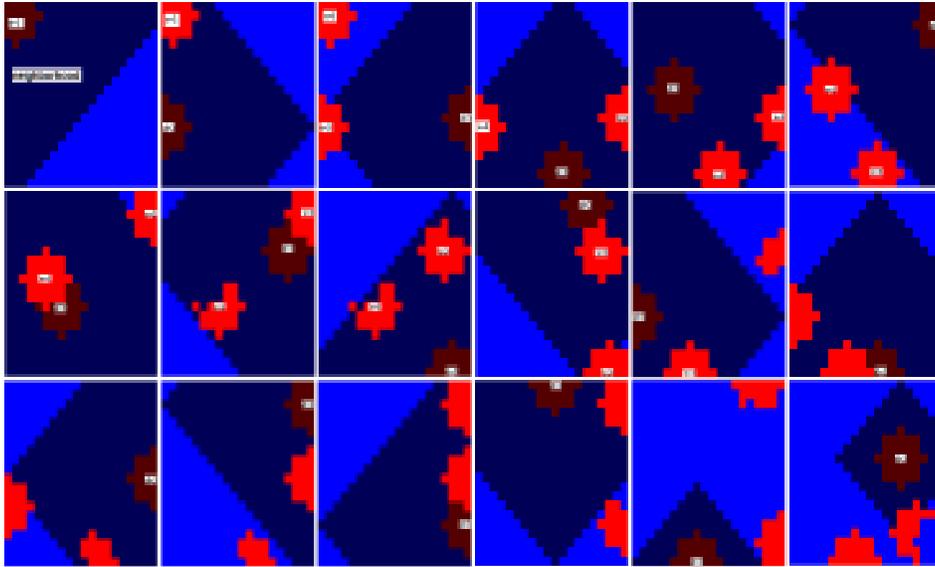


Figura 5.7: Patrones de actividad en el SOM-RP para épocas consecutivas. Patrones no radiales se forman debido al periodo refractario. Los parámetros para el SOM-RP fueron $\tau = 2$ y $d = 3$ para una red de 20×20 neuronas.

cuando se agrega esta característica son semejantes a las del SOM, cambiando la dinámica del plegado pero formando mapas con una mayor diversidad que permite la obtención de mapas con errores menores que los formados por el SOM.

Si bien no es posible caracterizar la dinámica como función de τ , d y c , se ha mostrado evidencia de que el mapeo se plega adecuadamente a fin de aproximar el espacio de entrada. Si el SOM ha de ser estudiado como un modelo más realista de la corteza cerebral, la refracción en sus neuronas debería ser tomada en cuenta.

En el cerebro, la existencia del periodo refractario permite a las neuronas repolarizarse y volverse susceptibles de nuevo para activaciones posteriores. En general, la refracción ha sido considerada como una restricción neuronal que no debería incluirse en los modelos de redes neuronales, sin importar si esos modelos suponen una explicación sobre aspectos generales de la autoorganización en el cerebro. En el modelo presentado, SOM-RP, se incorporó un periodo refractario homogéneo y los resultados son, en principio, de interés, en el sentido de que los mapas formados de esta forma son equivalentes (en términos de las medidas de error) a aquellos obtenidos por el SOM, pero alcanzados por una ruta que cuenta con mayor plausibilidad. Esto es, la existencia de un periodo refractario en el proceso de autoorganización no genera mapas con errores mayores a los obtenidos con el SOM tradicional.

El hecho de que la autoorganización sea posible en el SOM-RP, reafirma el hecho de que el proceso de aprendizaje es distribuido, con modificaciones de corto alcance en la red que no afectan la conducta general del mapeo. Esto puede lograrse con otras modificaciones al SOM (ver capítulos previos).

Capítulo 6

Resultados y discusión

Cuando un estímulo es procesado por la corteza cerebral, no es un único cúmulo de neuronas el que se activa: imágenes obtenidas por fMRI y PET muestran regiones no radiales ni próximas entre sí que responden a dichos estímulos. Esto es, la influencia que una neurona tiene sobre las demás no es homogénea. Esta inhomogeneidad en la influencia puede generar zonas no radiales de afección, aunque no es la única forma de obtenerlas. La topología de la corteza cerebral también resulta en la formación de zonas irregulares de influencia. De la misma forma, el hecho de que se obligue a las neuronas a entrar en un periodo refractario también resulta en la formación de zonas de influencia no homogéneas.

El SOM es un modelo no supervisado de red neuronal que ha sido estudiado ampliamente como modelo computacional de la corteza cerebral. Permite alcanzar, partiendo de un estado desordenado, estados ordenados. El mecanismo que permite este ordenamiento es la influencia decreciente entre neuronas. Como modelo de la corteza cerebral, el mapeo autoorganizado ha sido de gran utilidad pues explica puntos importantes, como la formación de mapas topográficos en la corteza visual y los mapas tonotópicos [53]. Sin embargo, la semejanza del modelo con la corteza radica más bien en el resultado final, no en los mecanismos generales ni en los supuestos que dan pie a la formación de estructuras ordenadas. En este trabajo se estudiaron tres modificaciones al modelo original de Kohonen que permiten la formación de mapas topográficos pero con supuestos más apegados a la evidencia biológica. Las tres variantes producen patrones de actividad neuronal no homogéneos, lo que contrasta con los patrones de actividad que genera el mapeo autoorganizado.

En la primera de estas modificaciones, al tomarse en cuenta que la topología de la corteza cerebral no es regular y puede clasificarse, al menos preliminarmente, como compleja, los mapeos se formaron sobre redes com-

plejas. Se encontró que los mapeos formados sobre redes de mundo pequeño con valores de reconexión pequeños son mejores que los mapeos formados sobre redes regulares. Por otro lado, los mapeos formados sobre redes libres de escala presentan un error muy elevado.

La dinámica de la formación de mapeos en redes complejas sigue rutas diferentes. En una red de mundo pequeño, una neurona puede activar a neuronas muy alejadas y no influir a neuronas más próximas, lo que contraviene las reglas empíricas del SOM que sostienen que la influencia que ejercen las neuronas activas debe ser decreciente con la distancia.

En la segunda variante del modelo original de Kohonen, se considera la frecuencia con la que una neurona afecta a las demás y se agrega esta influencia a la ecuación de modificación de los pesos. La influencia es una función de la frecuencia relativa con la que se afectan las neuronas. Este parámetro recibe el nombre de frecuencia de activación y se relaciona con el aprendizaje hebbiano. Cabe recordar que el aprendizaje hebbiano establece que si dos neuronas se activan reiteradamente para un mismo estímulo, se desarrolla entre ellas un vínculo que lleva a que tiendan a activarse simultáneamente para estímulos posteriores.

Esta modificación permite la formación de patrones de actividad con mayor semejanza a los patrones encontrados en la corteza. Otra característica relevante de esta modificación es que la neurona a la que se mapea un estímulo puede no ser la que más se le parezca después de la adaptación de los pesos.

La tercera variante considera el caso en que las neuronas activas y un subconjunto de sus vecinas caigan en un estado refractario por un tiempo que no depende de ningún valor intrínseco. Durante este lapso, las neuronas no modificarán sus vectores de pesos ni podrán activarse para ningún estímulo. De esta forma, se pueden generar regiones de inactividad cercanas a las neuronas activas rodeadas de neuronas activas más alejadas, lo que rompe la simetría en las zonas de influencia generadas en el esquema original.

Los modelos neuronales no incluyen en general un estado refractario, pues es visto como una restricción biológica que no muestra ninguna ventaja en los sistemas artificiales, y que resulta perjudicial para el comportamiento del modelo. No obstante, se mostró que, al menos para el SOM, la existencia de un estado de reposo no perjudica, y en algunos casos mejora, la calidad de los mapas.

Las variantes estudiadas dan mayor realismo a un modelo sumamente sencillo y poderoso como lo es el SOM. El hecho de que las variantes generen mapeos de mayor precisión que el SOM no es lo verdaderamente importante, sino el hecho de que lo hagan cuando las restricciones que se imponen reflejan un mayor realismo.

El hecho de que la formación de los mapas se logre por medio de zonas

de influencia (vecindades) no homogéneas entre las neuronas es notable, pues las teorías de formación de mapas topográficos consideran la simetría en las zonas de influencia como un requisito fundamental. De la misma forma, se ha supuesto que la influencia entre neuronas debe de ser decreciente con la distancia a fin de lograr mapas adecuados. En las variantes estudiadas, este último supuesto no se cumple y no obstante, la formación de mapas es adecuada, lo que lleva a suponer, al menos, que la intensidad en la influencia no tiene porqué ser decreciente con la distancia. Por ello, conviene identificar los parámetros reales que conllevan a la formación de mapas topográficos.

Puesto que se mostró que es posible la formación de mapas topográficos cuando la intensidad de la influencia no es decreciente con la distancia, como se ha supuesto en la literatura en torno al SOM, es muy importante que se identifiquen las condiciones mínimas que permitan la formación de mapas con errores bajos. Existen indicios de que más que una influencia decreciente con la distancia, lo que debería ser decreciente es la cantidad de neuronas que influyen a una cierta neurona, lo que no se logra únicamente con una vecindad decreciente.

Capítulo 7

Trabajo futuro

En este trabajo se presentaron tres variantes del SOM que permiten la formación de zonas de influencia no radiales. Cada una de estas variantes, la de mapear a una red compleja de neuronas, la de tomar en cuenta la frecuencia relativa con la que las neuronas afectan a las demás y la de considerar un periodo refractario son restricciones biológicas que no suelen considerarse en los modelos. Al tomarlas en cuenta en el SOM, los resultados fueron, en el peor de los casos, equivalentes al SOM. Sin embargo, dichas restricciones fueron estudiadas aisladamente.

Es de interés, por ejemplo, combinar las restricciones estudiadas. Cabe preguntarse por el comportamiento del SOM cuando se consideran las tres variantes en un mismo modelo: mapear a una red compleja y considerar la frecuencia relativa de afección aunado a la incorporación de un periodo refractario para cada neurona sería un modelo mucho más apegado a las características de la corteza cerebral que los modelos con una única variante.

En cuanto a las variantes por separado, se proponen algunas modificaciones que podrían arrojar resultados interesantes. En cuanto a la topología de la red del mapeo,

Para la función de frecuencia de activación se propone el estudio detallado de otras funciones que contemplen la influencia mutua entre neuronas. Por ejemplo, funciones periódicas que intenten reflejar la periodicidad con la que los estímulos se presentan a la red.

También se propone el uso de programación genética a fin de identificar la función que sea la óptima como función de frecuencia de activación. Para ello, habría que optimizar el error del mapa y la no homogeneidad de las zonas de influencia. Esto supondría una optimización multiobjetivo, pues ambos valores no son función uno del otro. Además, el evaluar la no homogeneidad de una estructura no es trivial.

Para el periodo refractario en el SOM, puede ser de interés considerar

esquemas en los que el tiempo de reposo sea aleatorio para cada neurona y para cada intervalo. Esto con la finalidad de verificar los límites de la robustez del algoritmo del SOM y encontrar una transición de fase con respecto a la tolerancia del mapeo.

Como se mencionó en las conclusiones, existen indicios de que la restricción que se impone a la vecindad para que sea decreciente con el tiempo puede ser únicamente un caso particular de la que parece ser la verdadera restricción: que la cantidad de neuronas que afectan a una neurona sea decreciente con el tiempo. Para verificar esto, se plantea que la vecindad se reduzca únicamente en aquellas BMU que afectan a neuronas que reciben influencia de otras BMUs.

Bibliografía

- [1] Kelso, S. Dynamic patterns. MIT Press. 2005.
- [2] Siegfried, T. The bit and the pendulum. From quantum computing to M theory- The new physics of information. 2000. John Wiley.
- [3] Seife, C. Decoding the universe. Viking books. 2006.
- [4] Haken, J. Information and self-organization. Springer-Verlag. 2000.
- [5] Rolls, E., Deco, G. Computational neuroscience of vision. Oxford University Press. 2002.
- [6] Herculano-Houzel, S. Mota, B., Lent, R. Cellular scaling rules for rodent brains PNAS 103 (2006) 12138-12143.
- [7] Kühn, R. Menzel, R., Menzel, W., Ratsch, U., Richter, M., Stomatescu, I. Adaptivity and learning. Springer Verlag. 2006.
- [8] Engel, A., Van den Broeck, C. Statistical mechanics of learning. Cambridge University Press. 2001.
- [9] Hawkins, J. On intelligence. Times books. 2006.
- [10] Buzsáki, G. Rhythms of the brain. Oxford University Press. 2006.
- [11] Izhikevich, E., Gally, J., Edelman, G. Spike-timing dynamics of neuronal groups. Cerebral cortex **14** (2004) 933-944.
- [12] Allman, J. Evolving brains Freeman and company. 1999.
- [13] Zhang, K., Sejnowski, T. A universal scaling law between gray matter and white matter of cerebral cortex PNAS **97** (2000) 5621-5626.
- [14] Striedter, G. Principles of brain evolution Sinauer. 2005.
- [15] Abarbanel, H. Analysis of observed chaotic data. Springer. 2005.

- [16] Amari, S. Topographic organization of nerve fields. *Bulletin of mathematical Biology* 42 (1980) 339-364.
- [17] Bailey, C., Kandel, E., SI. K. The persistence of long-term memory. *Neuron* 44 (2004) 49-57.
- [18] Bednar, J., Kelkar, A, Miikkulainen, R. Scaling self-organizing maps to model large cortical networks. *Neuroinformatics*. (2004).
- [19] Berglund, E., Sitte, J. The parameterless Self-Organizing Map Algorithm *IEEE Trans. on Neural networks*. 17 No. 2. (2006) 305-316.
- [20] Cabeza, R., Kingston, A. *Handbook of functional neuroimaging of cognition*. MIT Press. (2006).
- [21] Chappell, G., Taylor, J. The temporal Kohonen map. *Neural Networks* 6 (1993) 441-445.
- [22] Cottrell, M. Fort, J.C., Pagés, G. Theoretical aspects of the SOM algorithm. *Neurocomputing* 21 (1998) 119-138.
- [23] Erwin, Obermayer, K. Schulten, K. Self-organizing maps: Ordering, convergence properties and energy functions. *Biol. Cyb.* 67 (1992) 47-55.
- [24] Erwin, E., Obermayer, K., Schulten, K. A comparison of models of visual cortical map formation. *Computational and neural systems*. 395-402 (1993).
- [25] Erwin, E., Obermayer, K., Schulten, K. Models of orientation and ocular dominance columns in the visual cortex: a critical comparison. *Neural computation* 7 (1995) 425-468.
- [26] Flanagan, J. Sufficient conditions for self-organization in the SOM with a decreasing neighborhood function of any width. *Conf. of Art. Neural Networks*. Conf. pub. No. 470 (1999).
- [27] Flanagan, J. Self-organized criticality and the self-organizing map. *Physical Review E* (2001). Vol. 63, 036130.
- [28] Gerstner, W., Kistler, W. Mathematical formulations of Hebbian learning *Biological cybernetics* 87 (2002) 404-415.
- [29] Goodhill, G., Cimponeriu, A. Analysis of the elastic net model applied to the formation of ocular dominance and orientation columns. *Network: comput. neural systems* 11 (2000). 153-168.

- [30] Goodhill, G., Finch, S., Sejnowski, T. Quantifying neighborhood preservation in topographic maps. 3rd. joint Symp. in neural computation (1996) 61-82.
- [31] Hammer, B., Micheli, A., Sperduti, A., Strickert, M. Recursive self-organizing network models. *Neural Networks* 17 (2004) 1061-1085.
- [32] Haykin, S. *Neural Networks, a comprehensive foundation*. 2nd. ed. Prentice Hall. (1999).
- [33] Kamimura, R. Cooperative information control for self-organizing maps *Neurocomputing* 62 (2004) 225-265.
- [34] Kamimura, R. Self-organizing by information maximization: Realizing self-organizing maps by informatic- theoretic competitive learning. *ICONIP* (1) (2006) 626-633.
- [35] Kandel, E., Schwartz, J., Jessell, T. *Principles of neural science*. McGraw-Hill. (2000).
- [36] Kirk, J. Zurada, J. A two-stage algorithm for improved topography preservation in self-organizing maps. *Int. Con. on Sys., Man and Cyb.* 4 (2000) 2527-2532.
- [37] Kiviluoto, K. Topology preservation in Self-Organizing maps. *Proc. ICNN96, IEEE Int. Conf. on Neural Networks*. (1996).
- [38] Villmann, T. Der, R., Herrmann, M., Martinetz, T. Topology preservation in self-organizing feature maps: exact definition and measurement. *IEEE Transactions on neural networks*. Vol. 8 No. 2 (1997) 256-266.
- [39] Villmann, T et al. A New Quantitative Measure of Topology Preservation in Kohonen's Feature Maps (1994). *IEEE Transactions on Neural Networks*.
- [40] Martinetz, T., Schulten, K. Topology representing networks. *Neural networks* Vol. 7 No. 3 (1994) 507-522.
- [41] Kohonen, T. *Self-Organizing maps*. 3rd. ed. Springer-Verlag. (2000).
- [42] Kohonen, T. Self-organizing neural projections. *Neural Networks* 19 (2006). 723-733.
- [43] Koulakov, A., Chklovsky, D. Orientation preference patterns in mammalian visual cortex: a wire length minimization approach. *Neuron* 29 (2001) 519-527.

- [44] Lamm, C. Leodolter, U., Moser, E., Bauer, H. Evidence for premotor cortex activity during dynamic visuospatial imaginery. *Neuroimage* 14 (2001) 268-283.
- [45] Lee, J., Verleysen, M. Self-organizing maps with recursive neighborhood adaption. *Neural Networks* 15 (2002) 993-1003.
- [46] Linsker, R, How to generate ordered maps by maximizing the mutual information between input and output signals. *Neural computation* 1 (1989) 202-411.
- [47] Liljeholm, M., Lin, A., Ozdzyński, P., Beatty, J. Quantitative analysis of kernel properties in Kohonen's self-organizing map algorithm: Gaussian and difference of Gaussians neighborhoods. *Neurocomputing*. 44-46 (2002) 515-520.
- [48] Malsburg, C. Self-organization of orientation sensitive cells in the striate cortex *Kybernetik* 14 (1973) 84-100.
- [49] Mayer, N., Herrmann, J., Geisel, T. Retinotopy and spatial phase in topographic maps. *Neurocomputing* 32-33 (2000) 447-452.
- [50] Miikkulainen, R. Bednar, J. Choe, Y. Sirosh, J. Computational maps in the visual cortex. New York. Springer (2005).
- [51] Neme, A., Miramontes, P. Statistical properties of lattices affect topographic error in self-organizing maps. *ICANN* (1) (2005) 427-432.
- [52] Neme, A., Miramontes, P. A parameter in the SOM learning rule that incorporates activation frequency. *ICANN* (1) (2006) 455-463.
- [53] Obermayer, K., Ritter, H., Schulten, K. A neural network model for formation of topographic maps in the CNS: development of receptive fields. *Proc. IEEE IJCNN-90* (1990).
- [54] Principe, J., Euliano, N., Garani, S. Principles and networks for self-organization in space-time *Neural Networks* 15 (2002) 1069-1083.
- [55] Euliano, N., Principe, J. A spatio-temporal memory based on SOMs with activity diffusion. *Workshop on self-organizing maps*. 253-266. (1999).
- [56] Rakic, S., Zecevic, N. Emerging complexity of layer I in human cerebral cortex. *Cerebral Cortex* 13 (2003) 1072-1083.

- [57] Ritter, H. Self-Organizing Maps on non-euclidean Spaces Kohonen Maps, 97-108, Eds.: E. Oja and S. Kaski, (1999).
- [58] Sakata, S., Yamamori, T. Topological relationships between brain and social networks Neural networks 20 (2007) 12-21.
- [59] Sporns, O., Chialvo, D., Kaiser, M., Hildetag, C. Organization, development and function of complex brain networks Trends in cognitive sciences 8 No. 9 (2002) 418-425.
- [60] Varsta, M., Heikkonen, J., Lampinen, J, Millán, J. R. Temporal Kohonen map and the recurrent self-organizing map: analytical and experimental comparison. Neural processing letters 13 (2001) 237-251.
- [61] Venna, J., Kaski, S. Neighborhood preservation in nonlinear projection methods: An experimental study. Proc. int. conf. on art. neural networks (1996). 485-491.
- [62] Amerijckx, C., Legat, J., Verleysen, M. Image compression using self-organizing maps. Systems analysis modelling simulation Vol. 41 No. 11 (2003) 1529-1543.
- [63] Laha, A., Chanda, B. Design of vector quantization for image compression using self-organizing feature map and surface fitting. IEEE Transactions on image processing. Vol 13 No. 11 (2004) 1291-1303.
- [64] Rojas, R. Neural networks: a systematic introduction. Springer Verlag. 1996.
- [65] Chuang, C., Cheng, P., Liou, M., Liou, C., Kuo, Y Application of self-organizing map (SOM) for cerebral cortex reconstruction. International journal of computational intelligence research. Vol. 3 No. 1 (2007) 26-30.
- [66] Cazuguel, G., Cziho, A., Solaiman, B., Roux, C. Medical image compression and feature extraction using vector quantization, self-organizing maps and quadtree ecomposition. Proc. of the IEEE Int. Conf. on information technology applications in biomedicine. (1998).
- [67] Claussen, J. Winner-relaxing self-organizing maps. Neural computation 17 (2006) 996-1009.
- [68] Thompson, R. The brain: a neuroscience primer. Worth pub. (2000).

- [69] Koch, C. Biophysics of computation and information processing in single neurons. Oxford University press (1998).
- [70] Bauer, H., Herrmann, M., Villmann, T. Neural maps and topographic vector quantization. *Neural networks* 12 (1999) 659-676.
- [71] Bauer H. Quantifying the Neighborhood Preservation of Self-Organizing Feature Maps (1992). *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol 3. No. 4.
- [72] Watts, D. Strogatz, S. Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature* **393** (1998) 440- 442.
- [73] Solé, R., Pastor-Satorras, R. Complex networks in genomics and proteomics, 145-164. in *Handbook of graphs and networks*. Wiley. 2003.
- [74] Drossel, B., McKane, A. Modelling food webs, 218-242. in *Handbook of graphs and networks*. Wiley. 2003.
- [75] Bollobás, B. and Riordan, O. Mathematical results on scale-free random graphs, on *Handbook of graphs and networks*. Bornholdt, E. Schuster, G. (2002) 1-34. Wiley.
- [76] Strogatz, S. Exploring complex networks *Nature* **410** (2001) 268-276
- [77] Barabási, A., Albert, R. Emergence of scaling in random networks. *Science* **286** (1999) 509-512
- [78] Albert, R., Barabási, A. Statistical mechanics of complex networks. *Review of modern physics*. **74** (2002) 47-97.
- [79] Grosse, I. Herzel, H., Buldyrev, S. Stanley, E. Species dependence of mutual information in coding and noncoding DNA *Physical Review E* **61** (2000) 5624-5630
- [80] Shefi, O., Golding, I., Segev, R., Ben-Jacob, E., Ayali, A. Morphological characterization of in vitro neuronal networks. *Phys. Rev. E* **66** (2002) 21905-1, 21905-5.
- [81] Godsil, A., Royle, G. *Algebraic Graph Theory*. Springer-Verlag. 2001.
- [82] Newman, M., Park, J. The statistical mechanics of networks. www.arxiv.org (2004).
- [83] Bornholdt, S., Schuster, H. *Handbook of graphs and networks: From the genome to the internet* Wiley (2002).

- [84] Fogel, D. Chellapilla, K. Evolving neural networks to play checkers without relying on expert knowledge. *IEEE Trans. on neural Networks* (1999). Vol. 10. No. 6 1382-1391.
- [85] Buzsáki, G. The structure of consciousness *Nature*. Vol. 446, (2006) 267.
- [86] Kaas, J. Topographic maps are fundamental to sensory processing. *Brain research bulletin*, vol 44 No. 2 (1997) 107-112.
- [87] O'Reilly, R., Munakata, Y. *Computational explorations in cognitive neuroscience*. MIT Press. (2004).
- [88] Aiello, G., Gamarresi, S. Neme, A. Self-organizing map for basic symbols discovering in Linear A writing. *En preparación*
- [89] Kaski, S., Kohonen, T. The world poverty map.
- [90] Alvarez-Buylá, Elena. *Revista Ciencias* (2005) Octubre, 17-23.
- [91] Freeman, W. A neurobiological theory of meaning in perception. *Int. Journal on Bifurcation and Chaos*. (2003). Vol. 13 2493-2511.
- [92] Kaski, S., Nikkilä, J. Analysis and visualization of gene expression data using self-organizing maps. *International journal of neural networks*. Vol. 3 No. 6 (2004).
- [93] Köppen, E., Miramontes, P., Mansilla, *Revista Ciencias* (2005) 245-253.
- [94] Stafford, T., Wilson, S. Self-organisation can generate the discontinuities in the somatosensory map. *Neurocomputing* Vol. No. (2007) 1932-1937.
- [95] Padoan, A.C., Araújo, A., Barreto, G. Production of robot's trajectories using temporal parametrized self-organizing maps. *Int. journal on neural systems* (2003) Vol. 2. 119-127.
- [96] Araújo, A., Barreto, G. Context in temporal sequences: a self-organizing approach and its application to robotics. *IEEE Transactions on Neural Networks* (2002) Vol. 13 45-57.
- [97] Barreto, G., Araújo, A., Kremer, S. A taxonomy for spatiotemporal connectionist networks revisited: the unsupervised case. *Neural computation* (2003). Vol 13 249-306.

- [98] Flexer, A. On the use of self-organizing maps for clustering and visualization. *Intelligent Data Analysis* 5 (2001) 373-384.
- [99] Flexer, A. Limitations of self-organizing maps for vector quantization and multidimensional scaling. *Advances in neural information processing systems* 9. MIT Press/Bradford Books. 1997
- [100] Mackay, *Information theory, inference and learning algorithms*. Cambridge University Press. 2004.
- [101] Mountcastle, V. An organizing principle for cerebral function, en *The Mindful Brain*. MIT Press. 1978.
- [102] Kosko, B. *Neural Networks and Fuzzy Systems*. Prentice Hall, 1997.
- [103] Bak P., Tang, C., Wiesenfeld, K. Self-organized criticality: an explanation of $1/f$ noise. *Physical Review Letters* (1987) Vol. 59 381-384.
- [104] Amaral, L. Scala, A., Barthélemy, M., Stanley, E. Classes of small-world networks. *PNAS* (2000) Vol. 97 11149-11152.
- [105] McGraw, P. Menzinger, M. (2003). Topology and computational performance of attractor neural networks www.arxiv.org.
- [106] Goodwin, B. Solé, R. *Signs of Life*. Basic Books. 2001.
- [107] Jung, S. et al. Geometric fractal growth model for scale-free networks. *Physical review letters* E. Vol 65. 2002.
- [108] Fessant, F. Akinin, P, Oukhellou, L., Midenet, S. Comparison of supervised self-organizing maps using Euclidean or Mahalanobis distance in classification context. *Int. COnf. on Artificial and Natural Neural Networks*. (2001)
- [109] Bollobás, B. *Random graphs*. Cambridge University Press. (2001).
- [110] Gross, L., Yellen, J. *Handbook of graph theory*. CRC. 2004.