



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS Y
DE LA ESPECIALIZACIÓN EN ESTADÍSTICA APLICADA

MODELO ESPACIO – TEMPORAL PARA DETERMINAR LA EVOLUCIÓN DEL
FENÓMENO DE HUNDIMIENTO REGIONAL EN LA ZONA LACUSTRE DEL
VALLE DE MÉXICO

TESIS
PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
ESPECIALISTA EN ESTADÍSTICA APLICADA

PRESENTA:
MARIA CLARA MADRIGAL MADRIGAL

TUTOR PRINCIPAL
DR. CARLOS DÍAZ ÁVALOS
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATEMATICAS
APLICADAS Y EN SISTEMAS (IIMAS)

CIUDAD DE MÉXICO, OCTUBRE 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas

Tesis Digitales

Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

DR. CARLOS DÍAZ AVALOS (IIMAS)

M. EN C. LETICIA GRACIA-MEDRANO VALDELAMAR (IIMAS)

M.EN C. PATRICIA ROMERO MARES (IIMAS)

M.EN C. CLAUDIA JUÁREZ GALLEGOS (IIMAS)

DR. EDUARDO BOTERO JARAMILLO

TUTOR DE TESIS:

DR. CARLOS DÍAZ AVALOS

FIRMA

RESUMEN

La mayor parte de la Ciudad de México se encuentra asentada en suelos lacustres en los que se depositaron grandes cantidades de cenizas volcánicas y otros materiales piroclásticos (productos que arrojan los volcanes). Con el tiempo, la descomposición química de dichos materiales dio origen a las arcillas altamente compresibles y de alto contenido de agua, características del Valle de México. Debido a la intensa explotación de los mantos acuíferos para abastecer de agua a los más de 20 millones de habitantes de la Ciudad de México, estos suelos lacustres presentan una consolidación regional inducida que ocasiona una acumulación de asentamientos importantes que afectan la funcionalidad y la seguridad de la infraestructura de la ciudad. Por lo anterior, en este trabajo se elabora un modelo espacio – temporal a partir de un sistema de monitoreo compuesto por bancos superficiales de nivel, y utilizando la paquetería *gstat* del programa estadístico R, para analizar la evolución del fenómeno de hundimiento regional en la zona de Lago del Valle de México, y contribuir en la toma de decisiones de los especialistas y autoridades correspondientes para aminorar los asentamientos diferenciales en la infraestructura existente, y en los criterios de diseño y localización de futuros proyectos.

TABLA DE CONTENIDO

1. OBJETIVOS.....	7
1.1. Objetivo principal	7
1.2. Objetivos específicos.....	7
1.3. Justificación y alcances	7
2. FENÓMENO DE HUNDIMIENTO REGIONAL EN EL VALLE DE MÉXICO	9
2.1. Definición	9
2.2. Zonas geotécnicas de la Ciudad de México	9
2.3. Estratigrafía típica de la zona de Lago.....	11
2.4. Actualidad de hundimiento regional	11
2.5. Efectos en las edificaciones	12
3. GEOESTADÍSTICA	15
3.1. Definición	15
3.2. Procesos estacionarios.....	15
3.3. Interpolación espacial.....	16
3.4. Variograma.....	17
3.5. Análisis de datos espacio - temporales.....	18
3.6. Modelos espacio - temporales.....	20
4. ANÁLISIS ESPACIO – TEMPORAL DEL HUNDIMIENTO REGIONAL	22
4.1. Descripción de la base de datos	22
4.2. Revisión de la información.....	25
4.3. Datos espacio - temporales.....	36
4.4. Análisis estructural.....	37
4.5. Ajuste de modelos	42
4.6. Predicciones.....	48
4.7. Validación del modelo espacio - temporal	52
5. CONCLUSIONES	58
BIBLIOGRAFÍA	60

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Zonificación geotécnica	10
Figura 2.2. Estratigrafía típica de la zona de Lago (Zona III) y perfil abatido de la presión de poro en el depósito de suelo	11
Figura 2.3. Hundimiento a lo largo de un eje transversal de Este a Oeste del Valle de México entre 1862 y 2010 (Auvinet <i>et al.</i> , 2017)	12
Figura 2.4. Emersión aparente de la Columna a la Independencia	13
Figura 2.5. Características del subsuelo (Santoyo y Ovando, 2008)	13
Figura 2.6. Problemática en la Terminal 2 del AICM (Madrigal, 2016)	14
Figura 3.1. Variograma (Goovaerts, 1997)	18
Figura 3.2. Diseños de cuadrícula para datos espacio - temporales (Pebesma, 2012)	19
Figura 4.1. Banco de Atzacualco (Google Earth Pro, 2020)	22
Figura 4.2. Cuadrantes de la red de bancos de nivel	23
Figura 4.3. Nomenclatura	23
Figura 4.4. Ubicación de los bancos de nivel en el Valle de México	25
Figura 4.5. Bancos de nivel considerados para el análisis	27
Figura 4.6. Cotas (msnm) 1983-2007	28
Figura 4.7. Cotas (msnm) en 1983	29
Figura 4.8. Cotas (msnm) en 1992	30
Figura 4.9. Cotas (msnm) en 2000	31
Figura 4.10. Cotas (msnm) en 2007	32
Figura 4.11. Comportamiento de bancos de nivel entre 1983 y 2007	33
Figura 4.12. Cotas en la zona lacustre en 1983	33
Figura 4.13. Cotas en la zona lacustre en 1992	34
Figura 4.14. Cotas en la zona lacustre en 2000	34
Figura 4.15. Cotas en la zona lacustre en 2007	34
Figura 4.16. Velocidad de hundimiento promedio para el periodo 1983 - 2007	35
Figura 4.17. Malla completa (Pebesma, 2012)	36
Figura 4.18. Resumen de los datos espacio - temporales	37
Figura 4.19. Semivariograma espacio - temporal ST empírico	38
Figura 4.20. Superficie del semivariograma espacio - temporal ST empírico	39
Figura 4.21. Semivariograma empírico espacial (en la dirección S) (1983-2004)	39
Figura 4.22. Semivariograma empírico temporal (en la dirección T) (11 km)	40
Figura 4.23. Semivariograma empírico marginal espacial, S: $\gamma_{hS,0}$	40

Figura 4.24. Semivariograma empírico marginal temporal, T: γ_0, hT	41
Figura 4.25. Semivariograma de datos agregados (<i>pooled</i>)	42
Figura 4.26. Semivariograma espacio - temporal empírico del hundimiento regional en la zona lacustre de la Ciudad de México entre los años 1983 y 2004 (esquina superior izquierda) y modelos ajustados: <i>separable</i> , <i>product-sum</i> y <i>sum-metric</i>	44
Figura 4.27. Superficie del semivariograma espacio - temporal empírico y de los modelos <i>separable</i> y <i>producto-sum</i>	45
Figura 4.28. Superficie del semivariograma espacio - temporal empírico y del modelo <i>sum-metric</i>	46
Figura 4.29. Semivariograma empírico y <i>separable</i> en la dirección espacial, S	46
Figura 4.30. Semivariograma empírico, <i>producto-sum</i> y <i>sum-metric</i> en la dirección espacial, S	47
Figura 4.31. Modelo <i>separable</i> ajustado a los semivariogramas empíricos marginales espacial, S, (derecha) y temporal, T, (izquierda)	48
Figura 4.32. Nivelaciones en msnm al 2030 en los puntos donde se ubican los bancos de nivel.....	49
Figura 4.33. Nivelaciones (msnm) en el periodo 2010-2030 en los puntos donde se ubican los bancos de nivel	50
Figura 4.34. Distribución espacial de las nivelaciones 2010 - 2030	50
Figura 4.35. Semivariograma y modelo gaussiano ajustado	51
Figura 4.36. Velocidad de hundimiento promedio en el periodo 2007-2030	52
Figura 4.37. Modelo digital de elevación LiDAR del Valle de México (INEGI,2010)	53
Figura 4.38. Histograma de los errores para el año 2010	54
Figura 4.39. Box-plot de los errores para el año 2010	54
Figura 4.40. Errores en valor absoluto entre elevaciones del LiDAR y cotas calculadas para el año 2010	55
Figura 4.41. Histograma de los errores para el año 2016	56
Figura 4.42. Box-plot de los errores para el año 2016	56
Figura 4.43. Errores absolutos entre predicción y medición directa en bancos de nivel en el 2016	57

1. OBJETIVOS

1.1. Objetivo principal

Determinar un modelo espacio - temporal utilizando los métodos y modelos implementados en el paquete *gstat* del programa estadístico R para analizar e interpretar el comportamiento y la evolución del fenómeno de hundimiento regional en el Valle de México.

1.2. Objetivos específicos

- Realizar una interpretación estadística del comportamiento de bancos superficiales de nivel localizados en el Valle de México.
- Revisar la información de los 1931 bancos de nivel monitoreados desde 1983 hasta el 2016.
- Detectar anomalías en las mediciones y eliminar información inconsistente.
- Exploración de datos mediante gráficas elaboradas en el programa R.
- Elaborar un variograma espacio – temporal empírico y ajustar modelos teóricos disponibles en el paquete *gstat* del programa R.
- Predecir en espacio y tiempo la evolución del fenómeno de hundimiento regional desde el 2010 al 2030.
- Validar el modelo espacio – temporal ajustado mediante la comparación de las predicciones del 2010 con los datos de cotas de nivel obtenidas a partir de modelo digital de elevación realizado con tecnología LiDAR disponible en la página del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI).
- Validar el modelo espacio – temporal ajustado mediante el cálculo de la diferencia entre las predicciones del 2016 obtenidas a partir del modelo y las cotas registradas en los bancos de nivel en el mismo año.

1.3. Justificación y alcances

El propósito de este trabajo consiste en realizar una interpretación estadística del comportamiento de los bancos superficiales de nivel localizados en la zona de Lago del Valle de México. Los datos corresponden a lecturas de cotas de nivel en metros sobre el nivel del mar (msnm) durante un periodo de monitoreo de 33 años, desde 1983 hasta el 2016. Un banco de nivel es un punto de referencia topográfico cuya elevación y coordenadas de ubicación son conocidas.

La importancia de analizar la evolución en el tiempo de los registros de los bancos de nivel y determinar un modelo espacio – temporal que represente el comportamiento de los mismos, radica en que éstos reflejan el fenómeno de hundimiento regional latente en la zona lacustre del Valle de México que afecta tanto las obras de servicios públicos como las obras de infraestructura. Por lo anterior, una adecuada interpretación de este sistema de monitoreo contribuirá en la toma de decisiones de los especialistas y las autoridades correspondientes para aminorar los asentamientos diferenciales acumulados en las obras existentes, y en los criterios de diseño y localización de futuros proyectos.

Cabe resaltar que se tiene conocimiento de la existencia de bancos de nivel adicionales que pertenecen a la Comisión de Aguas del Estado de México (CAEM) instalados principalmente al poniente y al sur del lago de Texcoco, y bancos de la Comisión Nacional de Agua (CONAGUA) que tienen registros entre los años 1970 y 2007. Sin embargo, el acceso a esta información no fue posible por lo que en este trabajo únicamente se consideraron los bancos de nivel del Sistema de Aguas de la Ciudad de México (SACMEX).

En una próxima etapa de este trabajo se pueden incorporar datos de estaciones piezométricas las cuales permiten monitorear la evolución de la presión de agua en el subsuelo. Lo anterior, debido a que esta información está correlacionada con el fenómeno de hundimiento regional y podría contribuir a mejorar la precisión de las estimaciones obtenidas en este trabajo.

2. FENÓMENO DE HUNDIMIENTO REGIONAL EN EL VALLE DE MÉXICO

2.1. Definición

La explotación del acuífero que subyace la cuenca del Valle de México para abastecer de agua potable a la población comenzó en 1847 cuando se abrieron los primeros pozos a 105 m de profundidad (Santoyo *et al.*, 2005). Inicialmente, los pozos operaban con artesianismo, es decir, que la presión en el acuífero subía el agua por encima de la superficie del suelo. Sin embargo, dado el crecimiento demográfico de la Ciudad de México, se intensificó la perforación de pozos para su explotación haciendo que poco a poco se agotara el artesianismo y se recurriera al bombeo para extraer el agua.

En 1925, el ingeniero Roberto Gayol detecta el fenómeno de hundimiento regional a partir de las nivelaciones realizadas en el centro de la ciudad y en el lago de Texcoco. En ese entonces, las causas de este fenómeno se le atribuían al abatimiento de las presiones de poro en el suelo generado por el sistema de drenaje profundo y sus obras complementarias. Sin embargo, en 1947 Nabor Carillo apoyándose en la Mecánica de Suelos, explica que la causa del fenómeno de hundimiento regional se debe al proceso de consolidación que sufren los suelos blandos cuando se presenta un incremento en los esfuerzos efectivos debido a la disminución de la presión de poro del suelo por el bombeo intenso de agua.

2.2. Zonas geotécnicas de la Ciudad de México

La mayor parte de la Ciudad de México se encuentra asentada en suelos lacustres en los que se depositaron grandes cantidades de cenizas volcánicas y otros materiales piroclásticos. Con el tiempo, la meteorización química de dichos materiales dio origen a las arcillas altamente compresibles y de alto contenido de agua, características del Valle de México.

Según las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Cimentaciones (NTC), la Ciudad de México se divide en tres zonas con las siguientes características generales (NTC, 2017):

- *Zona I o de Lomas:* formada por rocas o suelos generalmente firmes que fueron depositados fuera del ambiente lacustre. En esta zona, es frecuente la presencia de oquedades en rocas, de cavernas y túneles excavados en suelos para explotar minas de arena, y de rellenos superficiales no controlados.
- *Zona II o de Transición:* en donde los depósitos profundos se encuentran a 20 m de profundidad, o menos, y que está constituida predominantemente por estratos arenosos y limo arenosos intercalados con capas de arcillas lacustre; el espesor de éstas es variable entre decenas de centímetros y pocos metros.

- *Zona III o de Lago*: integrada por potentes depósitos de arcilla altamente compresibles, separados por capas arenosas con contenido diverso de limo o arcilla. Estas capas arenosas son en general medianamente compactas a muy compactas y de espesor variable de centímetros a varios metros. Los depósitos lacustres suelen estar cubiertos superficialmente por suelos aluviales, materiales desecados y rellenos artificiales; el espesor de este conjunto puede ser superior a 50 m.

A continuación, en la Figura 2.1 se presenta la zonificación geotécnica previamente descrita.

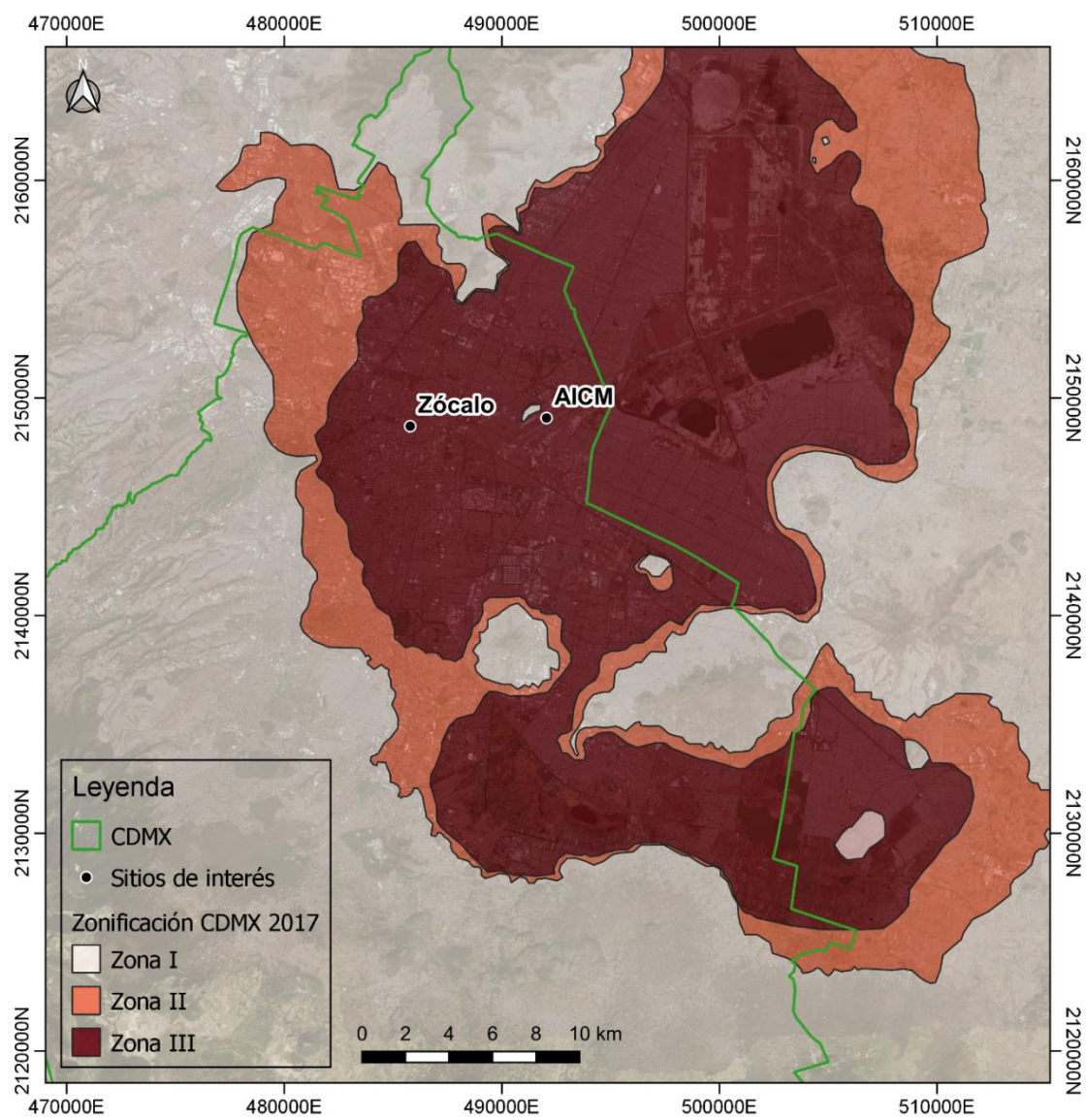


Figura 2.1. Zonificación geotécnica

2.3. Estratigrafía típica de la zona de Lago

Como se mencionó previamente, la zona de Lago del Valle de México se encuentra conformada por secuencias de formaciones de arcilla blanda interceptadas por lentes arenosos y capas de materiales limo arcillosos de consistencia firme y arenas compactas. A continuación, en la Figura 2.2 se presenta la estratigrafía típica de la zona de Lago donde se describen cada uno de los estratos de suelo que la componen. Por otro lado, en esta figura también se presenta el perfil abatido de la presión de poro en el suelo debido a la intensa extracción de agua de los mantos acuíferos subyacentes para abastecer a la población.

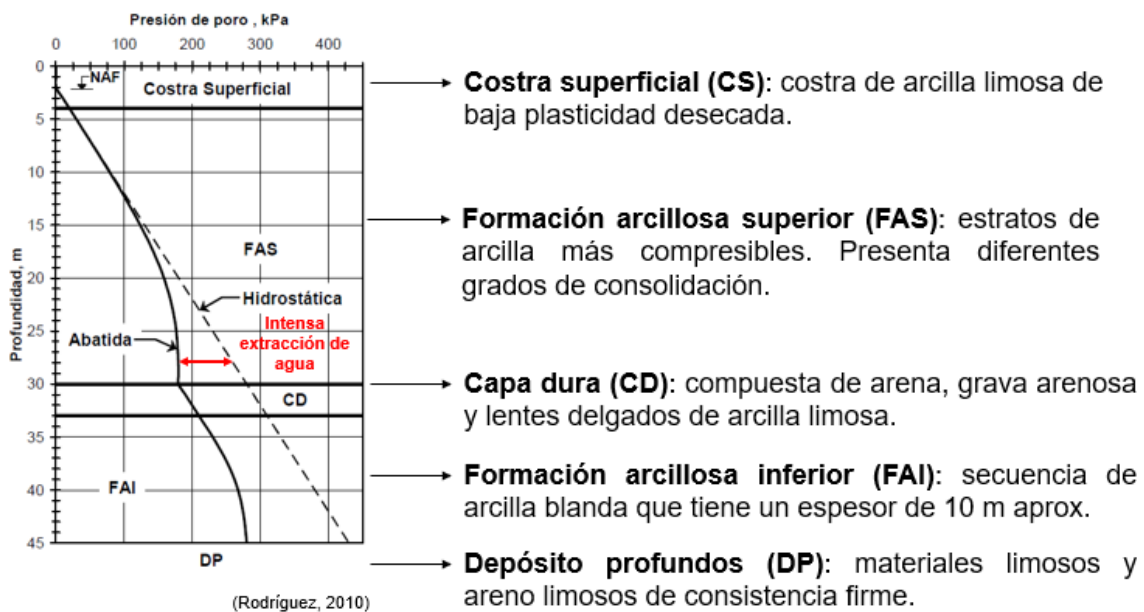


Figura 2.2. Estratigrafía típica de la zona de Lago (Zona III) y perfil abatido de la presión de poro en el depósito de suelo

2.4. Actualidad de hundimiento regional

La Ciudad de México tiene alrededor de 20 millones de habitantes en su área metropolitana y cuenta con unos 1600 pozos en operación, de los cuales se extrae un gasto aproximado de 76.6 m³/s (Santoyo, 2007). Por otro lado, se presentan pérdidas de agua a través de las líneas del metro, colectores, túneles del sistema de drenaje, y por los pozos abandonados y mal sellados. Lo anterior, ha permitido que el Valle de México haya tenido un hundimiento acumulado de más de 14 m entre 1862 y 2010 con respecto a la configuración del terreno original (Figura 2.3)

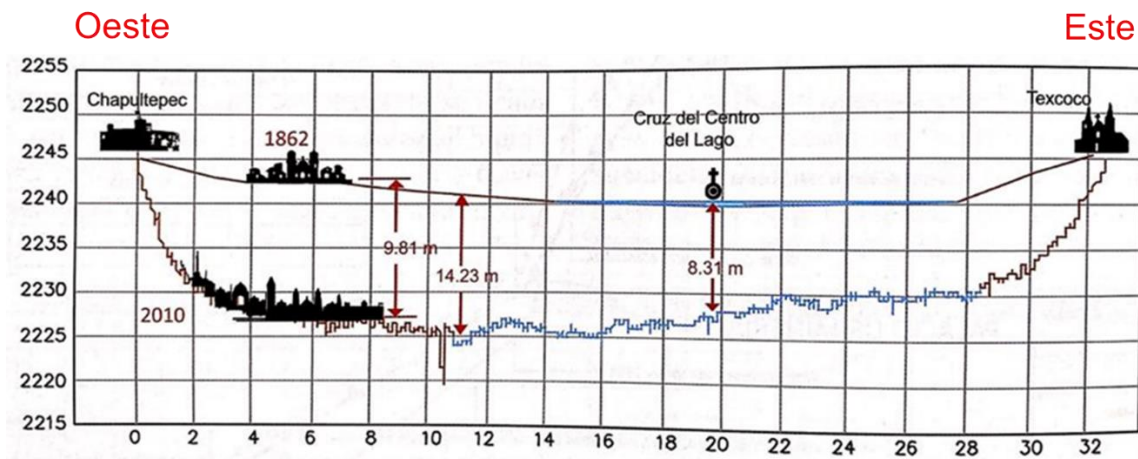


Figura 2.3. Hundimiento a lo largo de un eje transversal de Este a Oeste del Valle de México entre 1862 y 2010 (Auvinet *et al.*, 2017)

2.5. Efectos en las edificaciones

Cuando el sistema de cimentación de una estructura se encuentra apoyado en el estrato denominado Capa Dura (Figura 2.2), ésta presenta un efecto de emersión aparente con respecto al terreno circundante, debido al fenómeno de hundimiento regional latente en la zona lacustre del Valle de México. Lo anterior, conlleva a que se presenten asentamientos diferenciales, pérdida de confinamiento superficial de la cimentación, pérdida de verticalidad o desplome y una separación entre la losa de la subestructura y el suelo de apoyo. Es importante resaltar que el desplome en una estructura no es sólo efecto del hundimiento regional, sino que existen diversas causas que sumadas a esta última hacen que se presente dicho problema.

Como consecuencia de la emersión aparente y del desplome, se generan agrietamientos en los muros y separación de las juntas de construcción, lo que ocasionan una sensación de inseguridad para las personas que habitan las edificaciones afectadas.

A continuación, se presentan algunas evidencias del fenómeno de hundimiento regional en la Ciudad de México:

- En la Figura 2.4 se presenta la emersión aparente de la Columna a la Independencia la cual está cimentada sobre un conjunto de pilotes apoyados en la Capa Dura.
- Por otro lado, en la Figura 2.5 se describe la estratigrafía y se presenta la superficie deformada de la Formación Arcillosa Superior (FAS) sobre la que se encuentra la Catedral Metropolitana y el Sagrario de la Ciudad de México. Este monumento histórico presentaba una problemática de asentamiento diferenciales asociados al fenómeno de hundimiento regional y a los distintos grados de consolidación del

depósito de suelo al estar construida sobre edificaciones prehispánicas. Los asentamientos acumulados en la Catedral generaron un hundimiento diferencial entre el altar mayor y la torre del lado derecho de hasta 2.42 m (Santoyo y Ovando, 2008).

- En la Figura 2.6 se presenta la problemática actual de la Terminal 2 del Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México (AICM) en donde debido al hundimiento regional y a la incompatibilidad de los sistemas de cimentaciones se presentan asentamientos diferenciales en la conexión de las salas de espera Dedo Norte y Sur con el Edificio Terminal.

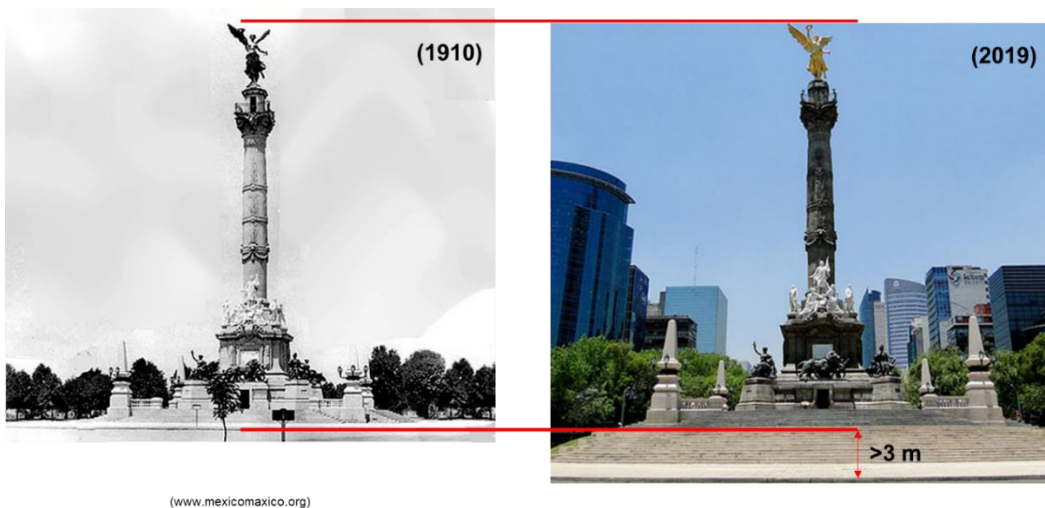


Figura 2.4. Emersión aparente de la Columna a la Independencia

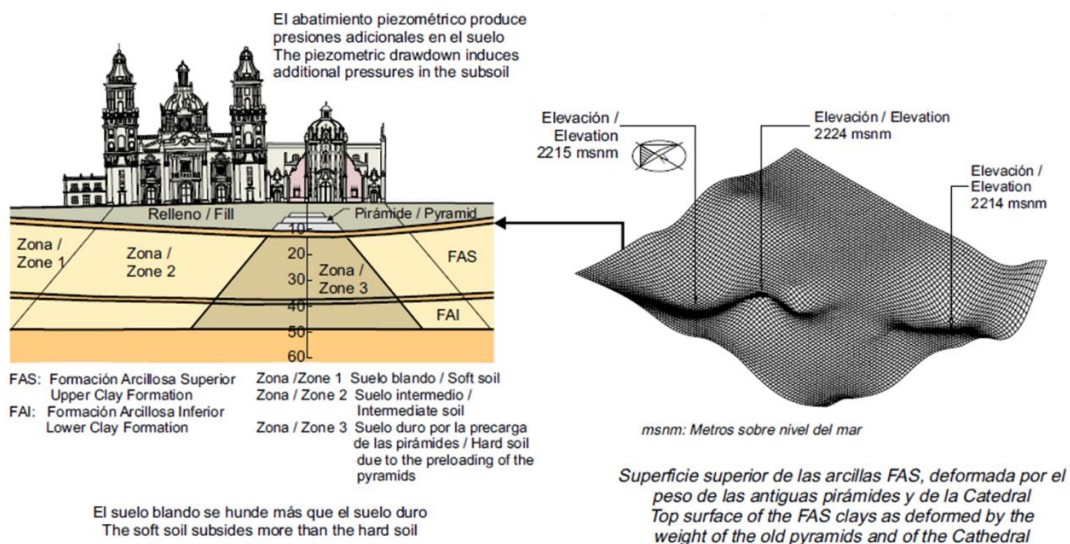
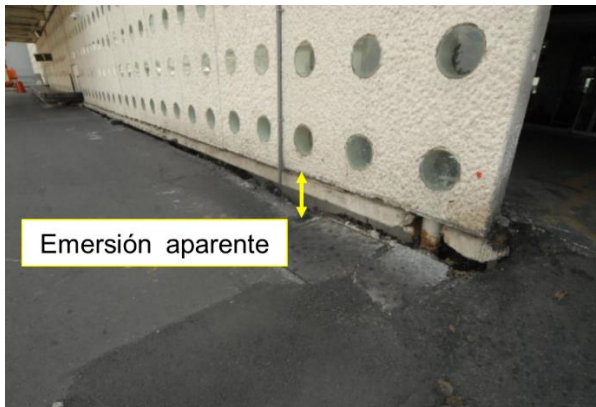


Figura 2.5. Características del subsuelo (Santoyo y Ovando, 2008)



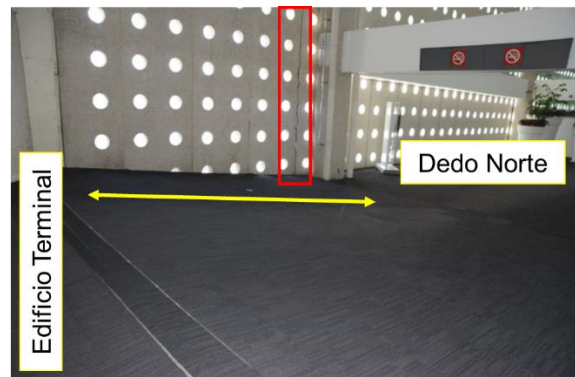
Edificio Terminal



Conexión planta baja Edificio Terminal-Dedo Sur



Planta baja conexión Edificio Terminal -Dedo Norte



Desnivel y grieta en conexión Edificio Terminal-Dedo Norte



Pasillo de acceso en planta baja del Dedo Sur



Grieta en paneles de concreto del Dedo Sur

Figura 2.6. Problemática en la Terminal 2 del AICM (Madrigal, 2016)

3. GEOESTADÍSTICA

3.1. Definición

La geoestadística se refiere al análisis de las posibles observaciones de un fenómeno aleatorio de interés $\{Z(s): s \in \mathcal{D}\}$ que se encuentra definido en todos los puntos de una región de estudio $\{\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^d\}$. Uno de los propósitos de la geoestadística es realizar predicciones mediante la interpolación de la variable de interés $Z(s)$ en localizaciones s_0 donde se desconoce su valor. En general, el análisis geoestadístico consta de las siguientes cuatro etapas:

- Análisis exploratorio de los datos
- Análisis estructural
- Modelamiento espacial
- Estimaciones y predicciones

El uso de los Sistemas de Información Geográfica (SIG) para analizar e interpretar información georreferenciada se conoce como Análisis Espacial. Los datos espaciales son observaciones que tienen una localización específica que involucran coordenadas de posicionamiento como la latitud y la longitud. Los SIG permiten hacer análisis sobre la distribución espacial de variables debido a la facilidad que tienen para visualizar y obtener mapas de ellos.

3.2. Procesos estacionarios

Un proceso estocástico $Z(s)$ se dice que es estrictamente estacionario en $\mathcal{D}$, si y sólo si, sus distribuciones de dimensión finitas son invariantes ante traslaciones, es decir, que dado un conjunto de n puntos $\{s_1, \dots, s_n\}$ y para una distancia h , se cumple que:

$$\{Z(s_1), \dots, Z(s_n)\} = \{Z(s_1 + h), \dots, Z(s_n + h)\} \quad (3.1)$$

En la práctica, se utilizan las definiciones de estacionariedad de segundo orden y estacionariedad intrínseca, puesto que las mismas parten de supuestos no tan estrictos como el estacionario.

Un proceso estocástico $Z(s)$ se dice estacionario de segundo orden, si y sólo si, se cumplen las siguientes hipótesis:

1. El momento de primer orden existe y es constante para todo s

$$E(Z(s)) = m \quad \forall s \in \mathcal{D} \quad (3.2)$$

2. Para cualquier par de variables, $Z(s)$ y $Z(s + h)$ existe la covarianza y sólo depende de la distancia h

$$Cov(Z(s), Z(s + h)) = C(\|h\|) \quad (3.3)$$

Donde la función $C(\cdot)$ se denomina *Covariograma*.

La condición de la Ecuación (3.3) implica que la varianza existe, es finita y no depende de s , pues:

$$\sigma^2 = C(0) = Var(Z(s)) \quad (3.4)$$

Por otro lado, se dice que $Z(s)$ es intrínsecamente estacionario si satisface:

1. El valor esperado de las diferencias cumple lo siguiente,

$$E(Z(s + h) - Z(s)) = 0 \quad (3.5)$$

2. La varianza de las diferencias es finita y está dada por,

$$Var(Z(s + h) - Z(s)) = 2\gamma(h) \quad (3.6)$$

La función $\gamma(\cdot)$ se denomina *Variograma*.

Por lo anterior, si un proceso espacial tiene varianza finita, esto implica que sus diferencias también tendrán varianza finita; es decir, si un proceso es estacionario de segundo orden también será estacionario intrínseco.

3.3. Interpolación espacial

La interpolación espacial permite estimar el valor de una variable de interés $Z(s)$ en puntos donde la variable no fue observada, s_0 , a partir de una muestra dada $\{z(s_1), \dots, z(s_n)\}$ en localizaciones conocidas $\{s_1, \dots, s_n\}$. La suposición que hace que la interpolación espacial sea una opción viable en un análisis, depende de la correlación que exista entre los objetos distribuidos espacialmente en la región de estudio $\mathcal{D}$.

$$Z^*(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) \quad (3.7)$$

Donde,

- $Z^*(s_0)$ es la estimación Z en la posición s_0
- $Z(s_i)$ son los valores que toma la variable aleatoria Z en las localizaciones conocidas $\{s_i, i = 1, \dots, n\}$.
- $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$, son ponderadores

El método de interpolación por kriging incorpora información sobre continuidad espacial y anisotropía mediante la utilización de un modelo de variograma para la obtención de datos.

3.4. Variograma

El variograma $\gamma(h)$ es una herramienta que permite analizar el comportamiento espacial de una variable aleatoria en una región de estudio. Adicionalmente, permite detectar anisotropías, estacionariedad, la variabilidad espacial a pequeña escala, y el efecto agujero y periodicidades.

El variograma teórico $\gamma(h)$ se define como se presentan en la Ecuación (3.6). Por otro lado, si el fenómeno es intrínsecamente estacionario,

$$2\gamma(h) = E(Z(s+h) - Z(s))^2 \quad (3.8)$$

La Ecuación (3.8) se puede interpretar como el valor medio de la diferencia al cuadrado de los valores que toma la variable de interés Z en dos puntos separados una distancia h . En general, se espera observar en el variograma semivarianzas bajas a corta distancia y una semivarianza estable a distancias mayores igual a la varianza global σ^2 .

El *rango (range)* es la distancia a la cual el variograma se estabiliza, es decir, es la distancia a la cual dos observaciones no están correlacionadas. Por otro lado, la *meseta (sill)* es el valor que toma el variograma en distancias mayores al rango (varianza de la variable aleatoria Z). Estos parámetros del variograma se presentan en la Figura 3.1.

El variograma experimental es la estimación del variograma teórico el cual se construye a partir de los datos muestrales. Bajo el supuesto de que el proceso aleatorio $Z(s)$ es estacionario, el cálculo del variograma empírico se presenta a continuación,

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(s) - Z(s+h)]^2 \quad (3.9)$$

Donde, $N(h)$ corresponde al número de pares que están separadas cierta distancia h

Para garantizar la solución del sistema kriging (Ecuación (3.7) al variograma experimental se le ajusta un modelo de variograma teórico adecuado. Los modelos más comunes son: efecto pepita puro, esférico, exponencial, cúbico, gaussiano, entre otros (Figura 3.1).

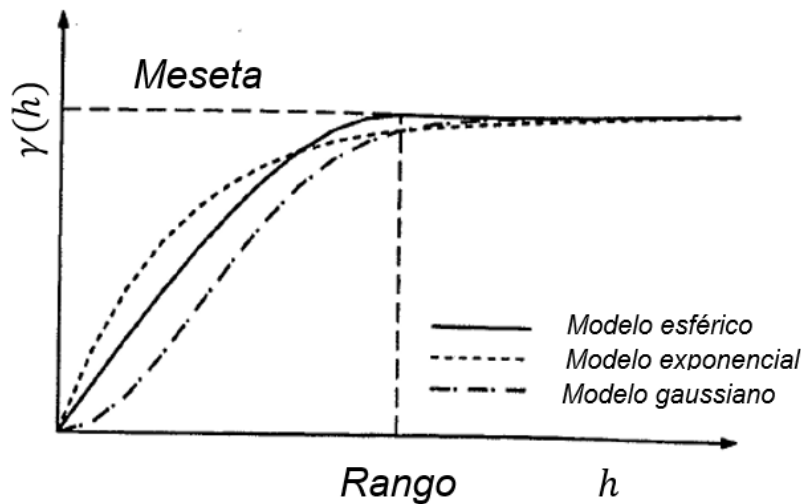


Figura 3.1. Variograma (Goovaerts, 1997)

3.5. Análisis de datos espacio - temporales

En varias disciplinas científicas y de ingeniería se han utilizado los modelos espacio – temporales para comprender el comportamiento de procesos dinámicos que evolucionan tanto en el espacio como en el tiempo. Lo anterior, debido a que este tipo de modelos proporcionan un marco probabilista para analizar la información disponible y realizar predicciones, considerando la dependencia espacial y temporal de las observaciones (Kyriakidis y Journel, 1999).

Los modelos geoestadísticos espacio – temporales se han convertido en una herramienta muy útil para abordar problemas ambientales como el calentamiento global y la deposición de contaminantes atmosféricos, y también, en la predicción del clima, la meteorología, la hidrología e ingeniería de yacimientos, entre otros campos (Kyriakidis y Journel, 1999).

Las herramientas geoestadísticas que se utilizan para analizar datos espacio - temporales se basan en las técnicas espaciales ya establecidas, en donde se considera al tiempo como una dimensión espacial adicional.

Algunos ejemplos de datos espacio – temporal son: imágenes satelitales de alguna parte de la tierra, lecturas de temperaturas en varias estaciones cercanas, resultados electorales de varias elecciones consecutivas en un distrito, trayectorias de personas o animales en un periodo de tiempo establecido, brotes de enfermedades y erupciones de volcanes (Pebesma, 2012).

A continuación, en la Figura 3.2 se presentan los cuatro formatos de malla para datos espacio – temporales disponibles en el paquete *spacetime* del programa estadístico R (R Core Team, 1993; RStudio Team, 2015)

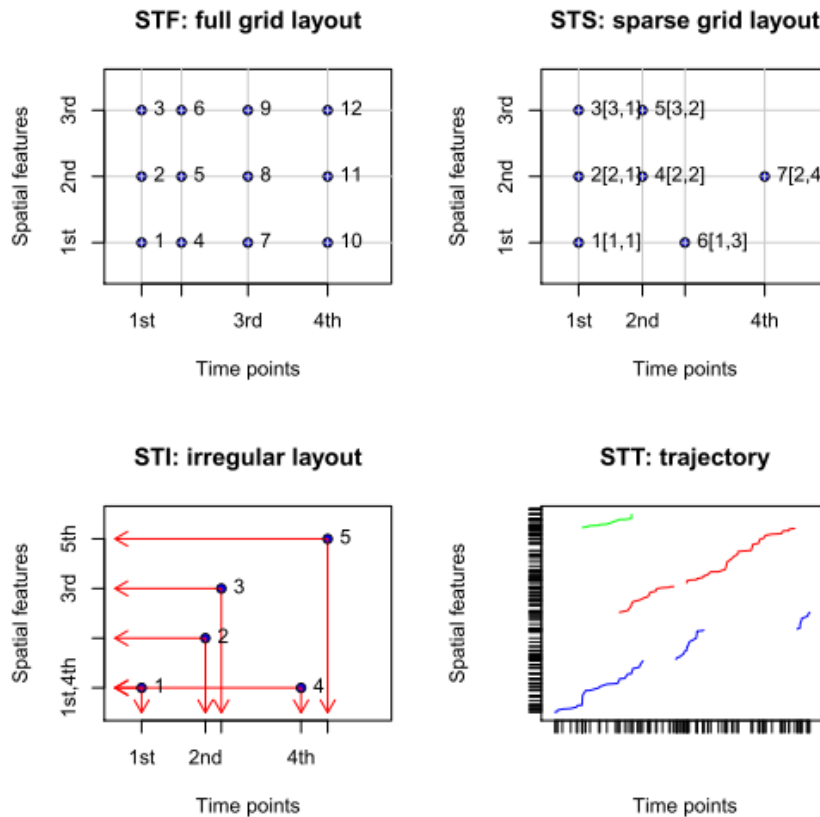


Figura 3.2. Diseños de cuadrícula para datos espacio - temporales (Pebesma, 2012)

La configuración *full grid* (STF) representa una combinación de atributos espaciales $s_i, i = 1, \dots, n$ y temporales $t_j, j = 1, \dots, m$, para un total de z_k observaciones almacenadas, con $k = 1, \dots, nm$, las cuales representan todas las posibles localizaciones en la malla espacio

– temporal del fenómeno de interés. Por otro lado, la configuración *sparse grid* (STS) es igual a la configuración anterior, pero en este caso, en lugar de almacenar todos los puntos de la malla, sólo almacena aquellas localizaciones en donde no se tiene datos faltantes (Pebesma, 2012; Bivand *et al.*, 2013).

La cuadrícula espacio – temporal irregular (STI) se utiliza cuando los objetos espaciales y temporales no tienen un orden aparente, es decir, se almacena el atributo espacial y temporal de cada registro del fenómeno de interés. En este caso, el total de observaciones es igual a $n = m$. Este tipo de cuadrícula se utiliza cuando se tiene información de procesos puntuales espacio – temporales tales como crímenes, enfermedades o incendios forestales (Pebesma, 2012; Bivand *et al.*, 2013).

Por último, la cuadrícula de trayectorias (STT) representa una secuencia de puntos espacio – temporales que forman trayectorias de objetos en movimiento.

3.6. Modelos espacio - temporales

Consideremos un campo aleatorio espacio – temporal gaussiano Z definido en un dominio espacial S y un dominio temporal T , del cual se tiene una muestra $z = \{z(s_1, t_1), \dots, z(s_n, t_n)\}$ de observaciones en localizaciones conocidas $\{(s_1, t_1), \dots, (s_n, t_n) \in S \times T \subseteq \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}\}$ (Gräler *et al.*, 2016).

Para realizar estimaciones y predicciones de la variable aleatoria Z en ubicaciones no observadas, se tienen en cuenta los datos de la muestra z . Para ello, se asume que la variable aleatoria Z es un proceso estacionario y espacial isotrópico, por lo que el campo aleatorio se puede caracterizar a través de la media μ y una función de covarianza C_{st} , que depende únicamente de las distancias de separación en espacio $h \in \mathbb{R} \geq 0$ y tiempo $u \in \mathbb{R} \geq 0$. La función de covarianza espacio – temporal viene dada por $C_{st} = Cov(Z(s, t), Z(\tilde{s}, \tilde{t}))$ donde $h = \|s - \tilde{s}\|$ y $u = \|t - \tilde{t}\|$ son las distancias espaciales y temporales de un par de puntos $(s, t), (\tilde{s}, \tilde{t}) \in S \times T$. En la práctica, para caracterizar un fenómeno aleatorio Z se utiliza con más frecuencia la función del variograma $\gamma_{st}(h, u) = C_{st}(0, 0) - C_{st}(s, t)$, ya que no se requiere estimar la media de Z para calcular esta función (Gräler *et al.*, 2016).

Los modelos de variograma implementados en el paquete *gstat* del programa R, permiten relacionar objetos con características espacio – temporales y realizar estimaciones y predicciones de los mismos en espacio y tiempo. A continuación, se presentan algunos de los modelos disponibles en este paquete (Gräler *et al.*, 2016).

- *Separable*.

$$\gamma_{sep}(h, u) = Co(\bar{\gamma}_s(h) + \bar{\gamma}_t(u) - \bar{\gamma}_s(h) \bar{\gamma}_t(u)) \quad (3.10)$$

Donde, $\bar{\gamma}_s(h)$ y $\bar{\gamma}_t(u)$ son los variogramas espacial y temporal estandarizados, respectivamente, y el término Co corresponde a la meseta conjunta.

Este modelo tiene una gran ventaja computacional cuando cada objeto espacial tiene una observación en cada instante de tiempo, es decir, cuando los datos están organizados en un diseño de malla tipo *full grid* (STF) (Pebesma, 2012).

- *Product-sum* (De Cesare et al., 2001; De Iaco et al., 2001)

$$\gamma_{ps}(h, u) = (k Co_t + 1)\gamma_s(h) + (k Co_s + 1)\gamma_t(u) - k\gamma_s(h)\gamma_t(u) \quad (3.11)$$

Donde, $\gamma_s(h)$ y $\gamma_t(u)$ son los variogramas espacial y temporal, respectivamente, y k es un parámetro positivo que define a la meseta conjunta, Co_{st} , en términos de la meseta espacial Co_s y temporal Co_t .

$$Co_{st} = k Co_s Co_t + Co_s + Co_t. \quad (3.12)$$

- *Sum-metric* (Bilonick, 1988; Snepvangers et al., 2003)

$$\gamma_{sm}(h, u) = \gamma_s(h) + \gamma_t(u) + \gamma_{joint}\left(\sqrt{h^2 + (k u)^2}\right) \quad (3.13)$$

Donde, $\gamma_s(h)$, $\gamma_t(u)$ y γ_{joint} son los variogramas espacial, temporal, conjunto, respectivamente, y k es la anisotropía.

4. ANÁLISIS ESPACIO – TEMPORAL DEL HUNDIMIENTO REGIONAL

4.1. Descripción de la base de datos

La Dirección General de Construcción y Operación Hidráulica (DGCOH) del gobierno del Distrito Federal inició en 1976 la instalación de bancos superficiales, que a partir de 1983 se nivelaron periódicamente para conocer la evolución del hundimiento y dar solución a los problemas de los sistemas hidráulicos en el Valle de México (SIMOH, 2015). En el 2003, la DGCOH se convirtió en la Secretaría de Aguas de la Ciudad de México (SACMEX).

La red de bancos de nivel tiene como referencia principal el banco fijo de Atzacotalco M(N05E03) que se encuentra a una elevación de 2245.008 msnm, ubicado en la delegación Gustavo A. Madero (Figura 4.1). Este banco fue instalado por la Comisión Hidrológica de la Cuenca del Valle de México (CHCVM) en 1961 sobre un cuerpo rocoso de la Sierra de Guadalupe (SIMOH, 2015).



Figura 4.1. Banco de Atzacotalco (Google Earth Pro, 2020)

La nomenclatura de los bancos de nivel parte de la división realizada por la DGCOH, la cual dividió a la Ciudad de México en cuatro zonas: nororiente, norponiente, suroriente y surponiente (Figura 4.2). En la Figura 4.3, primera letra indica el tipo de banco: Maestro (M), banco de la Comisión Nacional de Agua (CNA), Pozo (P) y Ordinario (B); la clave entre

paréntesis indica el cuadrante, y los últimos dígitos, representan el número de banco de acuerdo con la cantidad de bancos que haya en el cuadrante correspondiente (SIMOH,2015).

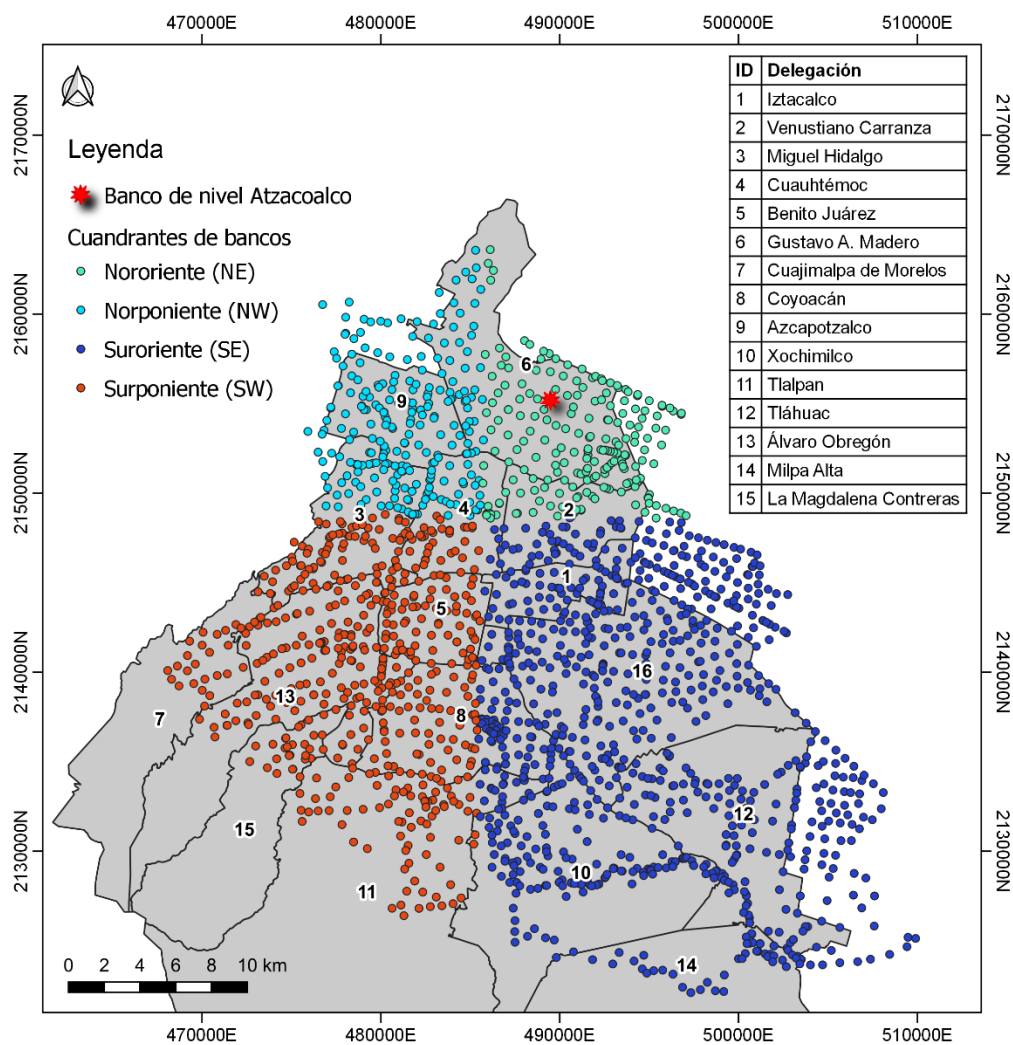


Figura 4.2. Cuadrantes de la red de bancos de nivel

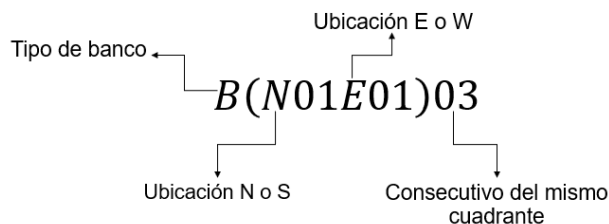


Figura 4.3. Nomenclatura

El Sistema de Aguas de la Ciudad de México (SACMEX) tiene una red de 1931 bancos de nivel monitoreados desde 1983 hasta el 2016. Esta información se obtuvo a través de una petición al Instituto Nacional de Información (INAI) por medio de la Plataforma Nacional de Transparencia.

La información proporcionada fue la siguiente:

- Número
- Identificación (ID)
- Delegación
- Zona (Norponiente, NP, Nororiente, NO, Surponiente, SP y Suroriente, SO)
- Coordenadas UTM
- Cotas en metros sobre el nivel del mar (msnm) de los 1931 bancos para los años monitoreados (1983, 1985, 1989, 1992, 1994, 1996, 1998, 2000, 2002, 2005, 2007 y 2016)

A continuación, en la Figura 4.4 se presenta la distribución de los 1931 bancos superficiales de nivel en el Valle de México.

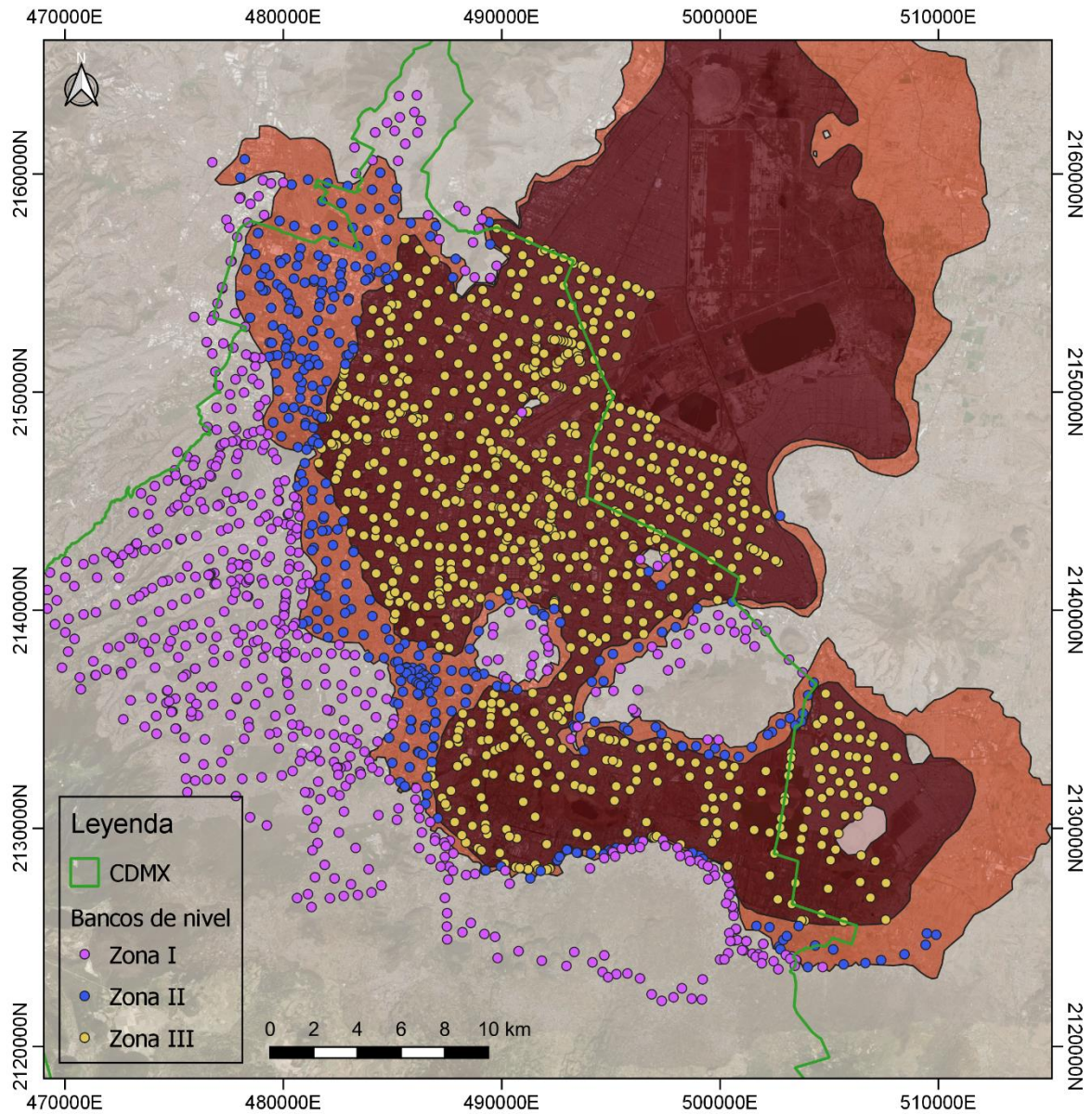


Figura 4.4. Ubicación de los bancos de nivel en el Valle de México

4.2. Revisión de la información

Para construir la base de datos, realizar el análisis estadístico y elaborar un modelo espacio - temporal, se revisó la información entregada y se tuvieron en cuenta aquellos bancos de nivel que cumplieran con las siguientes características:

- Bancos ubicados en la zona de Lago (Zona III), ya que estos son los que presentan un proceso de consolidación latente.

- Bancos que no presenten comportamiento errático durante el tiempo de monitoreo.
- Bancos que presenten máximo dos registros faltantes y que éstos no sean en años consecutivos. Lo anterior, con el objetivo de que los bancos considerados en el análisis tengan una medición para cada uno de los años de monitoreo.

Al finalizar esta revisión de información los bancos de nivel considerados fueron 206, cada uno con trece mediciones para un total de 24 años de monitoreo entre 1983 y 2007. En la Figura 4.5, se presenta la ubicación espacial de estos bancos. Cabe resaltar que para determinar el modelo espacio - temporal no se consideraron los registros del 2016 ya que éstos se utilizaron para validar las predicciones realizadas con el modelo obtenido.

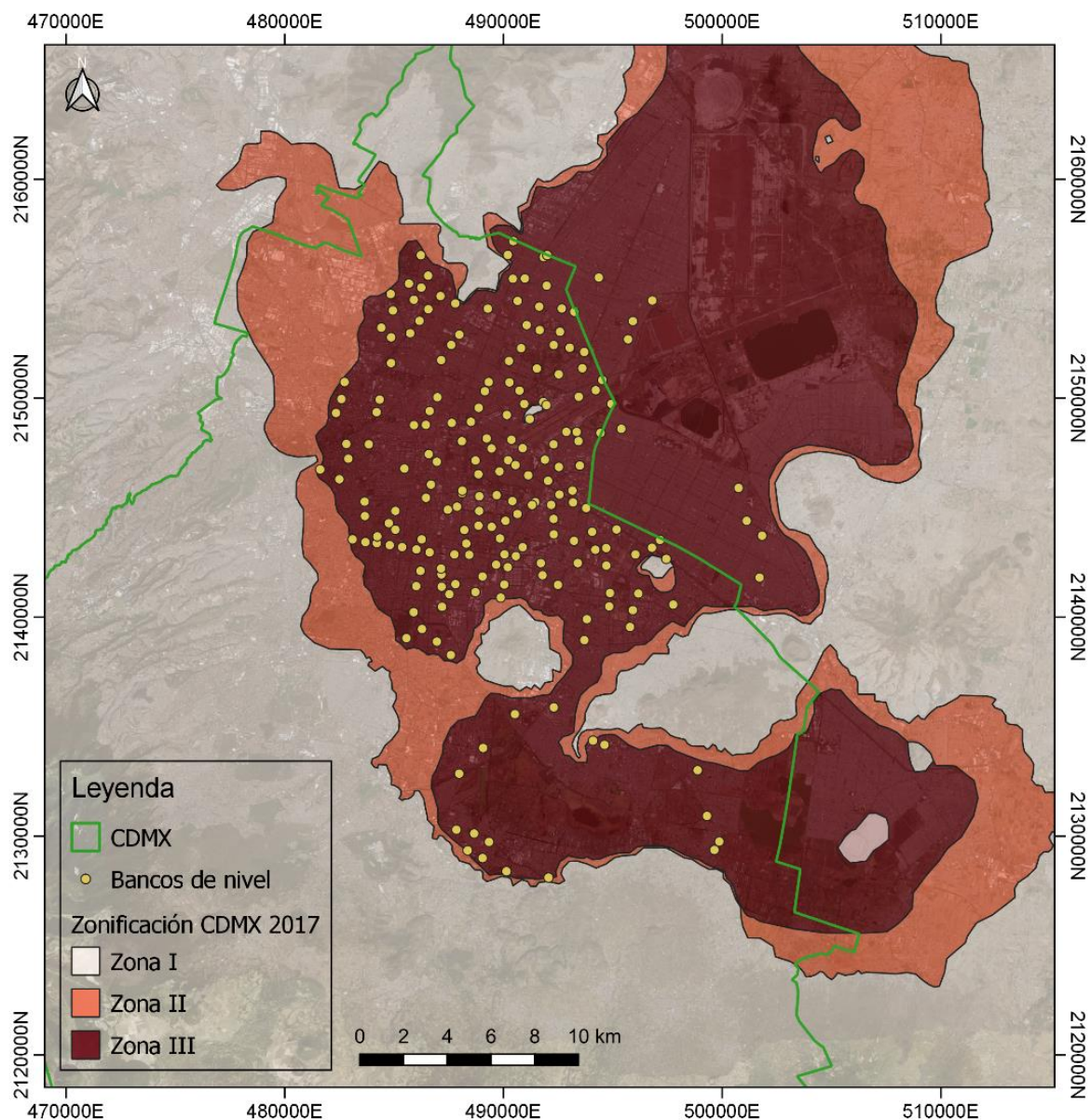


Figura 4.5. Bancos de nivel considerados para el análisis

A continuación, en la Figura 4.6 se presentan para cada uno de los años de monitoreo, las cotas registradas en msnm en los puntos donde se localizan los bancos de nivel considerados en este trabajo.

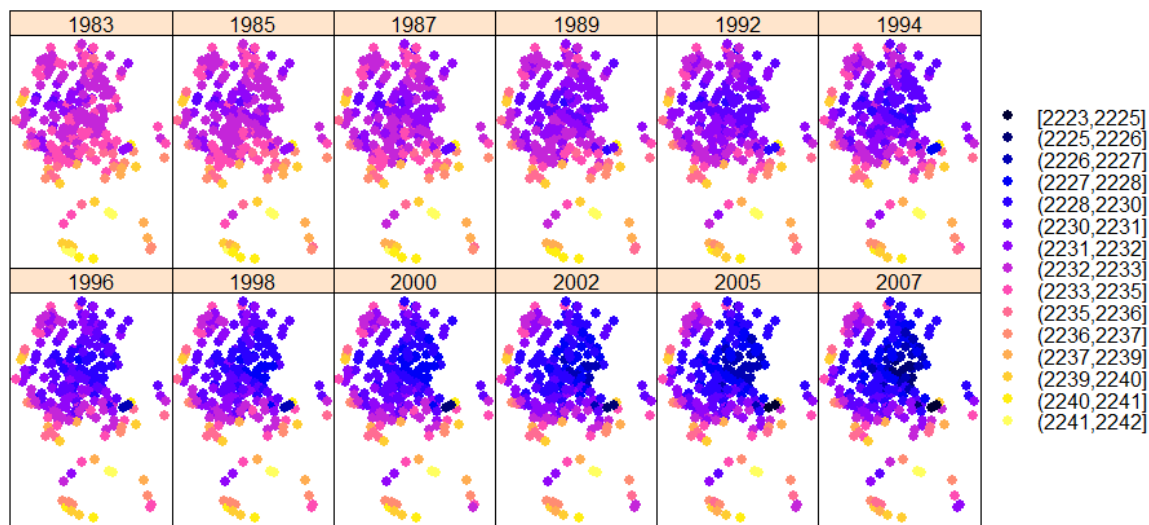


Figura 4.6. Cotas (msnm) 1983-2007

El hundimiento acumulado máximo en el periodo 1983-2007 fue de 8.41 m en el banco P(S04E07)01 con coordenadas 496789.05 en X y 2143167.76 en Y, ubicado en la delegación de Iztapalapa.

Para evidenciar que no existe un patrón espacial fijo en el comportamiento de los bancos de nivel durante el tiempo de monitoreo, en la Figura 4.7 a la Figura 4.10 se presentan las cotas registradas en el año 1983, 1992, 2000, 2007.

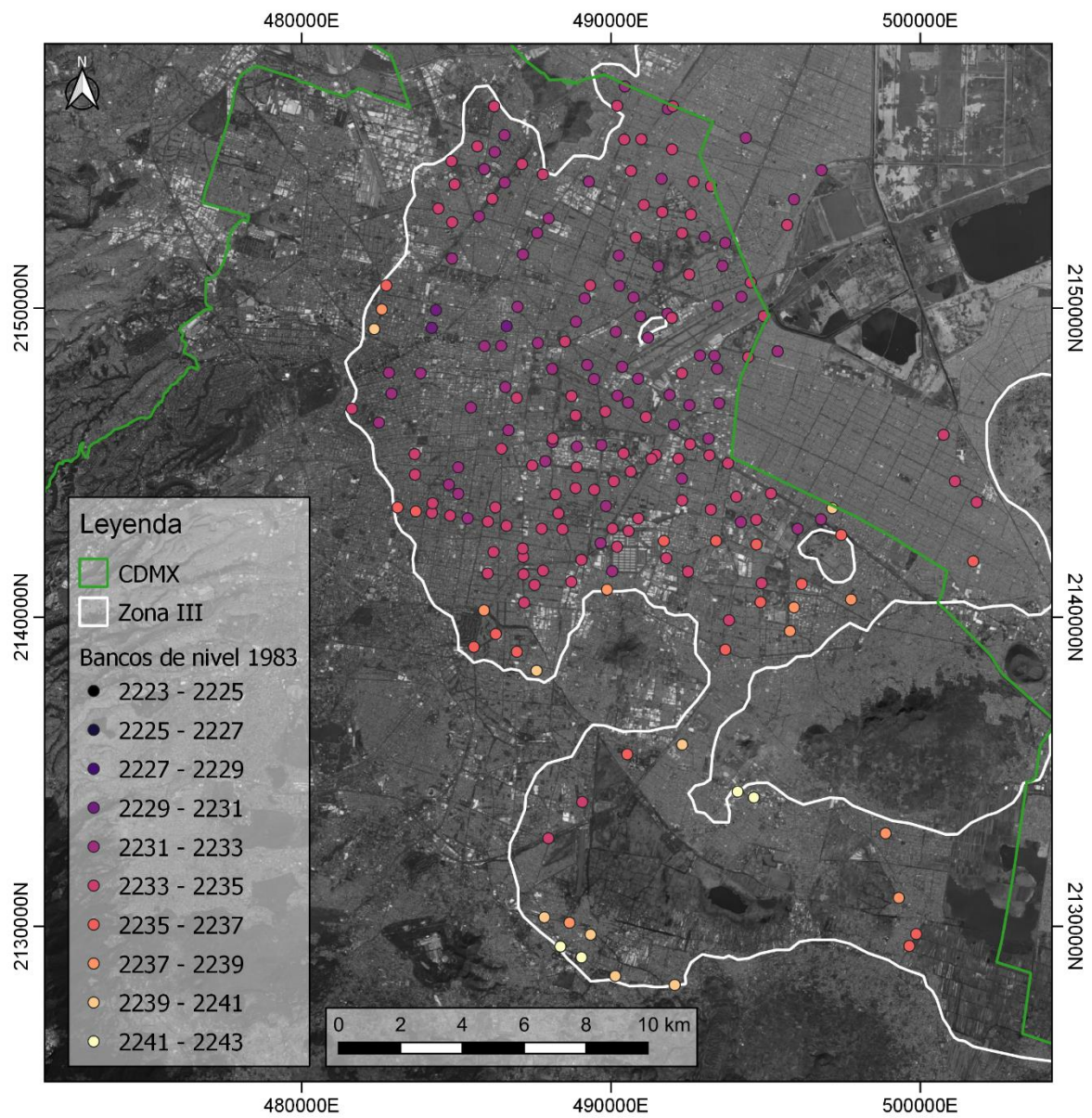


Figura 4.7. Cotas (msnm) en 1983

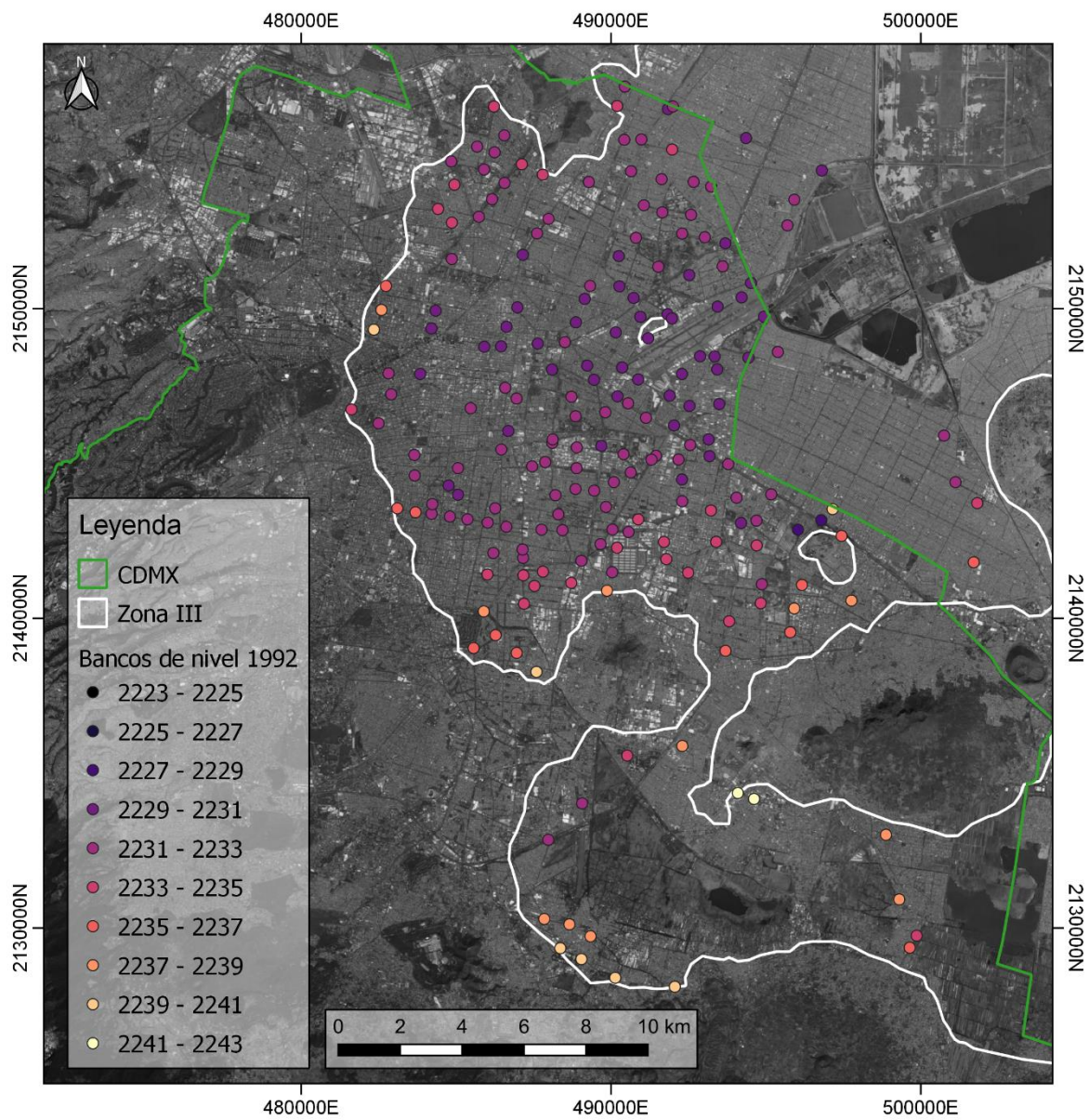


Figura 4.8. Cotas (msnm) en 1992

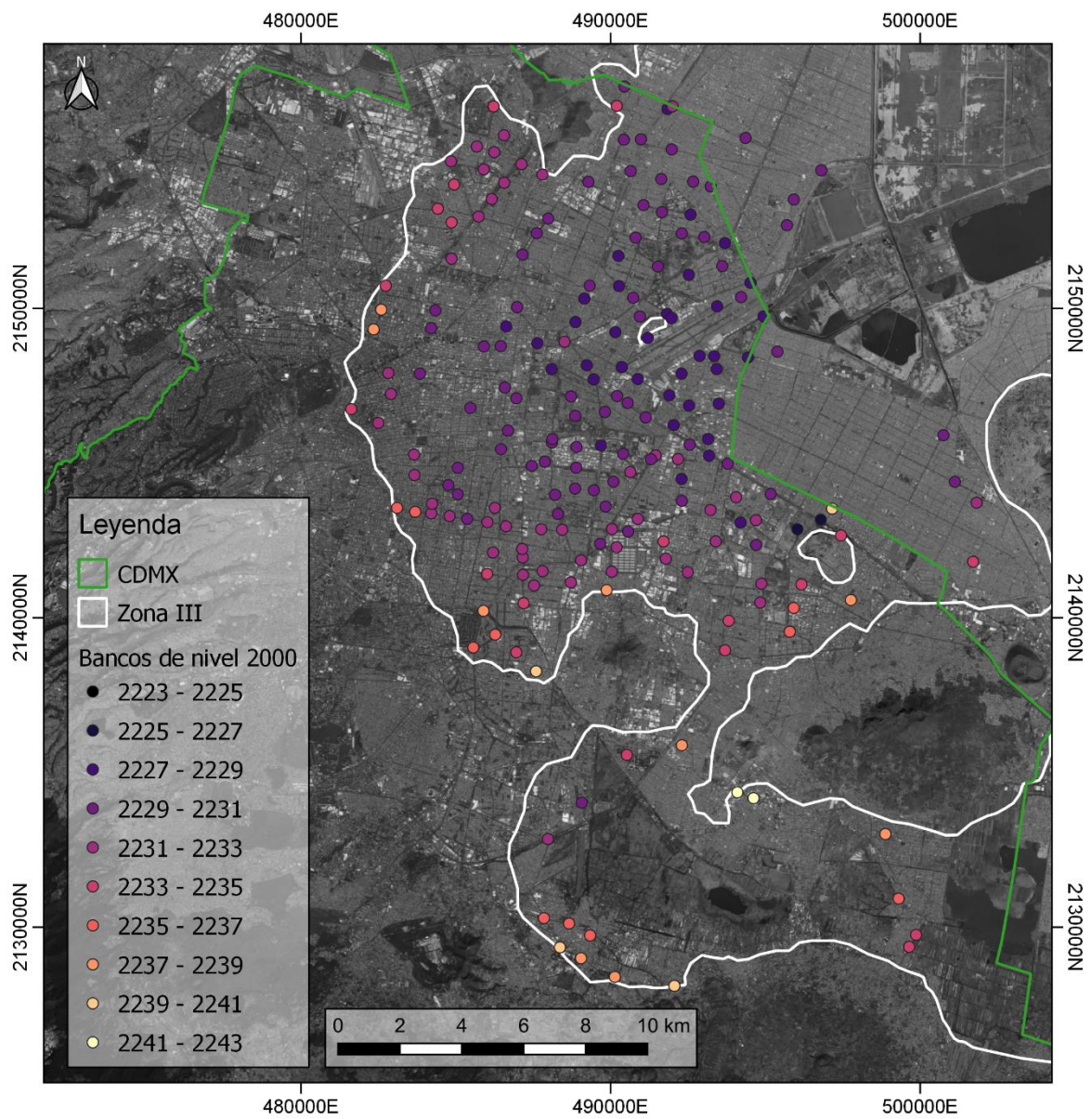


Figura 4.9. Cotas (msnm) en 2000

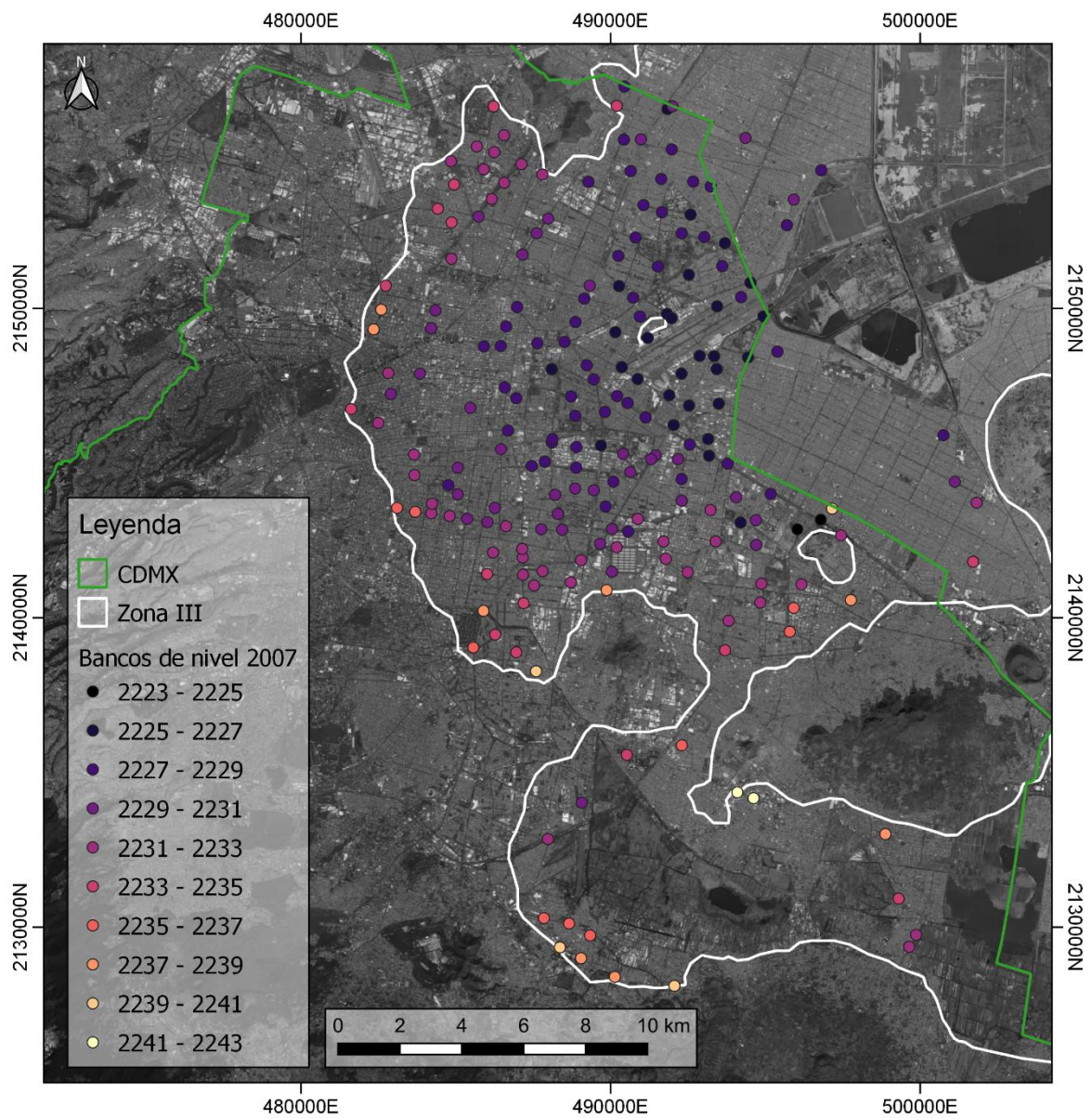


Figura 4.10. Cotas (msnm) en 2007

En la Figura 4.11 se presenta la evolución de las mediciones a lo largo de los 24 años de monitoreo. Por otro lado, en la Figura 4.12 a la Figura 4.15 se presenta el comportamiento de los bancos de nivel en los años 1983, 1992, 2000 y 2007, respectivamente. De lo anterior, se puede concluir que este fenómeno se trata de un proceso no estacionario pues presenta una tendencia a lo largo del tiempo.

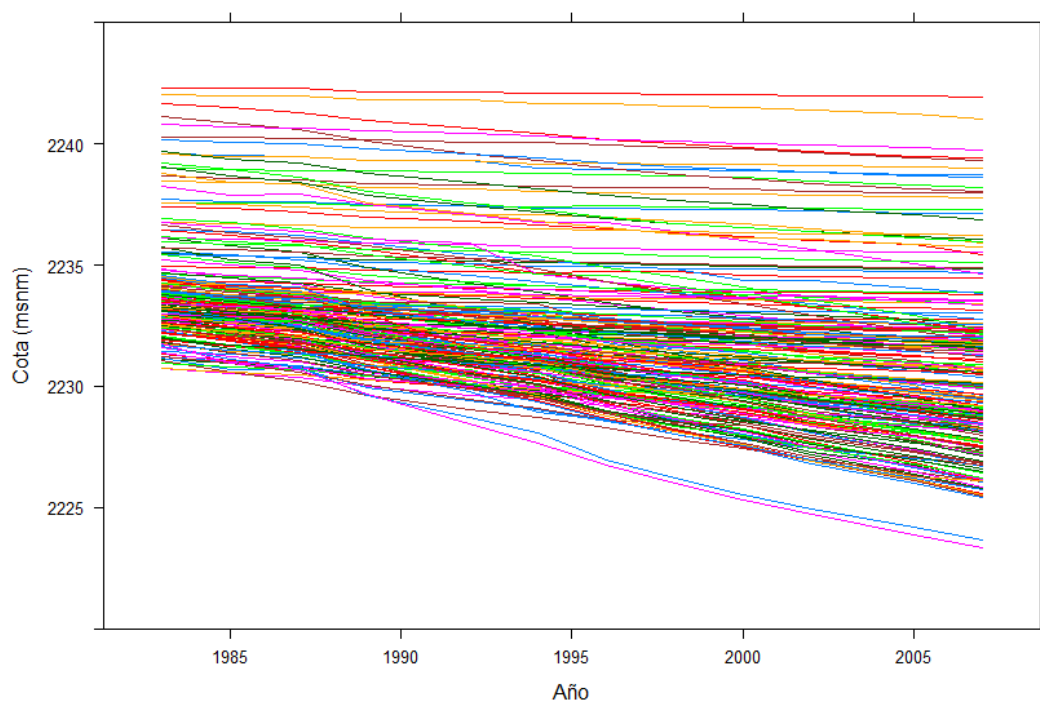


Figura 4.11. Comportamiento de bancos de nivel entre 1983 y 2007

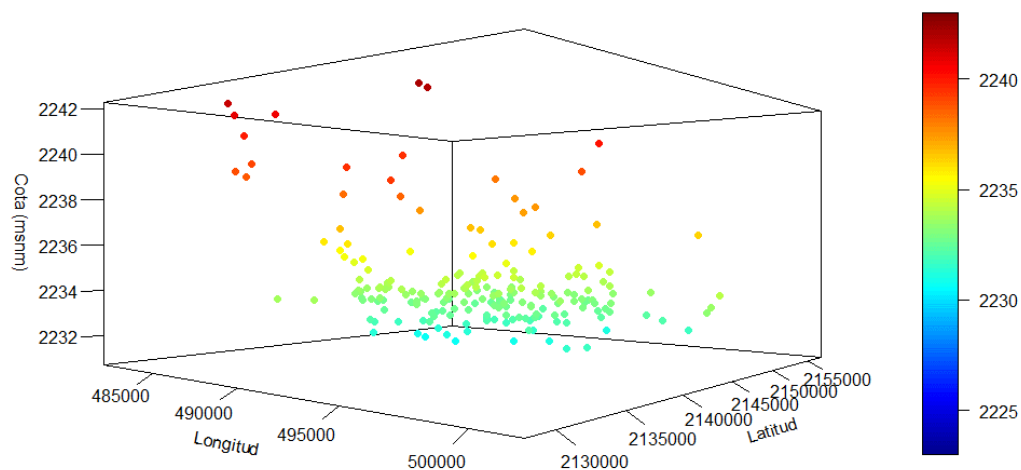


Figura 4.12. Cotas en la zona lacustre en 1983

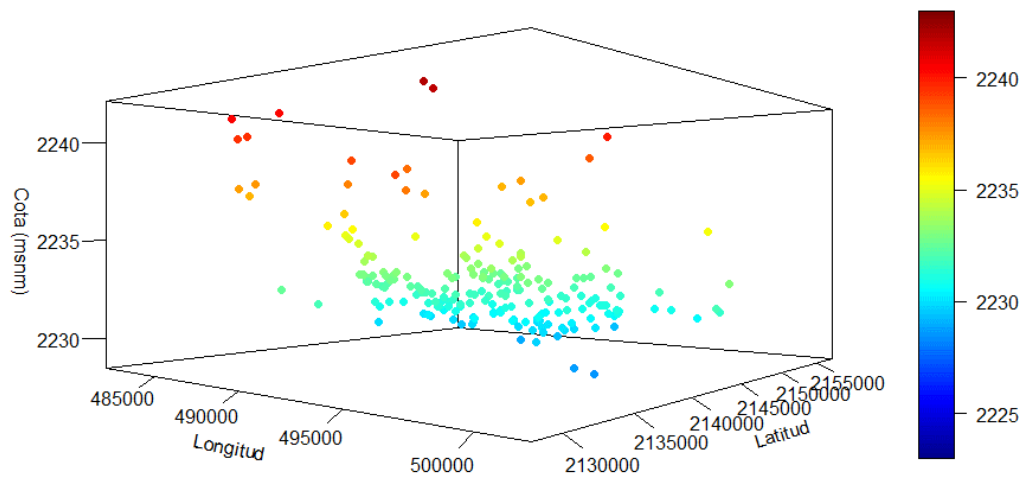


Figura 4.13. Cotas en la zona lacustre en 1992

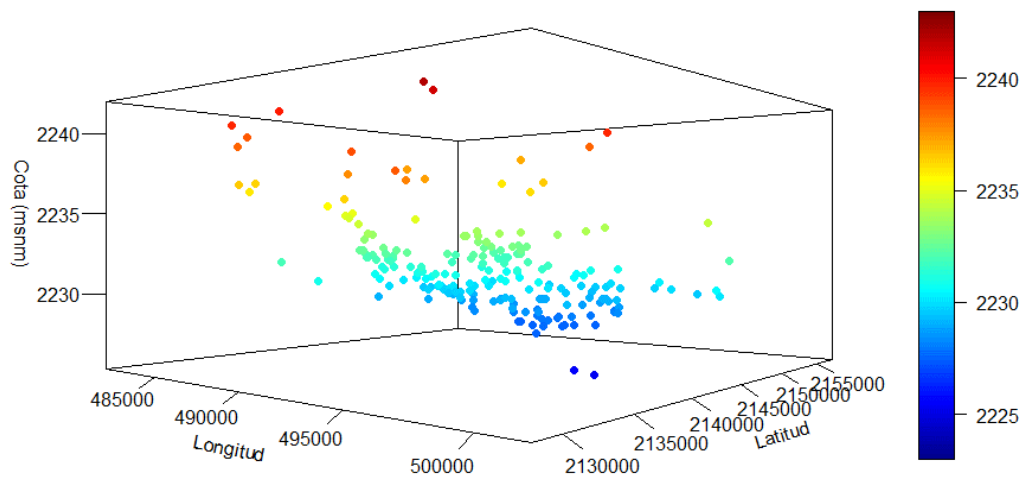


Figura 4.14. Cotas en la zona lacustre en 2000

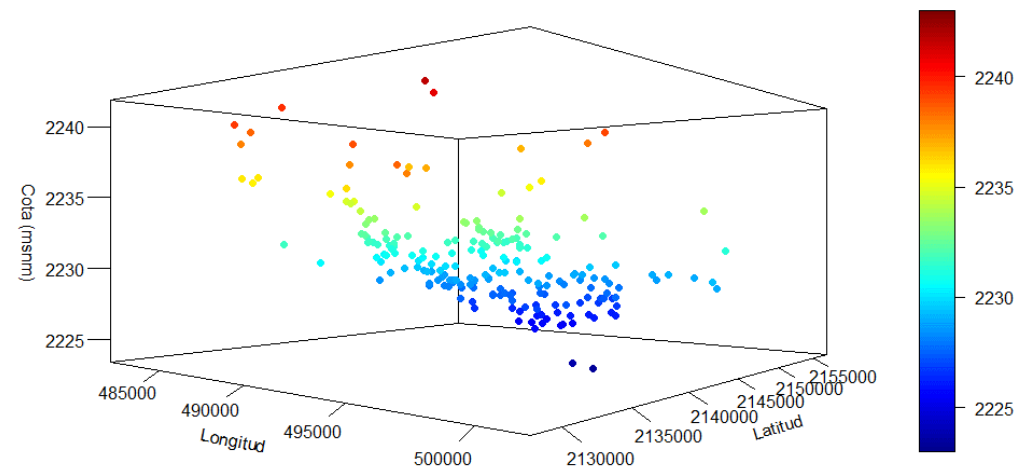


Figura 4.15. Cotas en la zona lacustre en 2007

A partir de la diferencia entre cotas y el intervalo de tiempo transcurrido entre registros se determinó para cada banco de nivelación, la velocidad de hundimiento promedio en centímetros por año (cm/año) desde 1983 hasta 2007. La velocidad promedio más alta fue de 35.11 cm/año, la cual se registró en el mismo banco ubicado en la delegación Iztapalapa donde se presentó el hundimiento máximo.

Para estimar la configuración espacial de las velocidades de hundimiento en la zona lacustre del Valle de México para el periodo 1983-2007, se realizó una interpolación tipo kriging entre los datos disponibles considerando una malla de 100 x 100 m (Figura 4.16).

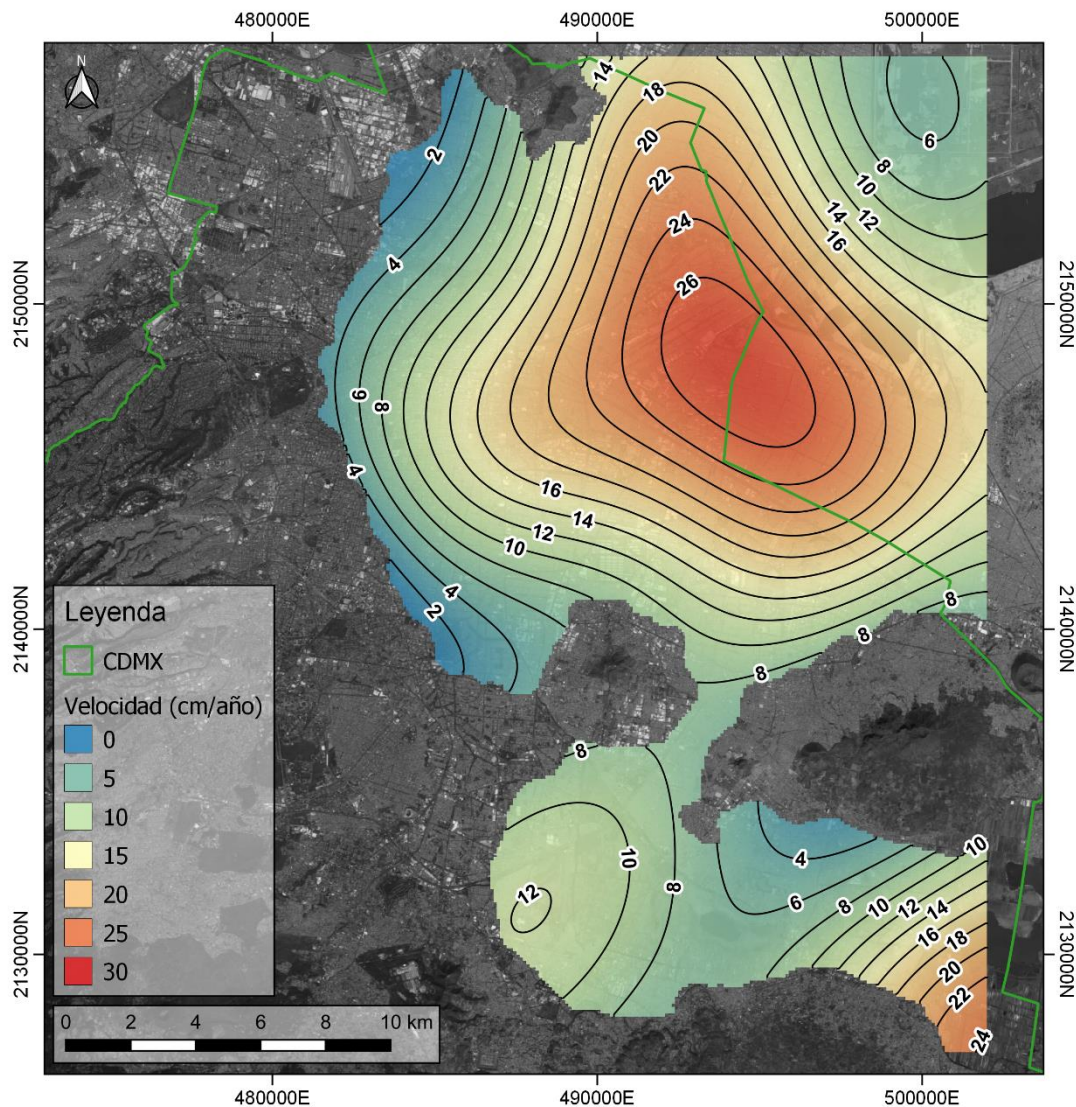


Figura 4.16. Velocidad de hundimiento promedio para el periodo 1983 - 2007

4.3. Datos espacio - temporales

Para convertir los registros de los bancos de nivel en datos espacio – temporales, se consideró una configuración de malla completa (*STFDF*) en donde cada punto espacial $s_i, i = 1, \dots, n$, tiene una medición en cada uno de los años $t_j, j = 1, \dots, m$ de monitoreo, para un total de $n \times m$ observaciones disponibles (Figura 4.17).

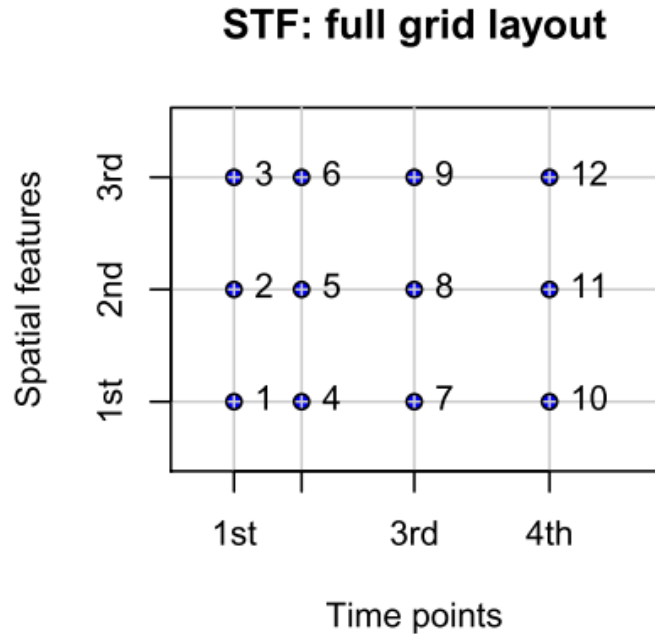


Figura 4.17. Malla completa (Pebesma, 2012)

A continuación, en la Figura 4.18 se presenta un resumen de la configuración espacio – temporal obtenida a partir de los datos. Allí, se puede observar que la información de análisis tiene 206 datos espaciales (bancos), 12 datos de tiempo (años) y una variable de análisis (cota). Por otro lado, en esta figura también se puede observar que el sistema de coordenadas tiene una proyección UTM (Universal Transversal Mercator) con zona 14 norte, ya que es donde se localiza el Valle de México. Finalmente, se puede observar que la cota mínima es igual a 2223 msnm y la máxima, 2242 msnm.

```

Object of class STFDF
  with Dimensions (s, t, attr): (206, 12, 1)
[[Spatial:]]
Object of class SpatialPoints
Coordinates:
      min      max
Longitud 481619 501824.9
Latitud  2128099 2157172.3
Is projected: TRUE
proj4string :
[+init=epsg:32614 +proj=utm +zone=14 +datum=WGS84 +units=m +no_defs +ellps=WGS84
+towgs84=0,0,0]
Number of points: 206
[[Temporal:]]
      Index      timeIndex
Min.   :1983-01-01  Min.   : 1.00
1st Qu.:1988-07-02  1st Qu.: 3.75
Median :1995-01-01  Median : 6.50
Mean   :1994-11-01  Mean   : 6.50
3rd Qu.:2000-07-01  3rd Qu.: 9.25
Max.   :2007-01-01  Max.   :12.00
[[Data attributes:]]
      Cota
Min.   :2223
1st Qu.:2230
Median :2232
Mean   :2232
3rd Qu.:2233
Max.   :2242

```

Figura 4.18. Resumen de los datos espacio - temporales

Cabe resaltar que la distancia mínima entre los bancos de nivel es de 112.25 m y la máxima es de 2,131.32 m.

4.4. Análisis estructural

Para determinar el comportamiento de un atributo de interés $z = \{z(s, t) | s \in S, t \in T\}$ definido en un dominio geográfico $S \subset \mathbb{R}^2$ y un intervalo de tiempo $T \subset \mathbb{R}$, en un punto espacio – temporal (s_0, t_0) donde z no fue medido, se tienen en cuenta las n observaciones del fenómeno Z en los puntos (s_i, t_i) . Para predecir $z(s_0, t_0)$ se asume que z es una realización espacio – temporal del proceso aleatorio Z , por lo que se requiere caracterizar tanto espacial como temporalmente la variabilidad del fenómeno para predecir $Z(s_0, t_0)$.

El proceso aleatorio espacio – temporal Z se compone de dos funciones, una determinista que representa el comportamiento promedio del fenómeno (m) y otra residual estocástica (ϵ).

$$Z(s_i, t_i) = m(s_i, t_i) + \epsilon(s_i, t_i) \quad (4.1)$$

El residual ϵ se puede caracterizar mediante el variograma espacio – temporal, $\gamma(s_i, s_j, t_i, t_j)$;

$$\gamma(s_i, s_j, t_i, t_j) = \frac{1}{2} E \left[\left(\epsilon(s_i, t_i) - \epsilon(s_j, t_j) \right)^2 \right] \quad (4.2)$$

Bajo los supuestos de estacionariedad, una estimación del variograma espacio – temporal, ST , se puede obtener mediante el cálculo del semivariograma experimental $\hat{\gamma}(h_s, h_T)$ a partir de las observaciones.

$$\hat{\gamma}(h_s, h_T) = \frac{1}{2N(h_s, h_T)} \sum_{i=1}^{N(h_s, h_T)} \left[\left(\epsilon(s, t) - \epsilon(s + h_s, t + h_T) \right)^2 \right] \quad (4.3)$$

Donde, h_s y h_T son las distancias en espacio S y tiempo T , respectivamente, y $N(h_s, h_T)$ corresponde al número de pares.

Para estimar tanto espacial como temporalmente la evolución del hundimiento regional en el Valle de México a partir del comportamiento de los bancos de nivel, se debe determinar entonces el semivariograma espacio - temporal ST empírico (Figura 4.19).

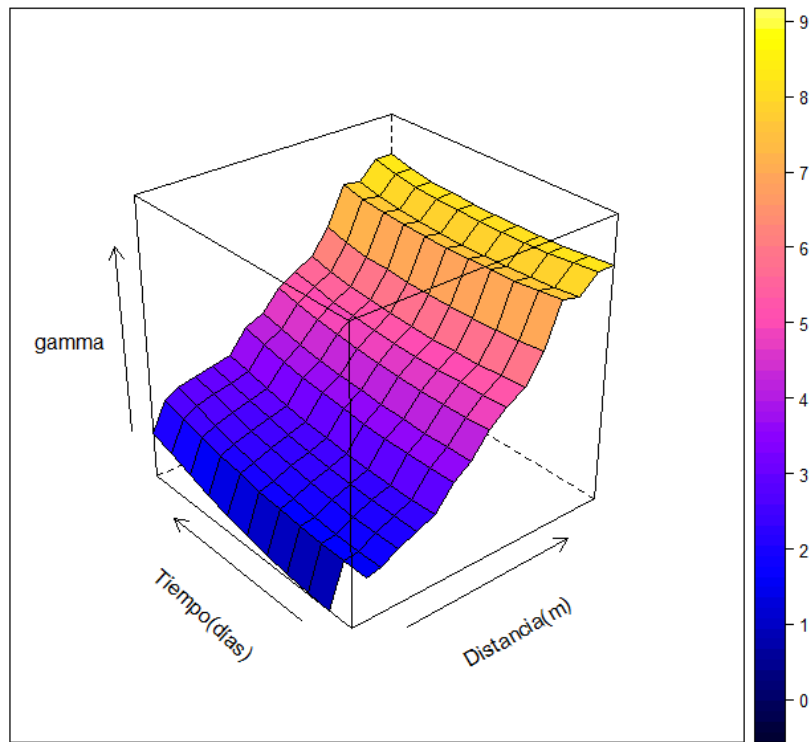


Figura 4.19. Semivariograma espacio - temporal ST empírico

A partir del semivariograma ST empírico, en la Figura 4.20 se presenta la superficie de este semivariograma, y en la Figura 4.21 y la Figura 4.22 se presentan el semivariograma en la dirección espacial, S , y temporal, T , respectivamente.

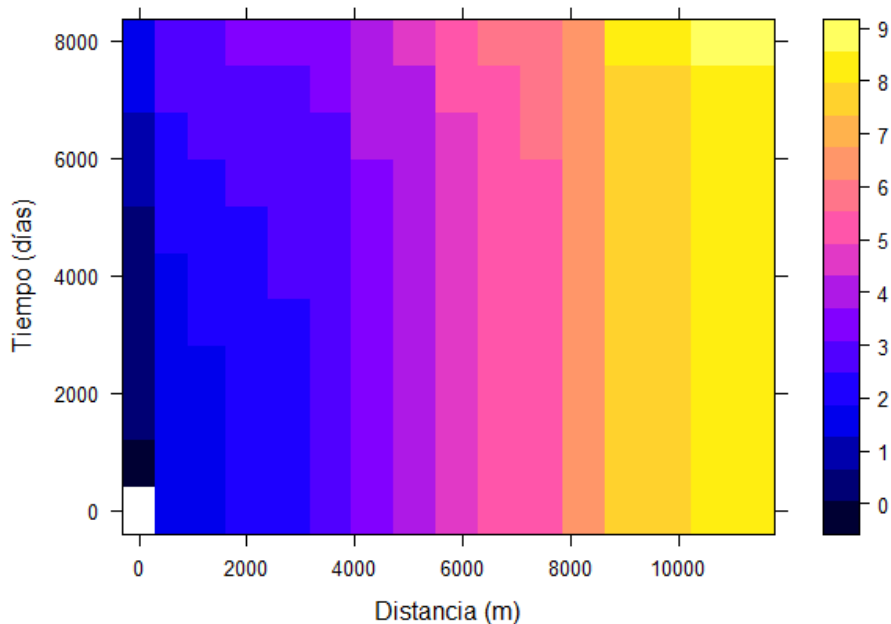


Figura 4.20. Superficie del semivariograma espacio - temporal ST empírico

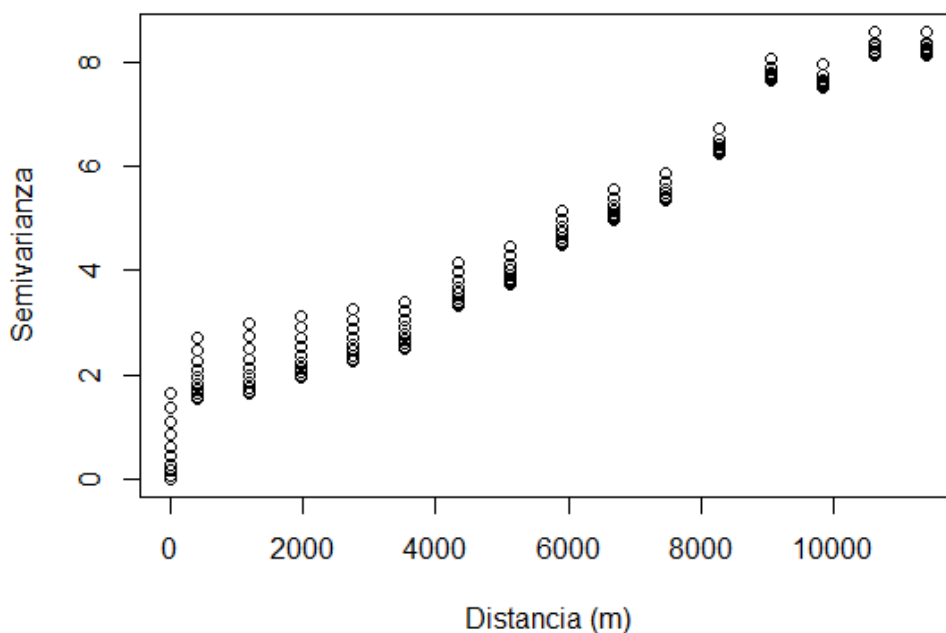


Figura 4.21. Semivariograma empírico espacial (en la dirección S) (1983-2004)

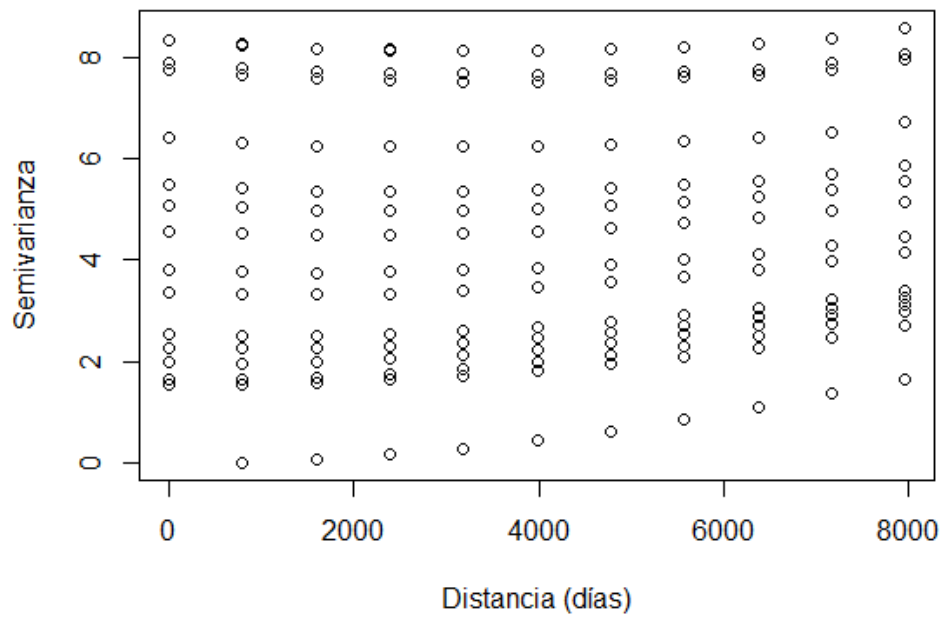


Figura 4.22. Semivariograma empírico temporal (en la dirección T) (11 km)

Para observar las diferencias entre las semivarianzas en la dirección espacial S y temporal T , se obtuvieron además los semivariogramas marginales que se presentan en la Figura 4.23 y Figura 4.24, respectivamente.

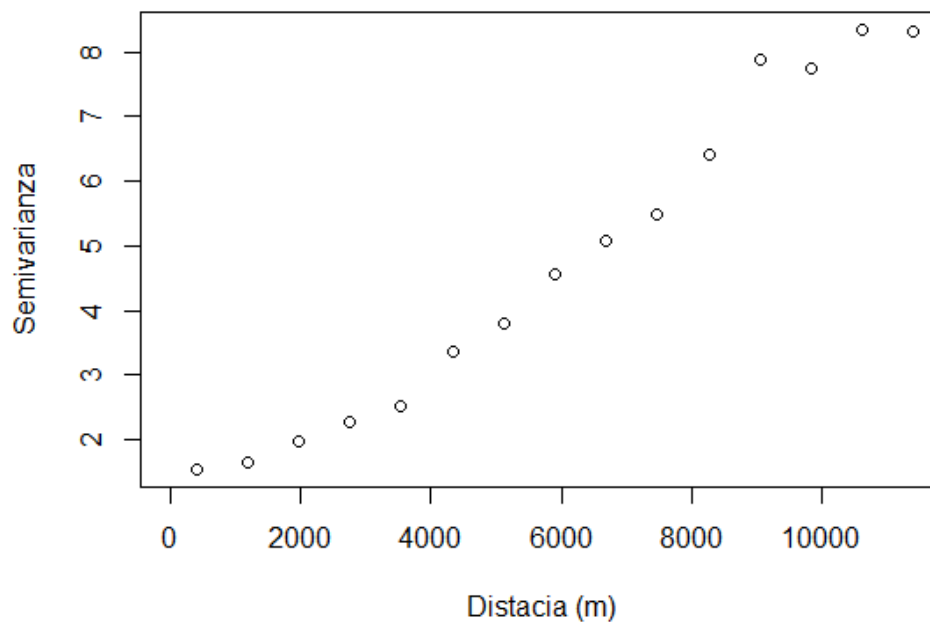


Figura 4.23. Semivariograma empírico marginal espacial, S: $\gamma(h_S, 0)$

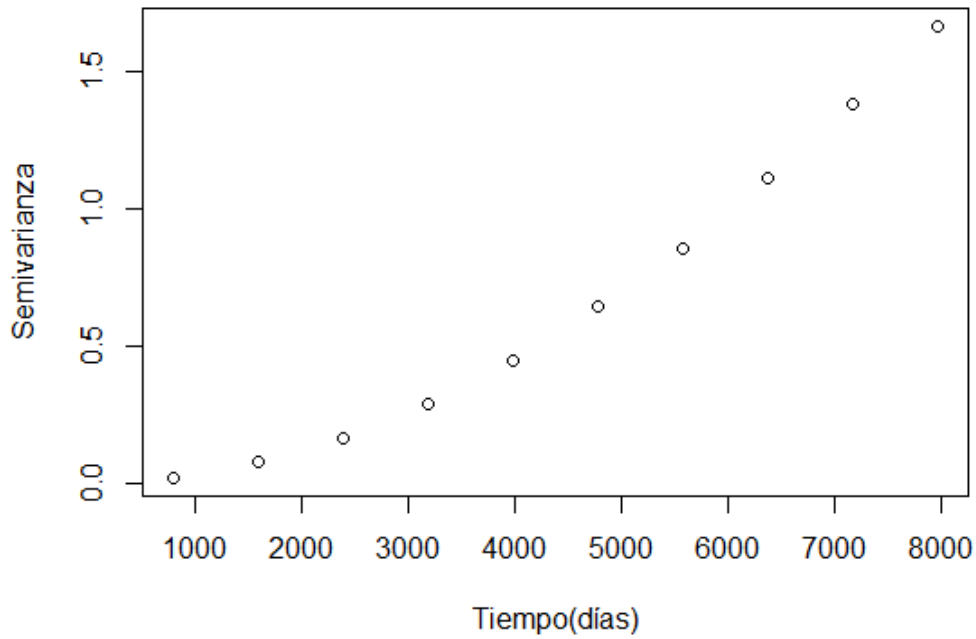


Figura 4.24. Semivariograma empírico marginal temporal, $T: \gamma(0, h_T)$

Por otro lado, se determina el variograma combinado (*pooled*) en donde se considera que la correlación espacial del residual ϵ es constante en el tiempo.

$$\gamma(\tilde{h}) = \frac{1}{2 \sum_{i=1}^{12} N(h_S)} \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{N(h_S)} [(\epsilon(s, t) - \epsilon(s + h_S, t))^2] \quad (4.4)$$

Donde, $i = 1, \dots, 12$ corresponden a los años de monitoreo y $N(h_S)$ son número de pares de puntos que están separados una distancia $\tilde{h}$ en el año t . En la Figura 4.25, se presenta el variograma combinado o de datos agregados (*pooled*) y el modelo gaussiano ajustado. Este modelo tiene una pepita de 1.25, un rango igual a 5725.92 m y una meseta igual a 5.77.

Para representar el comportamiento los semivariogramas marginales también se consideró un modelo gaussiano en ambas direcciones, S y T . Luego, a partir de los valores iniciales de estas funciones, se ajustaron los modelos: *separable*, *product-sum* y *sum-metric*, disponibles en el paquete *gstat* del programa R, al semivariograma espacio - temporal ST empírico de la Figura 4.19.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de los ajustes realizados.

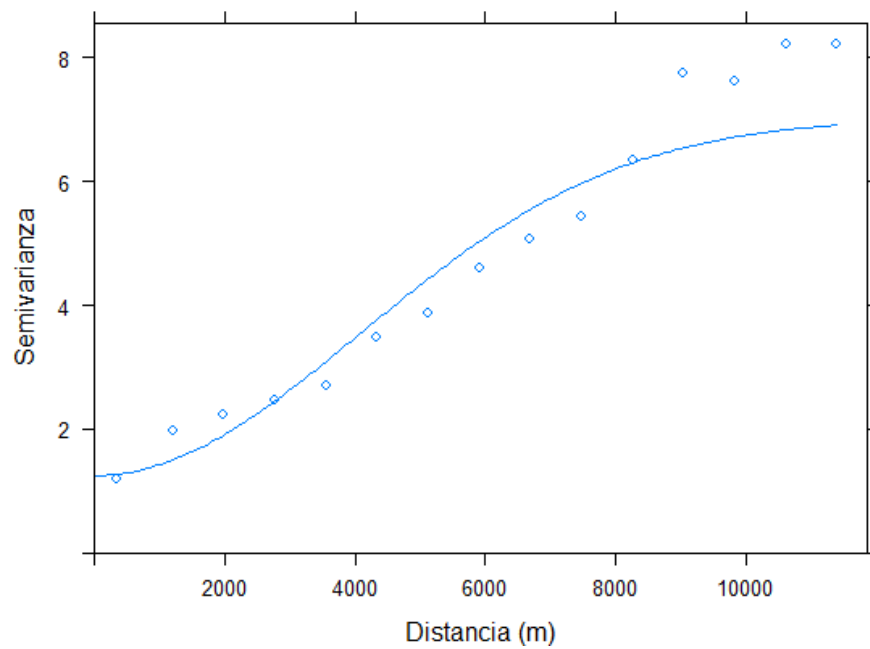


Figura 4.25. Semivariograma de datos agregados (*pooled*)

4.5. Ajuste de modelos

En la Figura 4.26 se presenta el semivariograma espacio - temporal ST empírico junto con los semivariogramas de los modelos: *separable*, *product-sum* y *sum-metric*. En esta figura se puede observar que, en general, estos modelos se ajustan adecuadamente al

comportamiento de los datos. Por otro lado, en la Figura 4.27 y

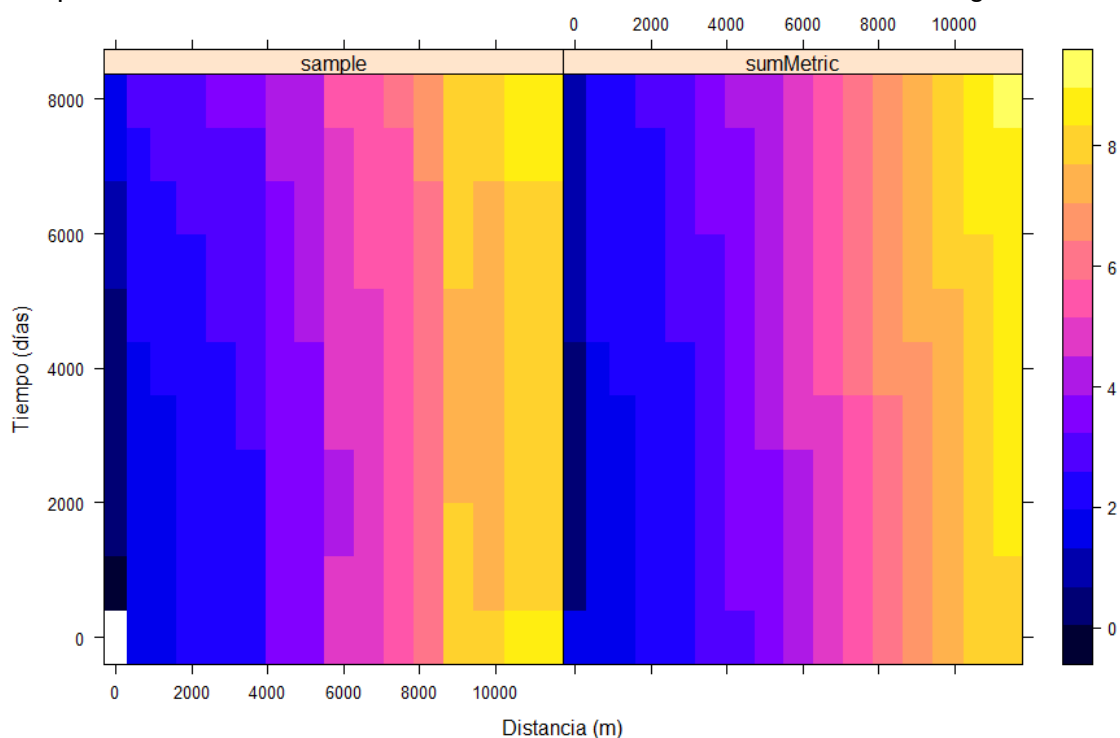


Figura 4.28 se presentan los mapas correspondientes y en la Figura 4.29 y Figura 4.30, los semivariogramas en la dirección S y T .

Para determinar la bondad de ajuste de cada uno de los modelos, se determinó la raíz de la desviación cuadrática media entre la superficie del semivariograma empírico y de las de cada uno de los variogramas ajustados (Tabla 4.1).

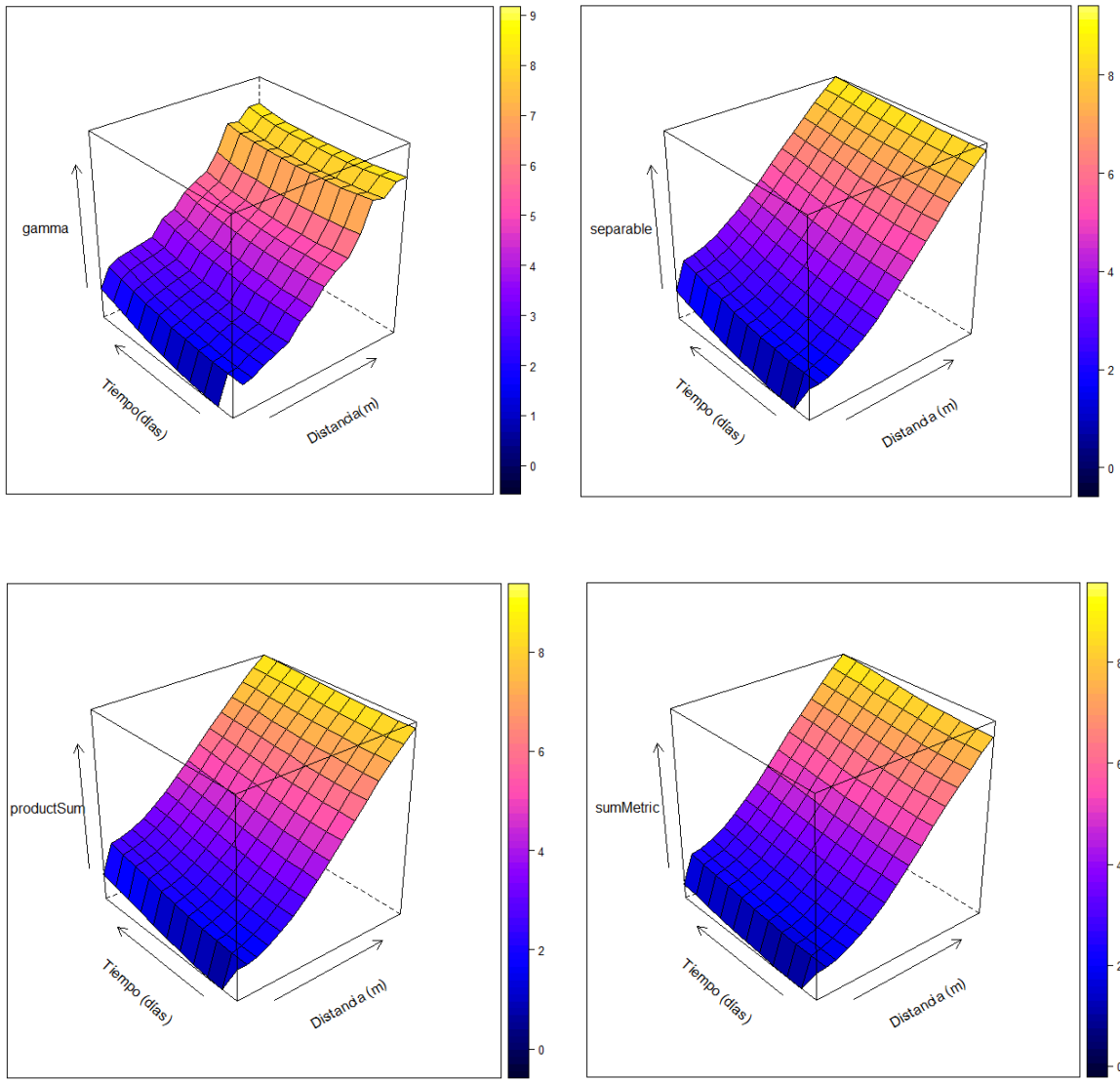


Figura 4.26. Semivariograma espacio - temporal empírico del hundimiento regional en la zona lacustre de la Ciudad de México entre los años 1983 y 2004 (esquina superior izquierda) y modelos ajustados: *separable*, *product-sum* y *sum-metric*

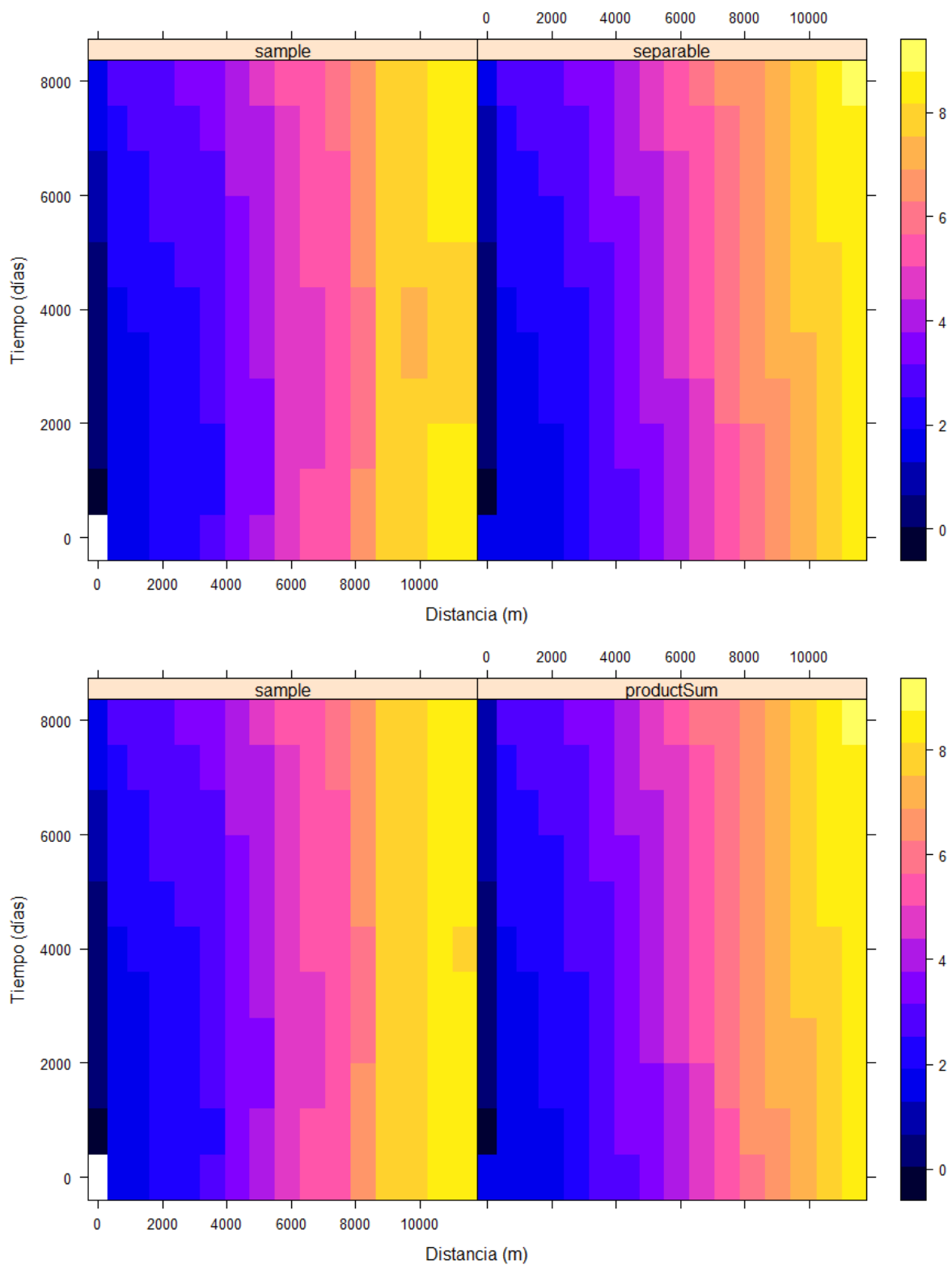


Figura 4.27. Superficie del semivariograma espacio - temporal empírico y de los modelos *separable* y *producto-sum*

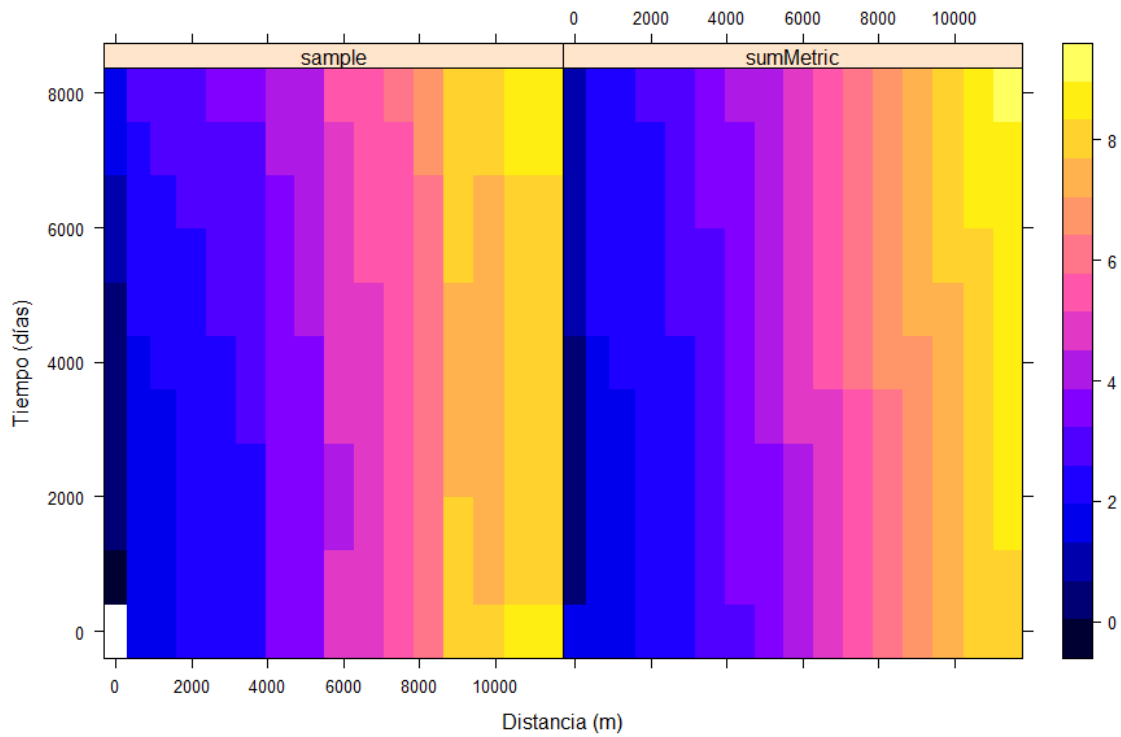


Figura 4.28. Superficie del semivariograma espacio - temporal empírico y del modelo *sum-metric*

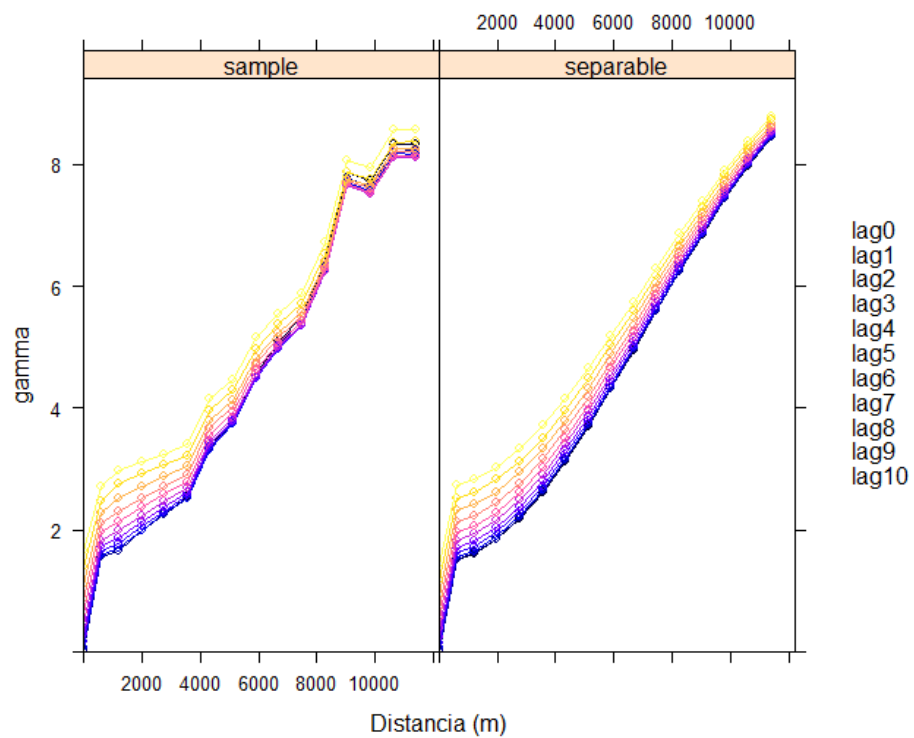


Figura 4.29. Semivariograma empírico y *separable* en la dirección espacial, S

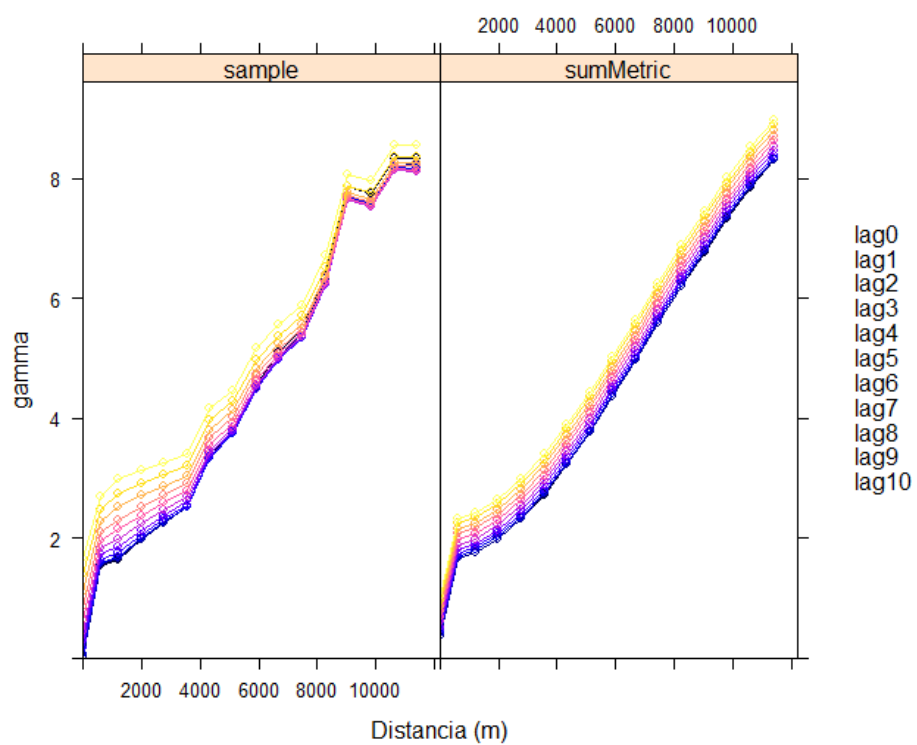
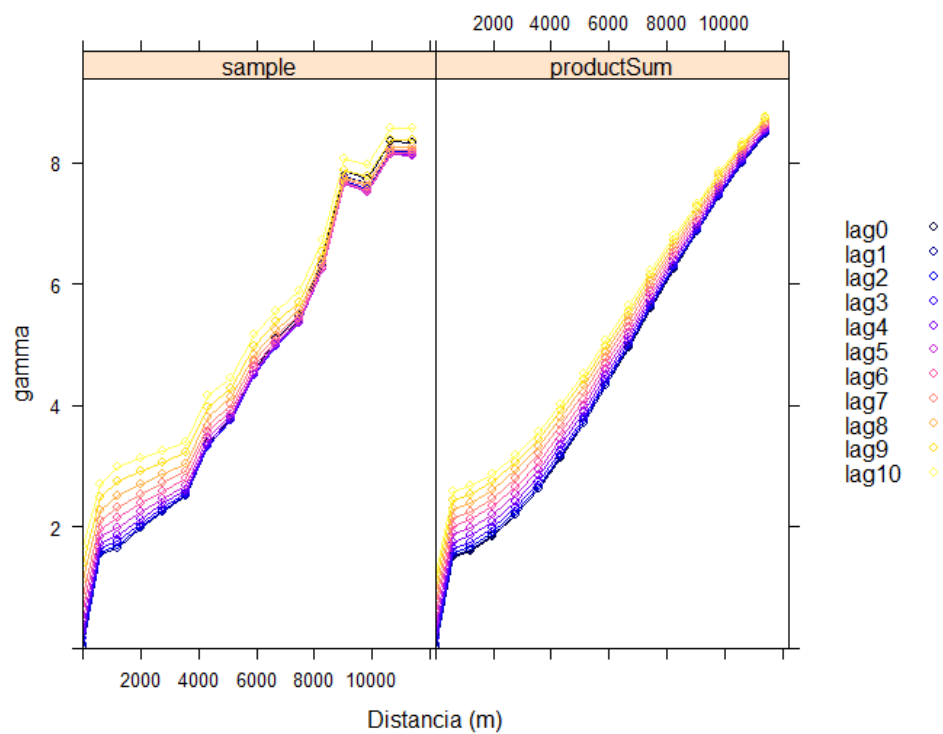


Figura 4.30. Semivariograma empírico, *producto-sum* y *sum-metric* en la dirección espacial, S

Tabla 4.1. Raíz de la desviación cuadrática media

Modelo	RDCM
Separable	0.0645
Product-sum	0.0663
Sum-metric	0.0819

En la Tabla 4.1 se puede observar que el modelo *separable* caracteriza adecuadamente el comportamiento de los datos al tener el menor valor de la raíz de la desviación cuadrática media. A continuación, en la Figura 4.31 se presentan los parámetros de las funciones gaussianas con meseta(*sill*) 10.99, ajustadas a los semivariogramas marginales empíricos en *S* y *T* a partir del modelo *separable*.

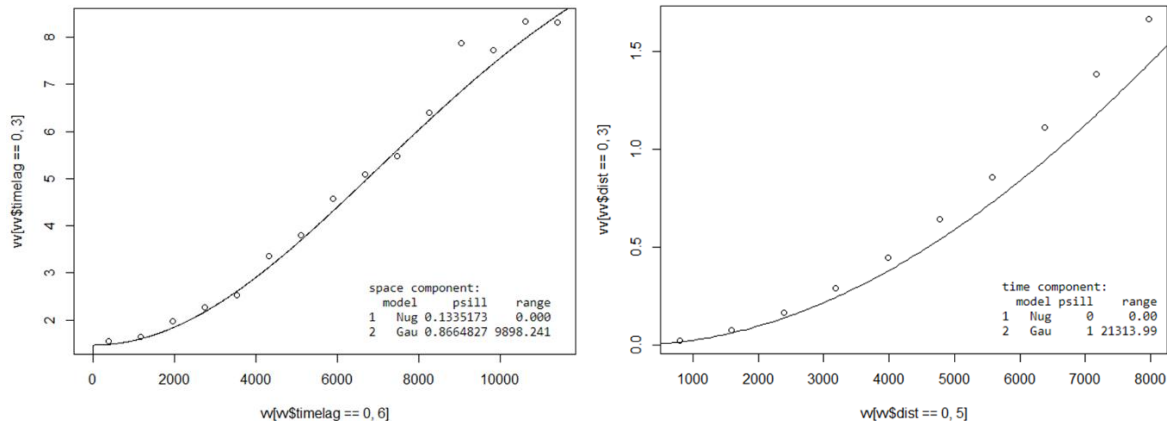


Figura 4.31. Modelo *separable* ajustado a los semivariogramas empíricos marginales espacial, *S*, (derecha) y temporal, *T*, (izquierda)

4.6. Predicciones

Para estimar la evolución del fenómeno de hundimiento regional en el Valle de México, primero se realizó un kriging estándar hasta el año 2030, considerando como puntos de estimación, la localización de los bancos de nivel. Luego, se realizó un segundo kriging en una malla de 100 m x 100 m para los años 2010, 2013, 2016, 2019, 2022, 2025 y 2030. A continuación, en la Figura 4.32 y en la Figura 4.33 se presentan los resultados de la primera estimación. Allí se puede observar el comportamiento de los bancos de nivel en cada uno de los años considerados y la distribución espacial de las cotas calculadas.

De los resultados de la primera estimación se obtiene que para el 2030 se predice un hundimiento acumulado máximo de 13.16 m en el banco B(N01E06)02 con coordenadas

494937.29 en X y 2149738.37 en Y, ubicado en la delegación Venustiano Carranza, cerca del Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México.

Por otro lado, en la Figura 4.34 se presenta la configuración tanto espacial como temporal de las nivelaciones obtenidas a partir de la segunda estimación realizada en la malla de 100 m x 100 m.

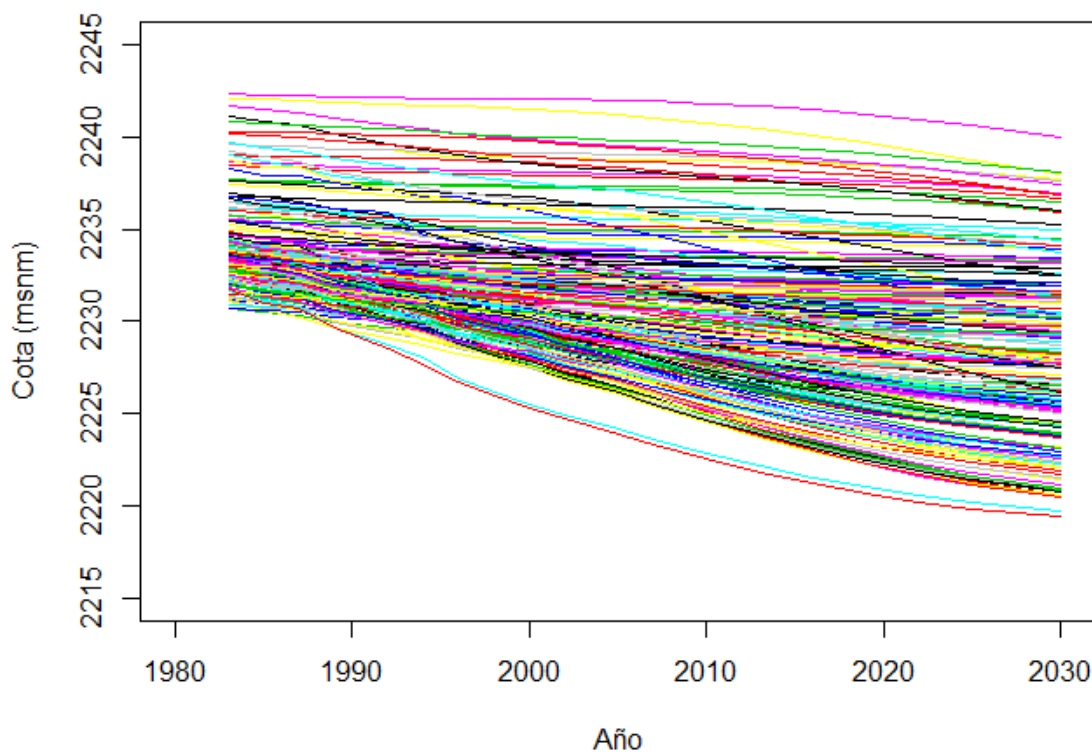


Figura 4.32. Nivelaciones en msnm al 2030 en los puntos donde se ubican los bancos de nivel

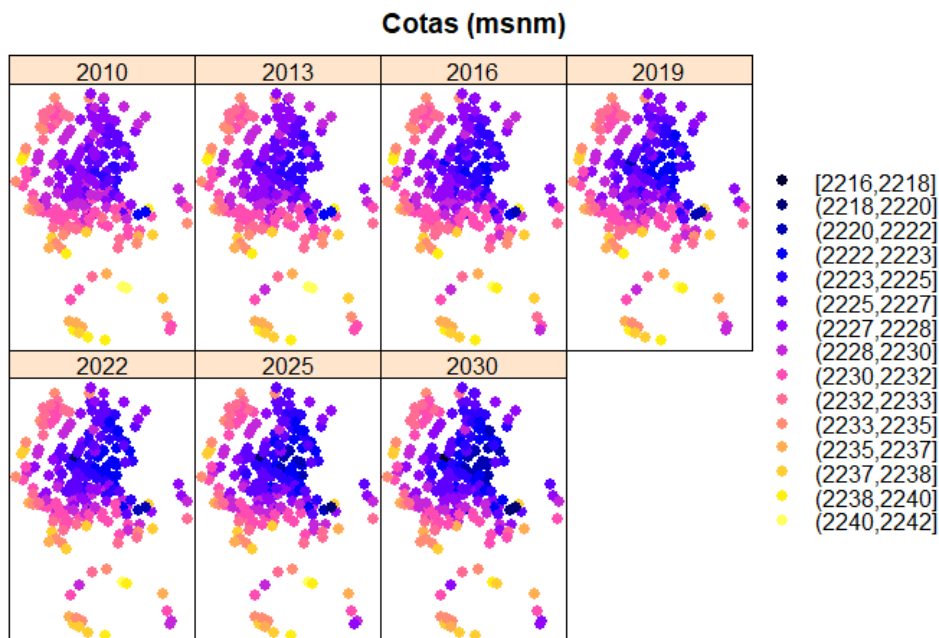


Figura 4.33. Nivelaciones (msnm) en el periodo 2010-2030 en los puntos donde se ubican los bancos de nivel

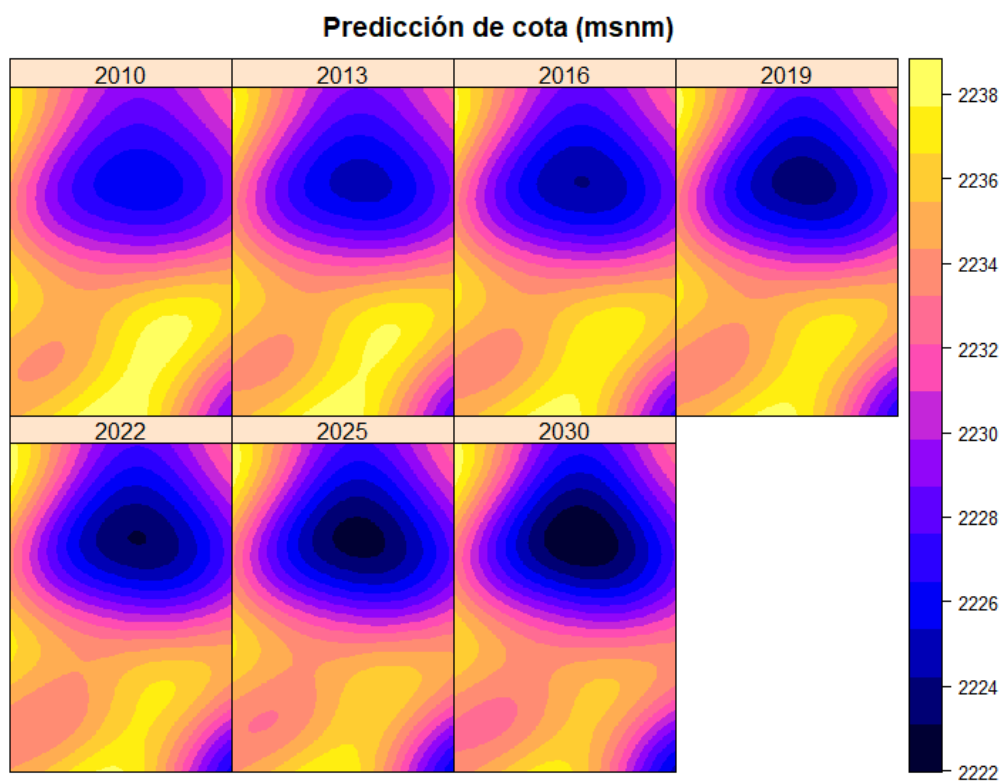


Figura 4.34. Distribución espacial de las nivelaciones 2010 - 2030

Una vez determinados los valores de cotas en cada uno de los bancos de nivel para el periodo 2007-2030, se calcularon las velocidades de hundimiento promedio en centímetros por año. Seguidamente, se realizó una interpolación tipo kriging estándar en una malla de puntos de 100 m x 100 m y considerando un modelo de variograma tipo gaussiano con pepita 10, meseta 60 y rango 6000 m (Figura 4.35).

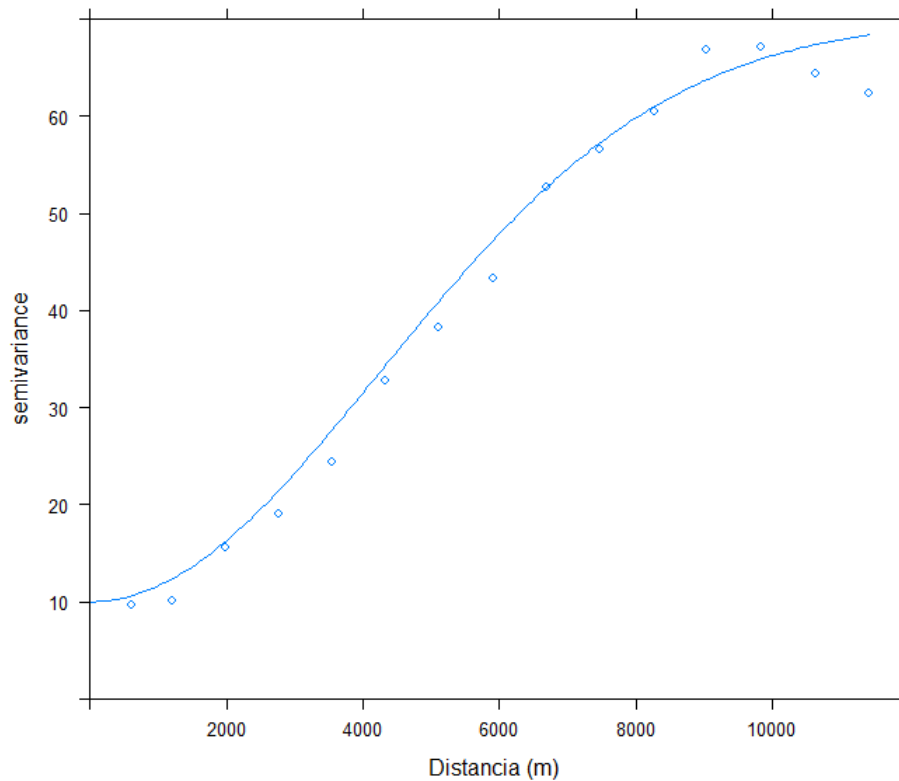


Figura 4.35. Semivariograma y modelo gaussiano ajustado

En la Figura 4.36 se presenta el mapa de velocidad de hundimiento para el periodo 2007-2030. La velocidad promedio más alta fue de 25.06 cm/año, la cual se registró en el mismo banco cerca del Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México donde se presenta el máximo hundimiento acumulado para el año 2030. Al comparar esta figura con la Figura 4.16 en donde se presenta el mapa de velocidad de hundimiento para el periodo 1983-2007, se puede observar que se presenta una disminución del 30% aproximadamente de la velocidad, lo cual es consistente con el comportamiento del fenómeno.

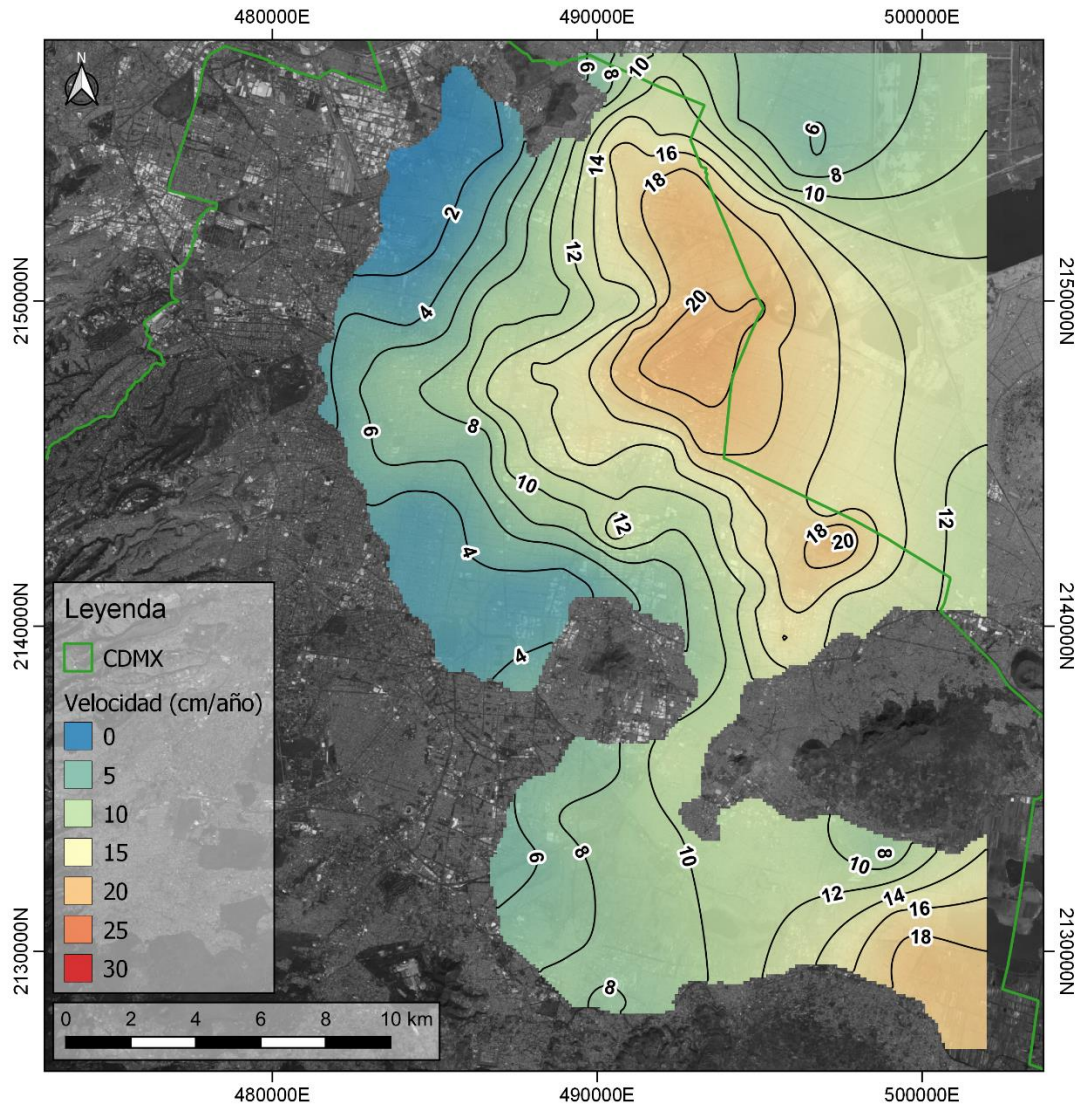


Figura 4.36. Velocidad de hundimiento promedio en el periodo 2007-2030

4.7. Validación del modelo espacio - temporal

Para validar los resultados obtenidos a partir del modelo espacio – temporal y corroborar que este representa físicamente el comportamiento del hundimiento regional en el Valle de México, se hicieron dos validaciones. La primera consistió en comparar las cotas obtenidas a partir de un Modelo Digital de Elevación LiDAR, Tipo Terreno con resolución 5 m del Valle de México 2010 disponible en la página del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI), con los resultados obtenidos para este mismo año con el modelo calculado. La segunda, por su parte, consistió en comparar las mediciones directas realizadas en el 2016 con las cotas obtenidas mediante el modelo para este mismo año en los puntos donde se localizan cada uno de los bancos de nivel.

Un modelo digital de elevación de alta resolución es un registro de las elevaciones existentes sobre el nivel del mar derivado de la obtención de puntos mediante LiDAR (INEGI, 2020). Esta tecnología es un sistema activo de rayos láser que emite un haz de luz sobre la superficie terrestre (pulso) y almacena los reflejos (INEGI, 2020). El modelo Tipo Terreno se obtiene de la nube de puntos ajustada al terreno mediante procesos geodésicos, de la que se seleccionan aquellos puntos que corresponden únicamente al terreno y eliminando los reflejados por la infraestructura, vegetación, nubes, etc. (INEGI, 2020)

A continuación, en la Figura 4.37 se presenta el Modelo Digital de Elevación LiDAR, Tipo Terreno con resolución 5 m del Valle de México en el 2010.

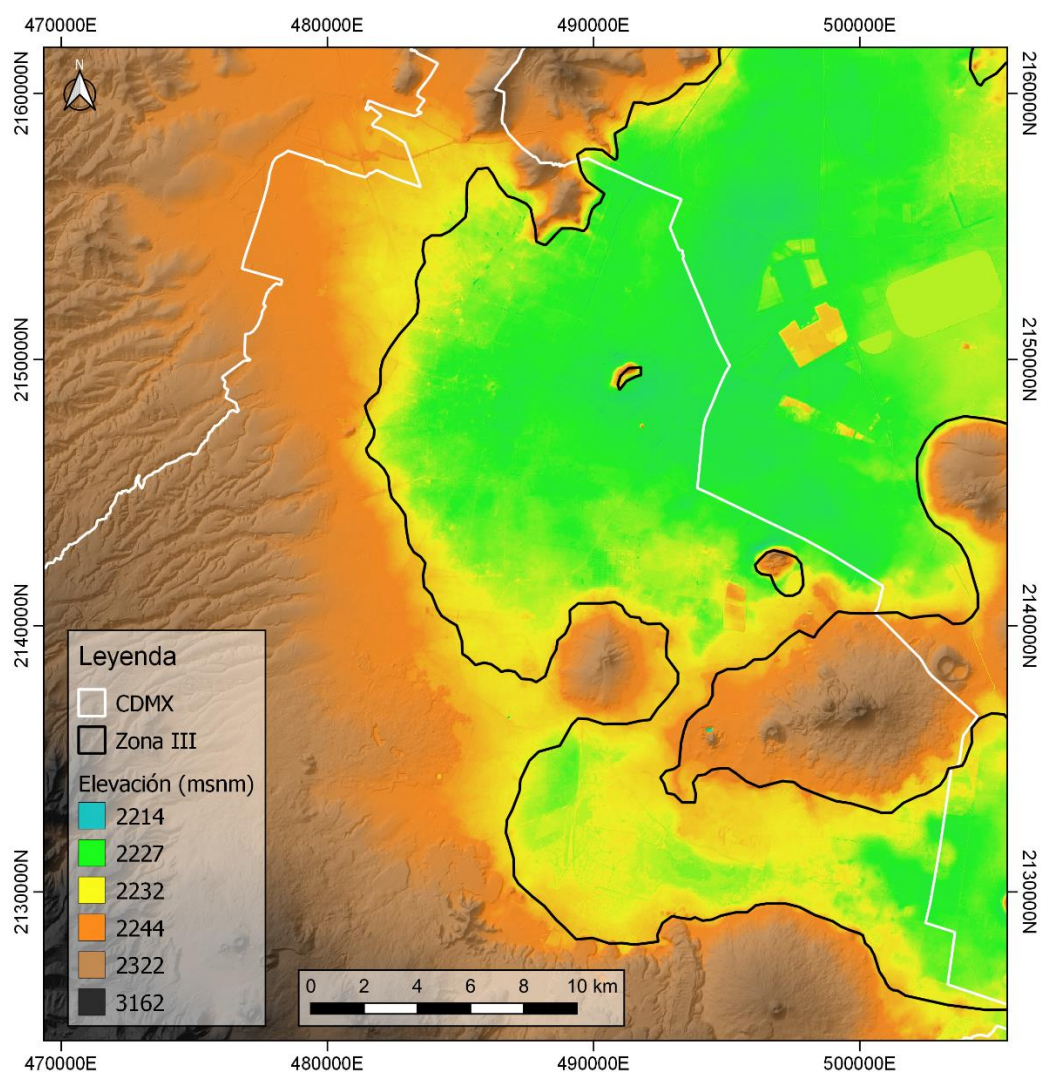


Figura 4.37. Modelo digital de elevación LiDAR del Valle de México (INEGI,2010)

Para determinar el error, ε , que existe entre las cotas del modelo digital de elevación y las estimadas a partir del modelo espacio - temporal en los puntos donde se localizan los bancos de nivel, se calcularon las diferencias como se presenta a continuación,

$$\varepsilon = \text{valor medido} - \text{valor predicho} \quad (4.5)$$

En la Figura 4.38 se presenta el histograma de las diferencias calculadas entre las mediciones en el año 2010. Allí, se puede observar que estos valores tienen una distribución aproximadamente normal y simétrica alrededor de la media, la cual es igual a -0.62 m. Por otro lado, en la Figura 4.39 se presenta el box-plot en donde se puede observar que las diferencias tienen poca variabilidad ($\sigma^2 = 2.50$) y algunos *outliers*.

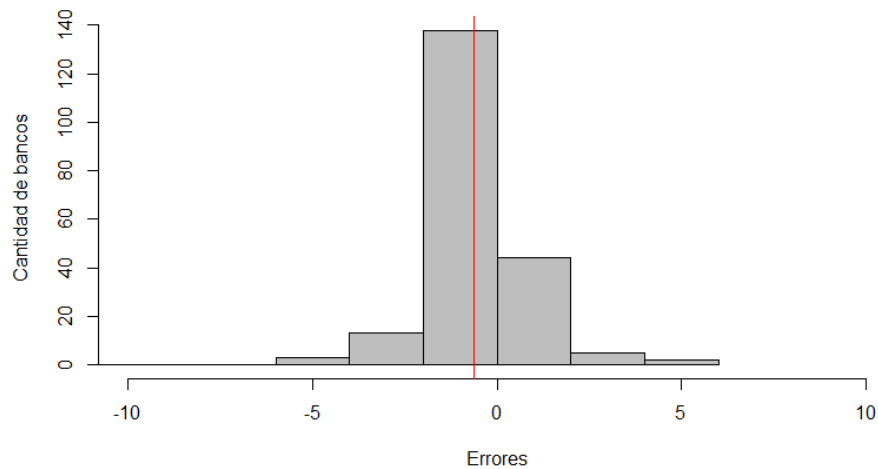


Figura 4.38. Histograma de los errores para el año 2010

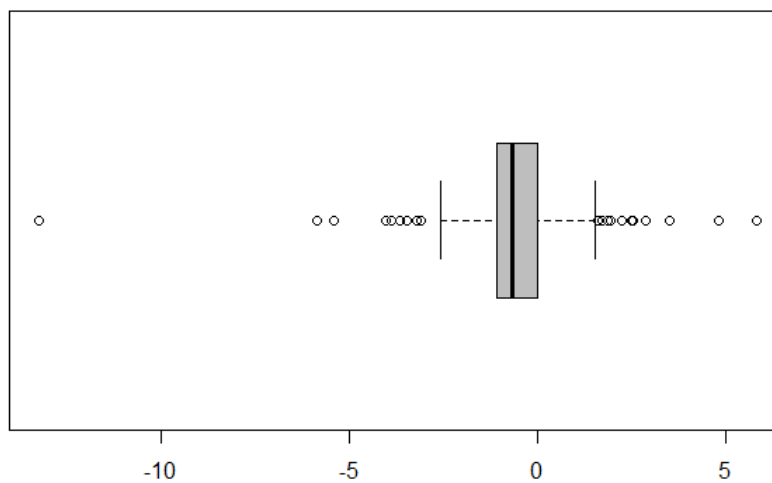


Figura 4.39. Box-plot de los errores para el año 2010

En la Figura 4.40 se presenta la distribución espacial de la diferencia de cotas en valor absoluto. Allí se puede observar que el 67 % (138) de las estaciones presentan errores menores a 1.00 m.

Las diferencias en las mediciones de cota pueden estar asociadas, primero a la falta de información disponible tanto espacial como temporal de bancos de nivel, y segundo, a la tecnología LiDAR la cual no realiza una lectura directa en los puntos revisados.

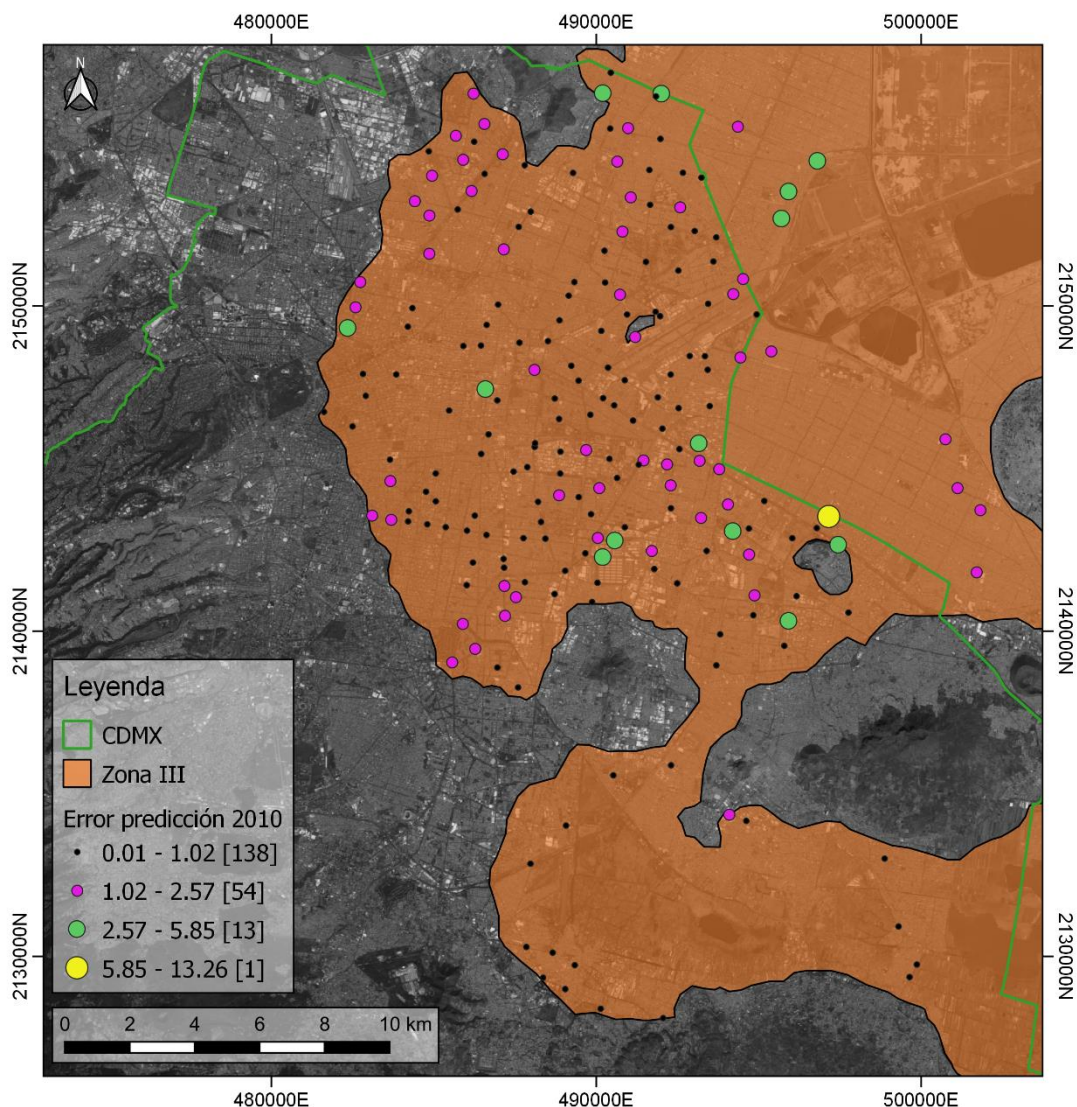


Figura 4.40. Errores en valor absoluto entre elevaciones del LiDAR y cotas calculadas para el año 2010

En la Figura 4.41 se presenta el histograma de las diferencias calculadas entre las mediciones directas del año 2016 y las predicciones. Allí, se puede observar que estos valores tienen una distribución aproximadamente normal y simétrica alrededor de la media, la cual es igual a 0.08 m. Por otro lado, en la Figura 4.42 se presenta el box-plot en donde se puede observar que las diferencias tienen poca variabilidad ($\sigma^2 = 0.21$) y algunos *outliers*.

En la Figura 4.43 se presenta la distribución espacial de las diferencias de cotas entre la predicción y la medición directa en cada uno sitios donde se localizan los 206 bancos de nivel. En esta figura se puede observar que el 99% de los bancos (203) presentan diferencias menores a 1.00 m.

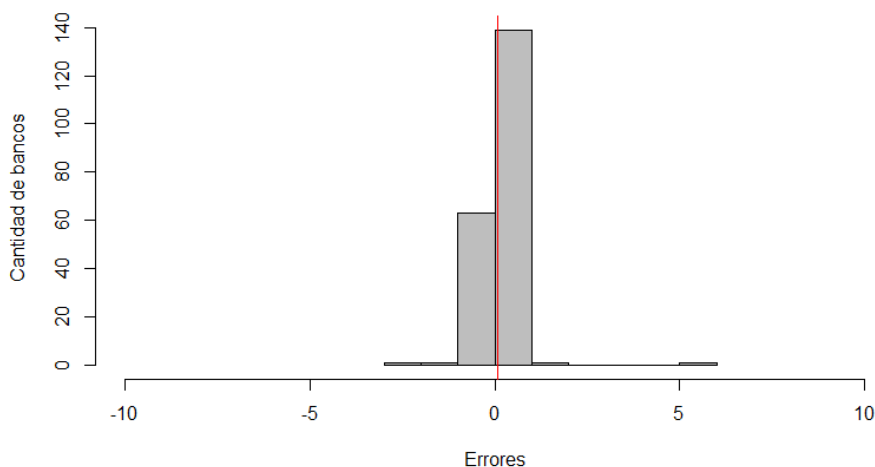


Figura 4.41. Histograma de los errores para el año 2016

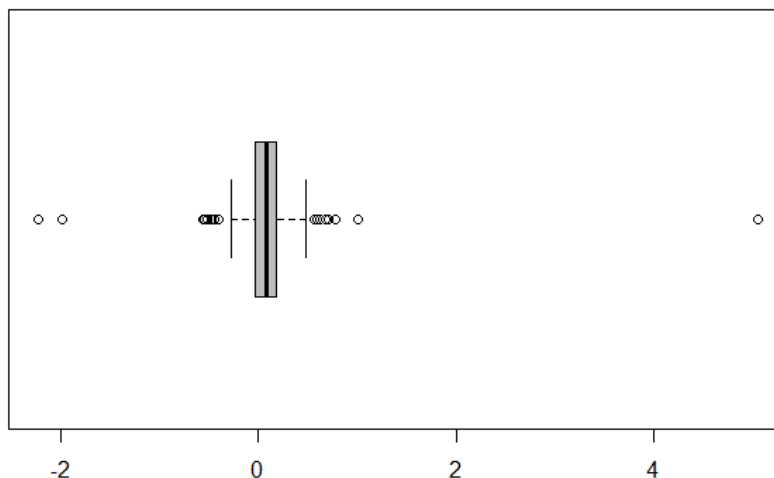


Figura 4.42. Box-plot de los errores para el año 2016

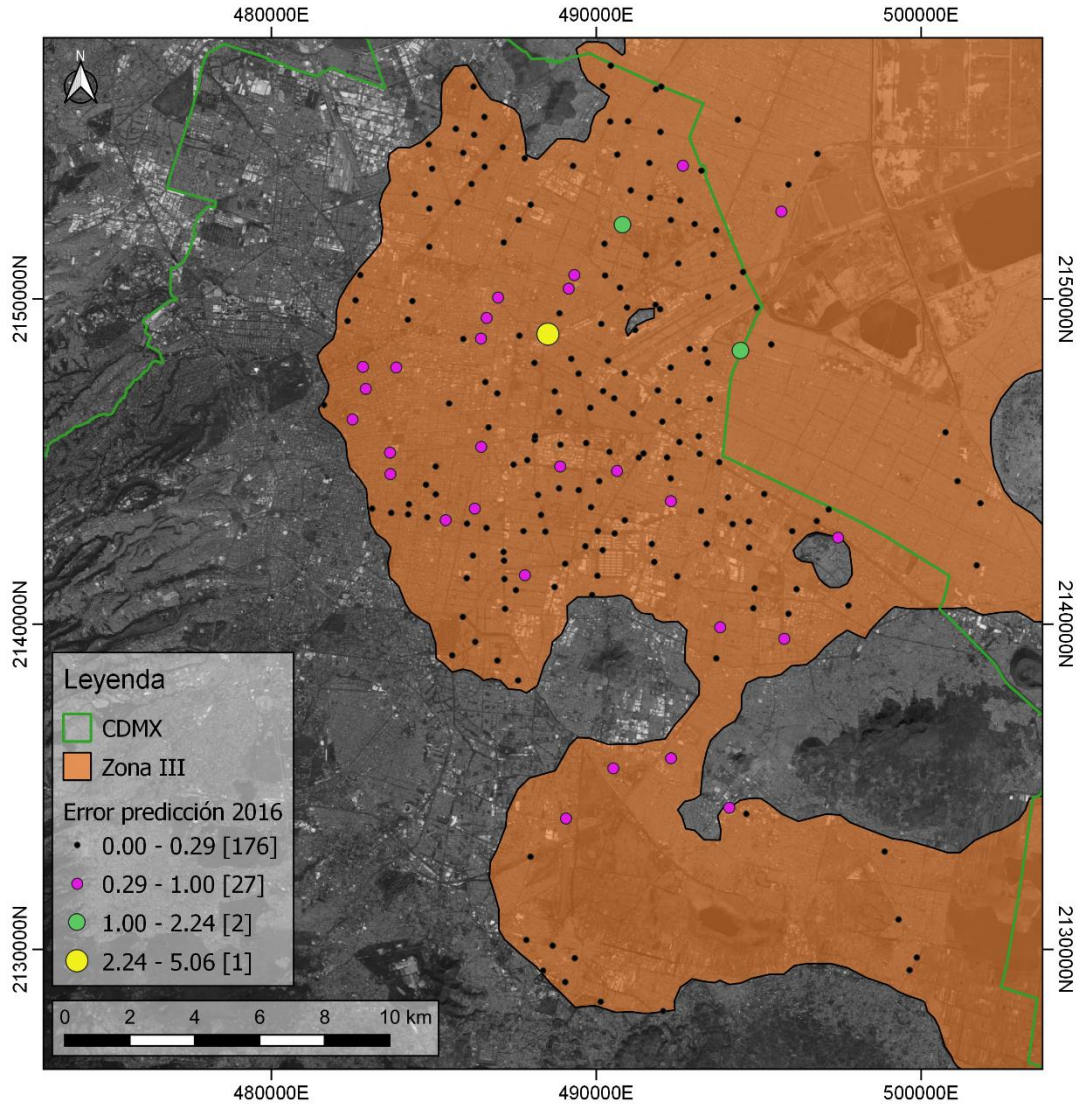


Figura 4.43. Errores absolutos entre predicción y medición directa en bancos de nivel en el 2016

En este caso se pudo observar que los errores calculados para el año 2016, con media $\mu = 0.08 \text{ m}$ y varianza, $\sigma^2 = 0.21$, son menores a los calculados en el 2010 con media $\mu = -0.62 \text{ m}$ y varianza, $\sigma^2 = 2.50$. Lo anterior, puede estar asociado a que en los primeros las cotas fueron medidas directamente en los puntos donde se localizan los bancos de nivel y en los segundos, las cotas fueron determinadas a partir de un MDE con tecnología LiDAR.

De las validaciones realizadas se puede concluir que en general el modelo representa adecuadamente el comportamiento del hundimiento regional en el Valle de México en espacio y tiempo.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó una interpretación estadística del comportamiento de un sistema de monitoreo compuesto por bancos superficiales de nivel instalados por la Dirección General de Construcción y Operación Hidráulica (DGCOH) en la Ciudad de México, con el objetivo de conocer la evolución del hundimiento regional latente en la zona de lago donde se encuentra asentada la mayor parte de la ciudad. Para ello, se revisó la información proporcionada por el Sistema de Aguas de la Ciudad de México (SACMEX) compuesta por una red de 1931 bancos de nivel monitoreados desde 1983 hasta el 2016, de los cuales se descartaron aquellos que no se encontraran en la zona lacustre, que no tuvieran un comportamiento confiable durante el tiempo de monitoreo, y que presentarán más de dos registros faltantes en años consecutivos. Al final, de los 1931 bancos se consideraron 206 en el análisis geoestadístico espacio -temporal cada uno con trece mediciones en el tiempo.

Para convertir los registros de los bancos de nivel en datos espacio – temporales, se consideró una configuración de malla completa (*STFDF*) disponible en la paquetería *spacetime* del programa R. Luego, se determinaron tanto el semivariograma experimental espacio – temporal, como los semivariogramas marginales en la dirección espacial S y temporal T , a partir de las observaciones. Seguidamente, a estos variogramas se les ajustaron los modelos: *separable*, *product-sum* y *sum-metric*, disponibles en el paquete *gstat* del mismo programa. Para determinar cuál modelo representaba adecuadamente el comportamiento del fenómeno, se consideró aquel que tuviera el menor valor de la raíz de la desviación cuadrática media entre la superficie del semivariograma empírico y la del modelo ajustado. Finalmente, el modelo teórico *separable* fue aquel que representó mejor la correlación espacial y temporal de las observaciones del fenómeno.

Para analizar la evolución del fenómeno de hundimiento regional en el Valle de México, primero se realizó un kriging estándar hasta el 2030, considerando como puntos de estimación aquellos en donde se localizan los 206 bancos de nivel. Luego, se realizó un segundo kriging en una malla de 100 x 100 m para los años 2010,2013,2016,2019,2022, 2025 y 2030. Una vez realizadas las estimaciones y predicciones correspondientes, se calcularon las velocidades de hundimiento promedio entre el periodo 2007-2030, a partir de los valores de cotas, y se compararon con las del periodo 1983-2007. De lo anterior, se puede observar que se presentó una disminución de la velocidad promedio del 30 %, lo cual es consistente con el comportamiento del fenómeno.

Para validar los resultados obtenidos a partir del modelo espacio – temporal, éstos se compararon con los datos de nivelación obtenidos a partir un Modelo Digital de Elevación LiDAR del Valle de México del 2010, disponible en la página del INEGI. Por otro lado, las predicciones del modelo también se compararon con los datos del 2016 registrados en cada uno de los bancos de nivel. De lo anterior, se pudo establecer que los errores calculados para el año 2016 eran menores que los obtenidos para el 2010, puesto que en los primeros los resultados del modelo se compararon con mediciones directas realizadas en cada uno

de los puntos donde se localizan los bancos de nivel, y en los segundos, las mediciones en los bancos fueron extraídas de un MDE elaborado con tecnología LiDAR.

En general, se puede concluir que el modelo espacio – temporal representa adecuadamente el comportamiento del hundimiento regional en espacio y tiempo en el Valle de México.

En una próxima etapa de este trabajo se pueden incorporar datos de estaciones piezométricas que reflejen la evolución de la presión de agua en el subsuelo. Lo anterior, debido a que esta información está correlacionada con el fenómeno de hundimiento regional y podría contribuir a mejorar la precisión de las estimaciones obtenidas. Por otro lado, también se podría modificar la configuración de la malla *full grid* a una *sparse grid* para considerar más información espacial.

BIBLIOGRAFÍA

- Auvinet G., Méndez E., Suárez M. (2017) El Subsuelo de la Ciudad de México Volumen III. Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Ingeniería.
- Bilonick R.A. (1988) Monthly hydrogen ion deposition maps for the northeastern U.S. from july 1982 to september 1984. *Atmospheric Environment* (22) 9:1909-1924.
- Bivand R.S, Pebesma E., Gómez-Rubio V. (2013) Applied Spatial Data Analysis with R. Second Edition, Springer New York Heidelberg Dordrecht London.
- De Cesare L., Myers D., Posa D.(2001) Estimating and modeling space-time correlation structures. *Statistics and Probability Letters* (51) 1:9-14.
- De Iaco S., Myers D., Posa D. (2001) Space-time analysis using a general product-sum model. *Statistics and Probability Letters* (52) 1:21-28.
- Gräler B., Pebesma E., Heuvelink G. (2016) Spatio-Temporal Interpolation using gstat. *The R Journal* (8)1:204-2018.
- Goovaerts P. (1997) Geostatistics for natural resources evaluation. Oxford University Press, New York.
- Heuvelink G., Musters P., Pebesma E. (1996) Spatio-temporal kriging of soil water content. Proceedings of the Fifth International Geostatistics Congress, Wollongong, Australia.
- INEGI (2010) Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática. Modelo digital de elevación de alta resolución LiDAR, Tipo terreno con resolución de 5 m. (Acceso mayo 2020).
- INEGI (2020) Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática. (Acceso mayo 2020, https://www.inegi.org.mx/contenidos/temas/mapas/relieve/continental/metadatos/lidar_alta_resolucion.pdf).
- Kyriakidis P.C., Journel A.G (1999) Geostatistical space-time models: A review. *Mathematical Geology* (31) 6:651-684.
- Madrigal M.C (2016) Estudio de la problemática de una cimentación de gran extensión en suelos muy blandos. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería. México.
- NTC (2017) Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Cimentaciones. Gaceta Oficial de la Ciudad de México, Órgano de Difusión del Gobierno de la Ciudad de México, Vigésima Época, No. 220 Bis.
- Pebesma E. (2012) spacetime: Spatio-Temporal Data in R. *Journal of Statistical Software* (51)7.

- Pebesma E., Duin R. (2005) Spatio-temporal mapping of sea floor sediment pollution in the North Sea. *Geostatistics for Environmental Applications* :367-378.
- QGIS Development Team (2002) QGIS Geographic Information System. Open Source Geospatial Foundation (<http://qgis.org>).
- R Core Team (1993) R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.(<http://www.R-project.org/>).
- Rodriguez J.F (2010) Modelado del comportamiento de pilotes e inclusiones sometidos a consolidacion regional, en la zona lacustre de la Ciudad de México. Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería. México.
- RStudio Team (2015). RStudio: Integrated Development for R. RStudio, Inc., Boston, MA. (<http://www.rstudio.com/>).
- Santoyo E., Ovando E., Mooser F., León E. (2005) Síntesis geotécnica de la cuenca del Valle de México. TGC Geotecnia S. A de C.V. México.
- Santoyo E. (2007) Historia y actualidad del hundimiento regional de la Ciudad de México. Recuperado en el 2020 de TGC: <https://tgc.com.mx/tgc/wp-content/uploads/2013/11/art001.pdf>.
- Santoyo E., Ovando E. (2008) Catedral y Sagrario de la Ciudad de México. TGC Ingeniería, TGC Geotecnia. Recuperado en el 2020 de TGC: <https://tgc.com.mx/>
- SIMOH (2015) Sistema de Monitoreo de la Piezometría y de los Hundimientos del Valle de México por Extracción de Agua Subterránea. Informe Final elaborado para la Comisión Nacional del Agua (CONAGUA). Convenio: CGPEAYS-UNAM-04/2013. Instituto de Ingeniería de la UNAM.
- Snepevangers J., Heuvelink G., Huisman J. (2003) Soil water content interpolation using spatio - temporal kriging with external drift. *Geoderma* (112):253-271.