



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE LA COMPUTACIÓN

*MODELO BASADO EN LOS INDIVIDUOS PARA
SIMULAR EL FLUJO VEHICULAR CON VEHÍCULOS
AUTÓNOMOS Y CONVENCIONALES*

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE LA COMPUTACIÓN

PRESENTA:
ALIANDER CAPDEZUÑER GONZÁLEZ

TUTORES PRINCIPALES:
*DRA. MARÍA ELENA LÁRRAGA RAMÍREZ, IINGEN-UNAM
DR. LUIS AGUSTÍN ÁLVAREZ-ICAZA LONGORIA, IINGEN-UNAM*

CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX, 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas

Tesis Digitales

Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



Universidad Nacional Autónoma de México

Posgrado en Ciencia e Ingeniería de la
Computación

*"Modelo basado en los individuos para simular el
flujo vehicular con vehículos autónomos y
convencionales. "*

Tesis

Para obtener el grado de:

*"Maestro en Ciencia e Ingeniería de la
Computación"*

Presenta:

Aliander Capdezuñer González

Tutores Principales:

Dra. María Elena Lárraga Ramírez, INGEN-UNAM

Dr. Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoria, INGEN-UNAM

Ciudad Universitaria, CDMX. 2021

Agradecimiento:

Al término del presente proyecto de tesis es importante resaltar la gran labor de mis tutores, la Dra. Lárraga y el Dr. Álvarez-Icaza, quienes se comportaron como la familia que no tengo en México. Realmente es inspirador asumir el desarrollo de un trabajo de tesis en un país nuevo de la mano de tan grandes profesionales. Sin sus ganas de entenderme en los buenos y malos momentos que he pasado durante el desarrollo del presente trabajo no se hubiera llegado a buen término. Sencillo no ha sido el proceso, pero gracias a las ganas de transmitirme sus conocimientos, sus consejos, sus ideas y dedicación, he logrado culminar el desarrollo de mi tesis con éxito. A ellos mis más sinceros agradecimientos.

A mi madre un infinito agradecimiento por su apoyo en esta etapa de mi vida, desde la distancia pero siempre pendiente de todo. Realmente tus deseos de verme hecho un profesional más consagrado hoy se hacen realidad.

A mi esposa Maricel Miló Hernández por regalarme en esta etapa lo más lindo que tengo en esta vida mi pequeña Mia Aynek Capdezuñer Miló. Su apoyo, su paciencia y sus consejos fue de vital importancia en todo momento para lograr sobrevivir todos los momentos de estrés que hemos pasados durante esta etapa. Sus aportes y conocimientos fue un importante complemento para lograr un trabajo de tesis de buena calidad.

Estoy muy agradecido con mis cinco sinodales, doctores todos: María Elena Lárraga Ramírez, Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoria, Héctor Alonso Guzmán Gutiérrez, Carlos Gershenson García, Jesús Antonio del Río Portilla, por haberme compartido su valiosa experiencia y haber enriquecido mi trabajo y la Ciencia en general.

Agradezco a las instituciones y a todo su personal que hicieron posible la realización de esta tesis: al Posgrado en Ciencia e Ingeniería de la Computación, por darme la oportunidad de estudiar una maestría; al Instituto de Ingeniería por brindarme las becas para la elaboración y terminación de mi tesis; a la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme los servicios educativos, laborales, sus instalaciones y un panorama más grande del Universo; a la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) por la beca otorgada para la obtención de grado bajo el proyecto IN112619 y finalmente Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca otorgada para la realización de estudios de maestría.

Dedicatoria:

A Dios, a mi madre, a mi hija, a mi esposa.

Resumen:

El aumento de la cantidad de vehículos y la imposibilidad de construir nuevas carreteras ha desencadenado en las últimas décadas el problema de la congestión en el tráfico en las grandes ciudades. Ante esta situación, actualmente los esfuerzos se centran en cómo mejorar la eficiencia y capacidad de las vías existentes. Una alternativa es los sistemas de transporte inteligente, dentro de los cuales la industria del automóvil ha desarrollado los vehículos conectados y autónomos (CAVs, por sus siglas en inglés). Es un hecho que los coches conducidos por humanos (convencionales) y los autos autónomos coincidirán en un futuro en las ciudades. Uno de los paradigmas bien establecidos para el estudio, entendimiento y análisis de la dinámica de sistemas complejos como el tráfico vehicular son los Autómatas Celulares (AC). El centro de este trabajo de tesis es el estudio del comportamiento del tráfico vehicular con vehículos autónomos y convencionales a través de un modelo basado en cada vehículo. El modelo que se propone se basa en las distancias de seguridad consideradas en el modelo LAI-E [1], al que además se le incluyen características propias de los vehículos autónomos, como lo es que estos pueden reconocer cambios en el ambiente de manera casi instantánea. Así, el modelo propuesto considera tiempo de reacción 0 segundos y maneja el valor de aceleración y velocidad actual del vehículo líder para el cálculo de las distancias de seguridad que un vehículo requiere para tomar una acción: acelerar, desacelerar o mantener su velocidad. Además, se incluye un factor de seguridad r , con el objetivo de verificar cómo se comporta el tráfico vehicular cuando se consideran choques a bajas velocidades. El modelo propuesto fue evaluado a través de simulaciones computacionales, donde se comprobó que reproduce de manera satisfactoria los fenómenos del tráfico vehicular encontrados en la interacción de ambos tipos de vehículos, así como las características propias de los mismos. Finalmente, el modelo propuesto no compromete la simplicidad computacional propia de los modelos de AC, y constituye una potente herramienta para la toma de decisiones en México.

Abstract:

The increase in the number of vehicles and the impossibility of building new roads has triggered the problem of traffic congestion in large cities in recent decades. Faced with this situation, efforts are currently focused on how to improve the efficiency and capacity of existing roads. One of the alternatives is intelligent transport systems, which include the autonomous and connected vehicles (CAVs). It is a fact that (conventional) human-driven cars and autonomous cars will appear at the same time in urban cities. Cellular automata (CA) is one of the well-established paradigms for the study, understanding and analysis of the dynamics of complex systems such as vehicular traffic. The emphasis on this thesis work is the study of the behavior of vehicular traffic with autonomous and conventional vehicles through a model based on the individual vehicles. The proposed model is based on the safety distances considered in the LAI-E model [1], and it also includes characteristics typical of autonomous vehicles, like the fact that autonomous vehicles can recognize changes in the environment instantaneously. The proposed model considers reaction time of 0 seconds and uses the current acceleration and speed value of the leading vehicle for calculating the safety distances that a car needs for an action to take. In addition, security factor so called r is included, in order to verify how vehicular traffic behaves where crashes at low speeds are allowed. The proposed model was evaluated through computer simulations where it was found that they satisfactorily reproduce the vehicular traffic phenomena found in the interaction of both types of vehicles, as well as their own characteristics. Finally, the proposed model does not compromise the computational simplicity of CA models, providing a powerful tool for decision-making.

Contenido

1	Capítulo 1: Introducción	10
1.1.	Motivación	10
1.2.	Objetivo General.....	12
1.3.	Hipótesis	12
1.4.	Contribución	13
1.5.	Organización de la tesis.....	13
1.1		13
2	Capítulo 2: Conceptos Relacionados.....	14
2.1.	Sistemas de transporte Inteligente.....	14
2.2.	El transporte por carretera.....	16
2.3.	Vehículos Autónomos.....	18
2.3.1.	Componentes Principales de los Vehículos Autónomos (AVs)	18
2.3.2.	Niveles de Automatización de los Vehículos Autónomos	19
3	Capítulo 3: Modelos para tráfico vehicular	22
3.1.	Enfoques de Modelación de tráfico vehicular	22
3.1.1.	Enfoque macroscópicos.....	22
3.1.2.	Enfoque mesoscópicos	23
3.1.3.	Enfoque microscópico	23
3.2.	Modelación de tráfico vehicular con autómatas celulares	23
3.2.1.	Autómatas Celulares	24
3.2.2	Definición formal de Autómatas Celulares.....	24
3.2.3	Aplicación de los Autómatas Celulares.....	26
3.2.4.	Modelo de Nagel-Schreckenberg.....	27
3.2.5.	Modelo LAI-E.....	29
3.3.	Estado del arte de la modelación de tráfico vehicular con vehículos autónomos...	34
4	Capítulo 4: Un nuevo modelo de autómatas celulares para vehículos autónomos	37
4.1.	Definición general del nuevo modelo.....	37
4.2.	Dinámica de frenado	39
4.3.	Distancias de seguimiento seguro del nuevo modelo.....	40
4.3.1.	Vehículo líder detenido	41
4.3.2.	Vehículo líder en movimiento	42
4.4.	Reglas de actualización para el nuevo modelo.....	44
5	Capítulo 5: Resultados de simulación y discusión	47
5.1.	Consideraciones en la frontera	47

5.2.	Simulación solo vehículos autónomos.....	48
5.2.1.	Comparación con el modelo LAI-E	49
5.3.	Considerando sólo vehículos autónomos, variando el factor de seguridad	55
5.4.	Simulación con vehículos mixtos (vehículos autónomos y vehículos convencionales)	
	59	
6	Capítulo 6: Conclusiones	62
6.1	6.1. Consideraciones para futuros trabajos.....	63
7	Bibliografía	64

Índice de Figuras

Figura 1: Vehículos registrados en México desde el año 1998 hasta el 2018.....	17
Figura 2: Un autómata celular unidimensional con condiciones de frontera periódicas donde las celdas separadas son espejos de la primera y la última celda, A y G, respectivamente.	26
Figura 3: Ejemplo de una sección de calle representada mediante el modelo NaSch, basado en AC. Cada celda puede estar vacía u ocupada con un vehículo, el cual tiene una velocidad discreta (v) que toma valores entre 0 y una velocidad límite. En este caso, la longitud de una celda en unidades reales equivale a 7.5 m y el espaciamiento entre vehículos (gap) es el número de celdas vacías que los separan.	27
Figura 4: Representación de los vehículos en las fronteras.	47
Figura 5: Diagrama fundamental del tráfico flujo vs densidad, solo vehículos autónomos y el factor de seguridad $r=0$	50
Figura 6: Diagrama fundamental del tráfico velocidad vs densidad, solo vehículos autónomos y el factor de seguridad $r=0$	50
Figura 7: Diagrama espacio tiempo densidad 40 veh/km.....	52
Figura 8: Distribución de velocidad, densidad 40 veh/km.....	52
Figura 9: Diagrama espacio-tiempo y distribución de velocidad de la densidad 60 veh/km. .	53
Figura 10: Diagrama espacio-tiempo y cantidad distribución de velocidad de la densidad 80 veh/km.	54
Figura 11: Diagrama espacio-tiempo y distribución de velocidad de la densidad 140 veh/km.	54
Figura 12: Diagrama espacio-tiempo y distribución de velocidad de la densidad 160 veh/km.	55
Figura 13: Diagramas fundamental flujo-densidad e velocidad-densidad para $r=-1$	56
Figura 14: Diagramas fundamental flujo-densidad e velocidad-densidad para $r=-2$	56
Figura 15: Diagrama espacio-tiempo $r=-1$ densidad 140 veh/km, 160 veh/km, 180 veh/km..	57
Figura 16: Diagrama espacio-tiempo $r=-2$ densidad 140 veh/km, 160 veh/km, 180 veh/km..	57
Figura 17: Distribución de velocidad densidad 140 veh/km, 160 veh/km, 180 veh/km y $r=-1$	58
Figura 18: Distribución de velocidad densidad 140 veh/km, 160 veh/km, 180 veh/km y $r=-2$	58
Figura 19: Diagrama fundamental densidad-flujo para 20% y 40% de vehículos convencionales.	59
Figura 20: Diagrama fundamental velocidad-densidad para 20% y 40% de vehículos convencionales.....	60
Figura 21: Diagrama fundamental densidad-flujo para 60%, 80% y 100% de vehículos convencionales.....	60
Figura 22: Diagrama fundamental velocidad-densidad para 60%, 80% y 100% de vehículos convencionales.....	60

Índice de Tablas

Tabla 1: Variables del modelo de frenado.....	39
Tabla 2: Tabla comparativa diferentes valores de r.	56

1 Capítulo 1: Introducción

1.1. Motivación

La congestión del tráfico es un problema importante para la mayoría de las grandes ciudades del mundo moderno [2]. Si bien la cantidad de vehículos ha aumentado constantemente durante las últimas décadas [3], una expansión correspondiente de las redes de carreteras no se considera factible por varias razones entre las que se encuentran: falta de terrenos adecuados, costos de construcción crecientes, consideraciones ambientales, etc. Ante esta situación, actualmente los esfuerzos se centran en cómo mejorar la eficiencia y capacidad de las vías existentes. Una de las alternativas son los sistemas inteligentes de transporte (ITS por sus siglas en inglés Intelligent Transport Systems), que son un conjunto de soluciones tecnológicas de las telecomunicaciones y la computación diseñadas para mejorar la operación y seguridad del transporte terrestre.

Dentro de los sistemas inteligentes de transporte, la industria del automóvil ha desarrollado los vehículos conectados y autónomos (CAVs, por sus siglas en inglés). En general, se espera que los CAVs estén disponibles en el mercado masivo entre 2022 y 2025. Equipados con sensores que pueden ayudar a detectar objetos cercanos, junto con la capacidad de comunicarse con otros vehículos, las características de conducción de los CAVs son diferentes a las de los vehículos convencionales. [2]. Los CAVs pueden obtener parámetros del ambiente más precisos, en comparación con la percepción humana; por lo tanto, son capaces de reaccionar casi instantáneamente a los cambios en las condiciones de conducción, a diferencia del retraso observado en el tiempo de reacción humano. Los CAVs también se pueden conducir muy cerca uno de otro a través de la tecnología de control de cruce adaptativo (ACC). Por lo tanto, la distancia entre dos CAVs sucesivos es considerablemente más corta que entre dos vehículos convencionales. Además, las conexiones entre CAVs a través de comunicaciones dedicadas de corto alcance (DSRC) pueden aumentar el rango de detección de los sensores de distancia y permiten una mayor capacidad de las vías de transporte [3].

Se espera que a través del despliegue de la tecnología ITS, las capacidades de las carreteras, la seguridad y la eficiencia del tráfico mejoren. Sin embargo, la tasa de penetración de los vehículos autónomos está siendo lenta; así, se espera que los vehículos conducidos por humanos (convencionales) y los Vehículos Autónomos (AVs) coincidan en las ciudades durante un largo periodo de tiempo. Sin embargo, ¿cómo van a funcionar estos dos tipos de vehículos juntos? ¿Cuáles son los impactos que van a

generar en el flujo vehicular? ¿Cómo alterarán la forma en que consumimos combustible, el tiempo que gastamos en la carretera o la cantidad de tráfico en nuestras carreteras? Aún se desconoce en qué medida se puede mejorar el sistema de transporte actual mediante el despliegue de esta nueva tecnología, por lo que es necesario analizar la relación entre las tasas de penetración de AVs y la posible mejora en la capacidad de las carreteras [4]. Hasta ahora, los estudios sobre este tipo de flujo de tráfico mixto siguen siendo bastante limitados. Se requieren modelos y enfoques de modelado adecuados bajo los diferentes enfoques (microscópicos, mesoscópicos y macroscópicos), con la finalidad de permitir un reflejo adecuado de la dinámica y las capacidades del flujo de tráfico mixto.

Así, actualmente existe el desafío de explorar los efectos de los vehículos autónomos y su penetración en la dinámica del tráfico vehicular. Uno de los medios para evaluar el impacto del uso de estas tecnologías inteligentes en la realidad es mediante la modelación computacional. En esta dirección, los modelos basados en autómatas celulares (AC) han mostrado su habilidad para simular el comportamiento del tráfico vehicular. Los AC son modelos matemáticos discretos para sistemas dinámicos, que pueden verse como un red de dimensión n compuesta por autómatas finitos idénticos, que se conectan de manera local sólo con sus vecinos inmediatos de acuerdo con unas relaciones de vecindad definidas a través de una función de transición [5]. Los autómatas celulares son herramientas útiles para modelar sistemas complejos, ya que permiten simular las características microscópicas de los elementos que lo componen y su interrelación, por medio de reglas locales, que permiten escalar este desempeño a un nivel macroscópico para entender el comportamiento global. Así, los AC se consideran una buena alternativa a las ecuaciones diferenciales y han sido utilizados para modelar sistemas complejos en distintos ámbitos de estudios, desde medicina, arquitectura, física, biología, computación e ingeniería. Desde el punto de vista de la vida artificial, los AC poseen muchos de los aspectos fundamentales de la vida en cuanto a procesos, lo que intentan conseguir con la máxima simplicidad posible [5].

Esta característica de los AC permite simular, por ejemplo, las decisiones que los conductores toman basados en su situación actual, la relación con sus vecinos, sus metas, etc., e incluir aspectos de comportamiento del conductor (psicológicos, por ejemplo) en forma muy simple, en comparación con modelos continuos. Aunque el concepto de AC tiene muchos años que se propuso [6] [7], llegó a ser aceptado como un paradigma de modelación de los sistemas de transporte, sólo después de la

introducción del modelo para el tráfico vehicular de carreteras de los alemanes Nagel y Shreckenberg en el año 1992 [8], conocido como el modelo NaSch, A partir de entonces se han propuesto diversos modelos basados en AC como modificaciones o extensiones del modelo NaSch para modelar el tráfico con vehículos de alta velocidad, intersecciones señalizadas, flujo vehicular de varios carriles, flujo de tráfico mixto [9] [10] [11] [12] e incluso ya se han aplicado para la modelación de redes de tráfico con miles de vehículos en forma eficiente [13].

Recientemente, se introdujo el modelo llamado LAI-E que considera que el movimiento de los vehículos está descrito bajo la consideración de un Movimiento Uniforme Acelerado (MUA) con la finalidad de tener una representación más realista de la dinámica vehicular y reducir el movimiento impulsivo que se tiene en la mayoría de los modelos de AC existentes. Además, este modelo considera que las capacidades de aceleración/desaceleración tienen un valor límite en los vehículos reales. Sin embargo, no considera algunos aspectos de los AVs que son importantes cuando se desea simular el flujo vehicular mixto, de vehículos convencionales y autónomos, y los impactos que puede generar.

Aunque los Autómatas Celulares ya han mostrado su capacidad para simular computacionalmente el desempeño del flujo vehicular, pocos son los estudios que refieren el comportamiento dinámico del flujo vehicular mixto. Los pocos modelos existentes basados en AC, además, no representan de manera adecuada las características mecánicas de los vehículos autónomos.

En lo adelante entiéndase como flujo vehicular mixto, el flujo vehicular donde se encuentre presente autos autónomos y convencionales. En esta tesis no se incluyeron vehículos con diferentes tamaños, quedando los mismos para trabajos futuros.

1.2. Objetivo General

De esta manera el objetivo general de este trabajo de tesis es desarrollar un modelo de AC nuevo basado en el desempeño de individuos para simular, analizar y evaluar el desempeño del flujo de vehículos mixtos (convencionales y autónomos) y los impactos que genera en las vías bajo el estudio de diferentes escenarios.

1.3. Hipótesis

La hipótesis que orienta este trabajo de tesis es que es posible extender el modelo LAI-E para la consideración de características y comportamiento tanto de vehículos autónomos como convencionales, y que este reproduzca de manera adecuada el comportamiento del tráfico vehicular mixto y, que a la vez, preserve la simplicidad computacional de este modelo.

1.4. Contribución

- ✓ Se conjugaron conceptos de modelos basados en individuos para la simulación espacio temporal del sistema bajo estudio. Particularmente, se usan Autómatas Celulares, importantes en la Vida Artificial, para modelar y explicar el desempeño del flujo vehicular y los vehículos, a través de la definición de un conjunto de reglas locales que emulen la dinámica de los vehículos y su interacción con la vía.
- ✓ Se desarrolló un modelo AC de tráfico, en el que tanto los vehículos autónomos, como los vehículos convencionales se incorporen en el flujo de tráfico. De tal manera, el modelo propuesto en este trabajo de tesis considera los siguientes aspectos:
 - Las reglas de operación de los vehículos autónomos en el modelo se establecen teniendo en cuenta la conducción autónoma a través del piloto automático adaptativo (Adaptive Cruise Control) que determina la distancia de seguridad entre vehículos, y la conexión entre vehículos a través de comunicaciones de corto alcance.
 - Diferentes niveles de penetración de los vehículos autónomos y su impacto en el flujo del tráfico.
 - El impacto de permitir choques de baja velocidad relativa entre vehículos autónomos o no permitirlos.
 - El movimiento de los vehículos está descrito bajo la consideración de un movimiento uniformemente acelerado (MUA).
- ✓ Se evaluó el comportamiento del tráfico vehicular mixto mediante simulación computacional y estadística con base en los resultados de simulación obtenidos bajo escenarios diferentes.

1.5. Organización de la tesis

El resto de este trabajo de tesis se encuentra organizado de la siguiente manera. En el capítulo 2, se describen conceptos importantes para el buen entendimiento de la tesis. En el capítulo 3, se hace una breve descripción de los diferentes enfoques de modelación existentes. Además, se plantea una definición formal de los AC, así como algunas de sus aplicaciones. Se incluye también una descripción de algunos modelos basados en autómatas celulares, haciendo énfasis en los modelos existentes para la simulación de tráfico con vehículos autónomos los cuales son la base que sustenta el desarrollo de este trabajo de tesis. En el capítulo 4, se define formalmente el modelo que se obtuvo de la presente investigación. Por otra parte, en el capítulo 5 se presenta los resultados de la simulación del modelo propuesto y su análisis. Finalmente, se presentan las conclusiones y trabajo futuro de este trabajo de tesis.

2 Capítulo 2: Conceptos Relacionados

En el presente capítulo se describen los conceptos y términos que se utilizarán en el desarrollo del presente trabajo. Se inicia con una descripción de que son los Sistemas de Transporte Inteligente y su aplicación en el transporte por carretera. Además, se especifica que son los Vehículos Autónomos, incluyendo sus componentes y los niveles de automatización existentes actualmente. Es importante aclarar que lo incluido en el presente capítulo es una breve descripción de los conceptos tratados, ya que el objetivo principal es ubicar al lector en los temas necesarios para el entendimiento del presente trabajo.

2.1. Sistemas de transporte Inteligente

Los Sistemas de transporte Inteligente (ITS, Intelligent Transportation Systems) se definen como la conexión existente entre las tecnologías de la información y la comunicación con los vehículos y redes que se destinan al transporte, tanto de personas como de mercancías; brindando soluciones viables y progresistas para el mejoramiento del tráfico y uso eficiente de las vías actualmente destinadas al transporte. Definiciones de este término hechas por diferentes organismos e instituciones de gran relevancia son las siguientes.

De acuerdo con el Departamento de Transporte de EEUU, *los ITS refieren al uso de la electrónica, comunicaciones y tecnología avanzada de computación con la finalidad de incrementar la seguridad y la eficiencia del transporte de superficie* [14]. Por otra parte, según IEEE Intelligent Transportation Systems Council, los ITS son sistemas que emplean conceptos de tecnología e ingeniería de sistemas con el objetivo de desarrollar y mejorar los de sistemas de transporte, sin importar su tipo [14].

Las primeras aplicaciones de sistemas inteligentes implementadas en el transporte entraron en vigor hasta los años setenta, teniendo lugar principalmente en el transporte aéreo. A partir de entonces, se puso en marcha la aplicación de las tecnologías asociadas a los ITS para los distintos tipos de transporte y en diferentes áreas, algunas de estas tecnologías se describen a continuación.

Infraestructura y servicios comunes: uno de los componentes principales de esta área es el sistema global de navegación por satélite (Global Navigation Satellite System, GNSS), que provee servicios de localización con un alcance global por medio de un grupo de satélites que transmite rangos de señales utilizados para la localización y el

posicionamiento en cualquier parte del globo terrestre, ya sea en aire, mar o tierra. En lo que a transporte refiere, existe todo un sinfín de aplicaciones asociadas, desde procedimientos que proporcionan un sistema de control de flotas, hasta la conducción automática.

Esta tecnología está dominada por los Estados Unidos y Rusia con el sistema GPS y el sistema GLONASS, respectivamente. Más recientemente, con el objetivo de evitar la dependencia de los sistemas GPS y GLONASS, la Unión Europea ha creado un programa autónomo de radio-navegación por satélite denominado GALILEO1.

Sistemas de información para el transporte: Estos sistemas engloban datos, estructuras de datos, arquitecturas y modelos para el diseño de sistemas de información global en el ámbito del transporte. A través de ellos es posible estudiar la oferta y la demanda en el ámbito del transporte para el establecimiento o cambio en la planificación de políticas, así como para la especificación de los futuros focos de interés. El desarrollo de las tecnologías de la información está íntimamente ligado al de los sistemas inteligentes de transporte [14].

Transporte intermodal:

Se refiere a una combinación entre diferentes medios de transporte para el desplazamiento eficaz de personas y mercancías de un lugar a otro. De tal manera que se mejore el aspecto social y la calidad de vida de las personas, pero además, se reduzcan los costos y que los recursos económicos dedicados al transporte sean más rentables. Así, la finalidad principal del transporte intermodal es lograr un transporte sostenible mediante la coordinación exhaustiva de los diferentes medios disponibles [14].

Transporte por carretera: Los esfuerzos se enfocan lograr un tráfico vehicular más seguro, con índice de accidentes reducido. De tal manera que se mejoren las condiciones del tráfico y por lo tanto, se disminuya el impacto ambiental que se genera.

Transporte ferroviario: En esta dirección, los estudios se enfocan en el desarrollo de aplicaciones de sistemas de comunicaciones y gestión de tráfico ferroviario, con el objetivo de mejorar su eficiencia y seguridad. [14]

Transporte aéreo: Se desarrollan sistemas de control de tráfico aéreo para su especificación y evaluación, mediante la definición de procesos de validación y asistiendo al desarrollo de sistemas de guiado de superficie en aeropuertos y sistemas de control [14].

Transporte marítimo: En esta dirección los esfuerzos se centran en el desarrollo de sistemas de gestión de tráfico marítimo y sistemas de información, con el objetivo de interconectar y coordinar los diferentes sistemas de control de tráfico marítimo para lograr operaciones marítimas eficientes y seguras [14].

En resumen, la evolución en el tiempo del desarrollo de los ITS, se puede clasificar en tres generaciones. En la primera generación, se considera a los sistemas electrónicos de cobro de peajes y los sistemas de información y comunicación de vehículos, que se han desarrollado ampliamente alrededor del mundo. Mientras que en la segunda generación, se engloba a los sistemas dedicados de comunicación de corto alcance y radares de prevención de colisiones, y su integración con las tecnologías de radiocomunicaciones y radiolocalización orientado a aplicaciones vehiculares. La tercera generación, por otra parte, se refiere al desarrollo y uso de coches conectados y sistemas de conducción totalmente automatizados. Sin duda, el desarrollo de la tecnología de los vehículos autónomos se espera revolucione el funcionamiento de los sistemas de transporte por carretera, al disminuir los accidentes, los congestionamientos e incrementar la capacidad de las vías. Sin embargo, la tasa de penetración de los vehículos autónomos en países como México será baja en la etapa inicial de su despliegue, es un desafío explorar los efectos de los vehículos autónomos y su penetración en la dinámica del flujo de tráfico orientado al tráfico mixto.

En lo siguiente se presentan algunos conceptos relacionados al transporte y tráfico vehicular.

2.2. El transporte por carretera

Actualmente, las infraestructuras destinadas para el transporte por carretera se encuentran al límite de su capacidad; todo ello debido al aumento gradual con los años del número de vehículos terrestres. Por ello y con el fin de viabilizar y mejorar los problemas de tráfico y movilidad se crean los sistemas de transporte inteligente (ITS) donde el transporte por carretera se encuentra dentro de sus campos fundamentales.

Uno de los campos más importantes de los ITS, es el transporte por carretera. El incremento continuo del uso de transporte por carretera ha causado que las vías existentes se encuentren al límite de la capacidad para la que fueron contraídas. En la Figura 1, se muestra una evolución del parque de vehículos existente en México desde el año 1998 hasta el 2018, como puede notarse el incremento ha sido continuo y en 20 años el parque vehicular se ha incrementado 4 veces.

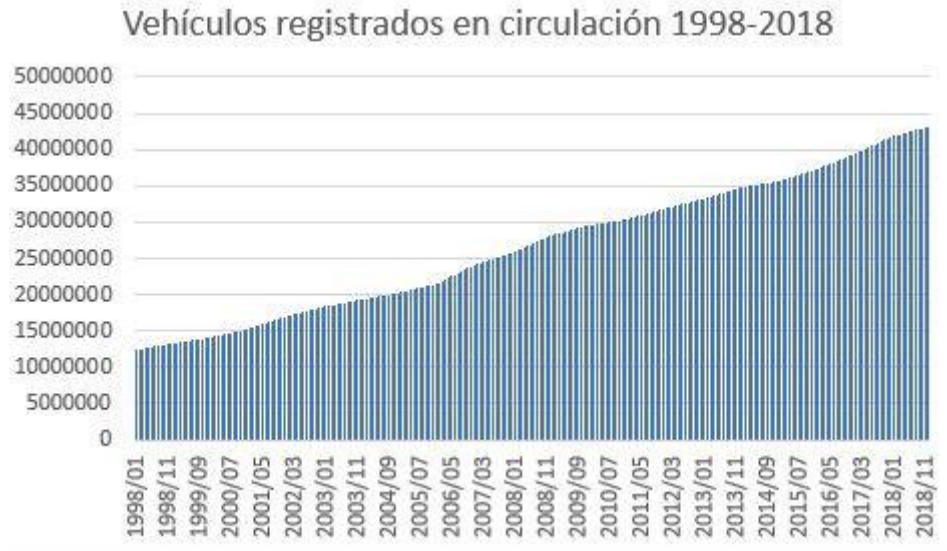


Figura 1: Vehículos registrados en México desde el año 1998 hasta el 2018.

Una mejora relevante para optimizar la resolución de la problemática asociada al transporte por carretera se encuentra en la aplicación de ITS, que suponen una mayor seguridad y menor congestión en las vías. A tenor de esto, podemos definir dos vertientes tecnológicas fundamentales para precisar dichos problemas:

Infraestructuras inteligentes. Proporcionan instalaciones y servicios para lograr un transporte más eficiente. El objetivo de las mismas es mejorar la seguridad del transporte privado y público. Ejemplos de infraestructuras inteligentes son [15]:

- Gestión integral de túneles.
- Gestión de flotas.
- Semáforos inteligentes.
- Telepeaje.
- Prevención de accidentes.
- Información de tráfico y viaje.
- Sistemas de información meteorológica y climática.
- Comunicación infraestructura-vehículo.
- Gestión de emergencias.

Vehículos inteligentes: Integran sensores, equipo de comunicación e información, con la finalidad de mitigar accidentes, sus consecuencias y por lo tanto, incrementar el grado de seguridad al conducir. Algunas de las áreas de interés en el campo son [15]:

- Sistemas de seguridad de asistencia a la conducción.
- Vehículos conectados y autónomos.

- Seguridad pasiva.
- Seguridad activa.
- Percepción de la seguridad y riesgo al conducir.
- Interacción vehículo-vehículo y vehículo-infraestructura
- Sistemas para el control del vehículo.
- Sensores de diferentes tipos.

El presente trabajo se centra específicamente en los vehículos autónomos por lo que en los tópicos que siguen se describen con mayor profundidad los temas relacionados con los mismos.

2.3. Vehículos Autónomos

Se entiende por vehículo autónomo aquel que es capaz de emular las capacidades y control al conducir de los humanos, a través de percibir el medio que le rodea y manejar en consecuencia. Para ello, los vehículos autónomos utilizan tecnologías modernas como láser, sistemas de posicionamiento global, radares, visión por computadora, tecnología IoT, entre otros. Así, mediante un sistema avanzado de control, un vehículo es capaz de identificar una ruta adecuada, obstáculos, señalizaciones y adversidades, que le permitan avanzar de manera coherente, normal y segura. Actualmente, a nivel mundial hay varios programas activos orientados a la automatización vehicular, aunque para su implementación aún se requiere resolver diversos aspectos referentes a la seguridad vial y legislación. Diversas empresas como AG, Renault, Ford, Audi, Google, Bosch o Delphi, están involucradas en el desarrollo tanto de electrónica como de componentes [16].

2.3.1. Componentes Principales de los Vehículos Autónomos (AVs)

Para que un vehículo autónomo pueda captar las características de su entorno para llevar a cabo sus funcionalidades de manera segura, se utilizan diversos sistemas y sensores, como los que se describen a continuación. [16]

GPS: Mediante el uso del Sistema de Posicionamiento Global o GPS por sus siglas en inglés, es posible determinar y dar seguimiento a la posición de un vehículo en cualquier instante de tiempo y lugar. Ello gracias a que el GPS cuenta con un segmento espacial compuesto por 24 satélites que mediante métodos matemáticos determina las posiciones de los vehículos.

Sensores Ultrasónicos: permiten reconocer e interpretar la información de su entorno, como obstáculos,

Radar: la función es semejante a la de los sensores ultrasónicos, pero tienen un alcance más amplio. Por lo que permiten detectar obstáculos y la velocidad de aproximación. El gran problema con los radares es que sólo captan imágenes en 2D y la altura representa un obstáculo para ofrecer un panorama completo de una situación particular.

LIDAR (Light Detection and Ranging): Este tipo de sensores, al ir acoplados en la parte superior de un vehículo, permiten detectar lo que sucede alrededor con una visión de 360 grados y a una distancia equivalente a dos veces el tamaño de un campo de fútbol. Por lo que a diferencia del radar, con este tipo de sensor, un vehículo es capaz de realizar un mapeo de su entorno en 3D [16].

2.3.2. Niveles de Automatización de los Vehículos Autónomos

Lograr vehículos totalmente autónomos, que no requieran de la intervención humana, es un reto tecnológico no fácil de lograr. Por lo que su desarrollo ha sido de manera paulatina. Es por ello que, de acuerdo al nivel de las operaciones que un vehículo es capaz de realizar por sí solo, diversas organizaciones han intentado clasificar los niveles de conducción autónoma de los vehículos. En esta dirección, la clasificación más aceptada es la que estableció la SAE (por sus siglas en inglés de Sociedad de Ingenieros Automotrices) manifestada en el estándar SAE J3016 [17]; en donde se definen seis niveles de conducción autónoma con una finalidad meramente informativa y de orientación. Los primeros cuatro niveles de esta clasificación requieren de la figura del conductor humano. Es importante mencionar que estos niveles de automatización vehicular, se definieron con base en los tres actores principales en la Tarea de Conducción Dinámica (DDT por sus siglas en inglés), es decir, todas las funciones operativas y tácticas necesarias para operar un vehículo en tiempo real: el conductor, el automóvil y otros componentes o sistemas [17].

Los niveles propuestos de automatización de la conducción se definen a continuación:

- **Nivel 0: Control del conductor:**

Este nivel refiere al nivel de todos los vehículos normales o no autónomos, donde todas las acciones de los sistemas de conducción recaen en el conductor humano [16].

- **Nivel 1: Asistencia al conductor:**

En este nivel, los únicos sistemas de automatización con los que cuenta un vehículo son para controlar el desplazamiento longitudinal o lateral, pero no de manera simultánea y el resto de todas las operaciones son responsabilidad del conductor humano.

Dos de los sistemas comunes que incluye un vehículo en este nivel de automatización es el Asistente de Mantenimiento de Carril y el Control de Velocidad Adaptativo (Adaptive Cruise Control) [16]

- **Nivel 2: Automatización de la conducción parcial:**

En este nivel de automatización, aunque el conductor humano toma el control del vehículo con base en las condiciones del camino y las condiciones externas del tráfico vehicular, todo el tiempo; el vehículo ya puede controlar de manera automática el frenado de la dirección longitudinal y lateral, el avance y la dirección. Ejemplo de este nivel de automatización, es el asistente para estacionarse totalmente a cargo del vehículo, sin la intervención del conductor. Así, en este nivel, el asistente

- **Nivel 3: Automatización de la conducción de manera condicional:**

En este nivel de automatización, un vehículo por sí mismo es capaz de controlar el monitoreo de todo el entorno a través de sensores. Sin embargo, la atención del conductor se requiere ampliamente en este nivel, aunque puede dejar funciones como el frenado en manos de la tecnología, siempre que las condiciones sean seguras, En la actualidad, cuando las condiciones de velocidad no exceden 60 km/h, los vehículos autónomos no requieren de la intervención humana.

- **Nivel 4: Alta automatización de la conducción:**

En este nivel, ya se considera una conducción altamente automatizada. Sin embargo, se requiere aún de la atención humana, ya que un conductor requiere que el sistema de conducción autónomo le indique que las condiciones alrededor son seguras, para que pueda cambiar el vehículo a ese modo. Sin embargo, no es capaz de determinar de manera dinámica situaciones inesperadas en el tráfico, como atascos inesperados, por ejemplo. De tal manera, que en el nivel de automatización 4, los vehículos deben ser capaces de comprometer lo menos posible la seguridad, cuando un conductor reanuda su actividad sobre el DDT [16]. Así, este nivel implica, todavía, la presencia de un conductor d implica problemas de ética complejos de resolver [16].

- **Nivel 5: Automatización completa:**

Este nivel de automatización refiere a aquellos vehículos que no requieren la conducción o asistencia humana. De tal manera que, en este nivel, los vehículos no cuentan con pedales o mandos manejados por humanos para tomar acciones de aceleración o desaceleración; pero sin embargo sí son capaces de hacer por sí mismos lo que cualquier conductor humano suele hacer. Los vehículos autónomos del nivel 5, son así

capaces de percibir por sí mismos las condiciones del ambiente que les rodea y como consecuencia autoconducirse [16]. Actualmente se realizan pruebas constantes con ellos que garanticen su desempeño adecuado.

En resumen, el uso de los vehículos autónomos no sólo depende de los avances tecnológicos, sino también de factores referentes a la infraestructura, regulación, legislación y políticos, que aún no se han resuelto a nivel mundial. Por lo que se considera que el nivel de automatización actual que prevalece es el nivel 3.

Una vez descritos los conceptos fundamentales para un buen entendimiento de este trabajo de tesis, en lo siguiente se introduce un resumen del estado del arte de la aplicación de AC a modelado de tráfico vehicular.

3 Capítulo 3: Modelos para tráfico vehicular

Los modelos de Autómatas Celulares (AC) pueden simular fácilmente las dinámicas complejas no lineales en el flujo del tráfico vehicular y proporcionar elasticidad simulando escenarios de tráfico multifacéticos y sofisticados en tiempo real. Dichos modelos pueden reproducir eventos de tráfico precisos, como son la transición de flujo libre a la congestión, la inversión de carril y la formación de pelotones. Debido a lo anterior, los modelos AC han sido muy utilizados en la simulación de flujos de tráfico reales ya que poseen un demostrado rendimiento en simulaciones por computadora. Su característica principal, la cual los hace muy atractivos para la simulación del tráfico vehicular es que se basan en reglas locales, lo que permite tomar en cuenta en la modelación aspectos complejos del comportamiento tanto de los vehículos como de los conductores, de una manera natural y eficiente. En este capítulo se hace una breve descripción de los diferentes enfoques de modelación existentes. Además, se plantea una definición formal de AC, así como algunas de sus aplicaciones. Se incluye también una descripción de algunos modelos basados en autómatas celulares, haciendo énfasis en los modelos existentes para la simulación de tráfico con vehículos autónomos que son la base que sustenta el desarrollo de este trabajo de tesis.

3.1. Enfoques de Modelación de tráfico vehicular

Para estudiar el movimiento de vehículos en una red urbana o en carretera se pueden utilizar disímiles escalas y en dependencia de la escala elegida se obtendrán descripciones distintas. Por ejemplo se observaría el movimiento de forma global, si para ello utilizáramos el movimiento a gran escala, lo que imposibilitaría visualizar cada vehículo por individual. Así mismo cuando específicamente observamos el movimiento de cada vehículo, omitimos los elementos globales del fenómeno.

Durante el estudio que se ha venido realizando del modelado de tráfico han surgido diferentes enfoques mostrando disímiles perspectivas, las que resultan de gran importancia para propósitos particulares. La modelación del tráfico está compuesta por los enfoques macroscópicos, mesoscópicos y microscópicos. A continuación se describen las principales características de cada enfoque mencionado.

3.1.1. Enfoque macroscópicos

Bajo este enfoque, el flujo vehicular se considera como un fluido y por lo tanto el tráfico vehicular se describe mediante un conjunto de variables macroscópicas asociadas al comportamiento del sistema bajo estudio; como la densidad, flujo y velocidad promedio, entre otras magnitudes significativas para el estudio y análisis del tráfico vehicular [18].

Así, los modelos macroscópicos se orientan a percibir las relaciones globales del flujo vehicular. Este tipo de modelos suelen ser por naturaleza continuos, y hacen un uso extensivo de ecuaciones diferenciales. Cabe notar que algunos modelos macroscópicos pueden extraerse a partir de los modelos cinéticos para definir la interacción entre los vehículos [18].

3.1.2. Enfoque mesoscópicos

Otro modelo es el mesoscópicos con un nivel de detalle intermedio. Por lo general estos modelos son ad hoc y adoptan una representación del estado con dinámica simplificada. A menudo se basan en una combinación complementaria de análisis macroscópicos. El desempeño de los conductores y los vehículos se distingue, describen en términos agregados y no de forma individual (por ejemplo, se usan funciones de distribución de probabilidad). Sin embargo, las reglas del desempeño se describen en un nivel individual. Para ello, el tránsito se representa por pequeños grupos de entidades, ejemplo las actividades y las intersecciones, las cuales se describen en un nivel de detalle bajo. Por ejemplo, una maniobra de cambio de carril puede representarse por un vehículo individual como un evento instantáneo, donde la decisión para desempeñar un cambio de carril se basa, por ejemplo, en las densidades de carril relativas y la diferencia de velocidades. Algunos modelos mesoscópicos se construyen con analogía a la teoría de cinética de gases. Estos modelos dan resultados razonables acordes con el costo computacional (Gartner, et. al., 1987).

3.1.3. Enfoque microscópico

Los modelos microscópicos describen de las entidades del sistema tanto el desempeño espacio-temporal, es decir, vehículos y conductores, como su interacción en un alto nivel de detalle (individualmente). Estos modelos son adecuados para estudios donde el desempeño aleatorio puede representarse mediante técnicas probabilísticas (Gartner, et. al., 1987). Este tipo de modelos, requieren generalmente un análisis estadístico minucioso para establecer sus resultados. Las características de las aproximaciones microscópicas suelen ser costosas, pero como beneficio las propiedades y la dinámica de los objetos pueden representarse en detalle. Diversos modelos microscópicos tanto continuos como discretos se han desarrollado, entre estos sobresalen los nombrados modelos car-following [Papageorgiou, 1983] y los basados en autómatas celulares [Nagel, 2002].

3.2. Modelación de tráfico vehicular con autómatas celulares

Los modelos para tráfico vehicular basados en autómatas celulares, han mostrado ya su capacidad para reproducir de manera adecuada el comportamiento del tráfico vehicular. Este tipo de modelos microscópicos representan el flujo vehicular con base

en cada vehículo que compone una vía y además de su simplicidad computacional, permiten considerar aspectos del comportamiento de los vehículos de manera simple; como los referentes a comportamientos psicológicos de los conductores.

En los modelos de autómatas celulares, el movimiento de un vehículo se considera normalmente por saltos entre celdas, de tal manera que un coche se desplazará n celdas sólo si estas celdas no estén ocupadas por otro coche. A continuación, se describe las principales características de los autómatas celulares y algunos modelos de tráfico que utilizan autómatas celulares.

3.2.1. Autómatas Celulares

El concepto de Autómata Celular (AC) fue originalmente concebido por John Von y Van Neumann en los años 40's como un marco formal para investigar el desempeño de los sistemas complejos, cuando formuló una teoría abstracta de máquinas de computación autorreplicables [68]. Los ACs son sistemas dinámicos en donde el espacio y tiempo son discretos. Un AC consiste de una red (arreglo) de celdas, donde cada una de ellas puede estar en un número finito de k estados posibles. El cambio de estado de las celdas es realizado en paralelo (síncronamente), en pasos de tiempo discretos, de acuerdo a una regla de interacción local. El estado actual de una celda es determinado por el estado previo de una vecindad de celdas [67, 73]. Esencialmente un AC consiste de [74]:

- Una red espacial discreta de celdas.
- La evolución tiene lugar en pasos de tiempo discretos.
- Cada instante de tiempo, el estado de una celda toma el valor de un conjunto finito de estados.
- Cada celda evoluciona de acuerdo a un conjunto de reglas de transición que definen la dinámica del sistema, que determinan las transiciones de estado de la celda como una función del estado de la celda misma y un número finito de celdas vecinas. De tal manera que, el nuevo estado de un elemento es resultado de aplicar las reglas de transición con base en el estado actual tanto del elemento considerado y el de sus vecinos. Las reglas de transición pueden ser deterministas o probabilistas, además, no todos los elementos necesitan obedecer a la misma regla.

3.2.2 Definición formal de Autómatas Celulares

Formalmente, un AC se puede definir como una cuádrupla $(L, S, N, \emptyset)$ [9] donde:

- L es el arreglo de celdas que integran el sistema en un espacio n -dimensional, i denota la posición de cada celda.

- **S** es un conjunto finito de estados formado por todos los valores posibles que una celda puede tomar en un instante de tiempo determinado (con valores de 0 a $k - 1$):

$$S = \{0, 1, \dots, k - 1\}$$

- **N** es el conjunto finito de números para definir la vecindad que afecta el estado de una celda $N = \{-r, \dots, 0, \dots, r\}$ de cardinalidad $|N| = 2r + 1 = n$, donde r determina el número de celdas hacia adelante y hacia atrás que afectan el estado de una celda cualquiera de L . Es decir, el nuevo estado de la celda $i \in L$ toma como entrada los estados de las celdas $i + c$, para toda $c \in N$.
- $\phi: S^n \rightarrow S$ es la función de transición local para cada celda, el efecto de la función de transición es cambiar la configuración de una celda a cada paso de tiempo. Esta regla de transición depende del tipo de red, el radio de la vecindad y los estados de las celdas.

donde S^n es un conjunto finito integrado por todas las combinaciones posibles de los estados tanto del elemento en sí mismo, como de los $n - 1$ elementos que se ubiquen en su vecindad.

Los estados de cada celda evolucionan mediante la iteración en el tiempo del mapeo ϕ , involucrando una vecindad de sitios alrededor de este (que especifica la regla del AC), tal que para un AC unidimensional:

$$\alpha_i^{(t)} = \phi(\alpha_{i-r}^{(t-1)}, \alpha_{i-r+1}^{(t-1)}, \dots, \alpha_i^{(t-1)}, \dots, \alpha_{i+r}^{(t-1)})$$

Donde $\alpha_i^{(t)}$ es el nuevo estado en la celda i al tiempo de evolución t y $2r$ es el número de vecinos de la celda.

En la definición formal de un AC, normalmente se requiere que la red (arreglo) sea infinita en todas sus dimensiones. Para consideraciones de computabilidad y complejidad, esto es razonable y necesario; pero resulta imposible simular fielmente una red infinita en una computadora, por lo que con frecuencia se recurre a AC finitos.

La evolución de un AC finito, depende de las condiciones de frontera aplicadas, es decir, las condiciones que se impongan en sus límites. Con base en ello, es posible determinar las fronteras o bordes de la malla. Se suelen considerar dos tipos [35]:

Bordes periódicos. En este tipo de frontera, indica que para las células que se ubiquen en los bordes, son espejo unas de las otras, de tal manera que son células vecinas.

Para un AC unidimensional, la condición de frontera periódica es aquella donde el primero y último sitio son identificados (como una lista circular, ver Fig. 1).

A	B	C	D	E	F	G

Figura 2: Un autómata celular unidimensional con condiciones de frontera periódicas donde las celdas separadas son espejos de la primera y la última celda, A y G, respectivamente.

Por ejemplo, para un arreglo circular de L celdas con condiciones de frontera periódicas (densidad constante) y tamaño de la vecindad $n = 3$ (radio=1) se tiene que:

$$\alpha_1^{(t)} = \phi(\alpha_{L-1}^{(t-1)}, \alpha_0^{(t-1)}, \alpha_1^{(t-1)})$$

$$\alpha_L^{(t)} = \phi(\alpha_{L-2}^{(t-1)}, \alpha_{L-1}^{(t-1)}, \alpha_0^{(t-1)})$$

Es la forma de especificar la condición periódica.

Bordes absorbentes. Este tipo de frontera indica que para aquellas células ubicadas en los bordes, sus vecinos sólo son aquellos ubicados antes de los límites del retículo.

Esta definición formal de AC como máquinas computacionales ha tenido muy diversas aplicaciones, [4, 9, 74].

3.2.3 Aplicación de los Autómatas Celulares

A través de los años, los ACs han sido utilizados para el estudio de aspectos fenomenológicos generales, incluyendo comunicación, computación, construcción, crecimiento) reproducción, modelos financieros y evolución biológica (ver, por ejemplo, [8, 54, 60, 67]). Una de las reglas de AC más conocida es la llamada "el juego de la vida", creada por Conway a finales de los 60's [23, 24]. Él mostró que este juego era una máquina universal [6].

Un resumen de resultados teóricos de AC, en el área de computación pueden encontrarse en [15] (ver además, por ejemplo, [4, 91]). La cuestión acerca de si un AC no sólo puede modelar aspectos fenomenológicos, sino también modelar directamente las leyes de física en sí mismas fue tratada en [21,65].

Además, los ACs pueden ser considerados como aproximaciones discretas a las ecuaciones diferenciales parciales [70] y usados como modelos discretos para una amplia variedad de sistemas (por ejemplo, ver [66]). En este contexto, han sido usados para producir modelos muy simples de ecuaciones diferenciales, tal como la ecuación de Navier-Stokes [22]. También se han realizado modelos biológicos usando ACs [19]. Finalmente, los ACs pueden ser vistos como sistemas computacionales donde la información sobre los procesos de evolución es contenida en sus configuraciones iniciales. Los AC son también usados para la simulación de sistemas en computadoras

digitales [74]. En particular, los AC son idóneos para proponer modelos de sistemas complejos y posteriormente analizar su comportamiento mediante simulación a gran escala, como el tránsito vehicular [61].

3.2.4. Modelo de Nagel-Schreckenberg

El modelo NaSch (Nagel-Schreckenberg) [19] es un AC probabilista capaz de reproducir muchas de las características del tráfico vehicular. El modelo consiste de N vehículos moviéndose en una sola dirección sobre una red unidimensional de L celdas con condiciones de frontera periódicas. La longitud típica de una celda (Δx) es de alrededor de 7.5 m. Esta corresponde al espacio típico (longitud de un vehículo más la distancia al vehículo precedente) ocupado por un vehículo en un estancamiento. Cada celda puede estar vacía u ocupada por exactamente un vehículo que viaja con una velocidad discreta v que toma valores $v = 0, \dots, v_{max}$. Aquí v_{max} corresponde a la velocidad límite y en el caso más simple es la misma para todos los vehículos (véase la figura 2).



Figura 3: Ejemplo de una sección de calle representada mediante el modelo NaSch, basado en AC. Cada celda puede estar vacía u ocupada con un vehículo, el cual tiene una velocidad discreta (v) que toma valores entre 0 y una velocidad límite. En este caso, la longitud de una celda en unidades reales equivale a 7.5 m y el espaciamiento entre vehículos (gap) es el número de celdas vacías que los separan.

Un paso de tiempo discreto (Δt) corresponde típicamente a un segundo, por lo tanto, las transiciones de cambio del sistema son de $t \rightarrow t + 1$. De esta forma, si se consideran los valores de Δx y Δt , $v = 1$ corresponde a mover un vehículo a la celda vecina (en la dirección del flujo vehicular) y equivale a 27 km/h en unidades reales. La velocidad máxima usada es $v_{max} = 5$, que es equivalente a 135 km/h.

En el contexto de los AC, debido a la discretización de espacio y tiempo, las unidades propias se omiten frecuentemente. Por lo tanto las unidades apropiadas para el modelo serían $d = \text{número de celdas}$, $v = \text{número de celdas por paso de tiempo}$, $t = \text{número de pasos de tiempo}$, etc. Por esta razón, $v < d$ es usada frecuentemente en lugar de $v < d/\Delta t$, pues $\Delta t = 1$.

Sea v_i y x_i la velocidad actual y posición de un vehículo i , respectivamente y sea x_p la posición del vehículo de adelante (que precede al vehículo i), en un tiempo dado. Así, $d_i := x_p - x_i - 1$ denota la distancia (número de celdas vacías) enfrente del vehículo en la posición x_i .

La transición de estado en cada paso de tiempo $t \rightarrow t + 1$, es decir, el cambio de velocidad y posición de los vehículos, se define con el siguiente conjunto de reglas:

R1: Aceleración:

Si $v_i < v_{max}$, la velocidad del vehículo i se incrementa en uno, es decir:

$$v_i \rightarrow \min(v_i + 1, v_{max})$$

R2: Desaceleración:

Si $d_i < v_i$, la velocidad del vehículo i se reduce a d_i . Por lo tanto, la nueva velocidad del vehículo i es:

$$v_i \rightarrow \min(v_i, d_i)$$

R3: Desaceleración aleatoria:

Si $v_i > 0$, la velocidad del vehículo i se decrementa aleatoriamente con probabilidad R por una unidad, es decir,

$$v_i \rightarrow \max(v_i - 1, 0) \text{ con probabilidad } R$$

R4: Movimiento del vehículo:

Cada vehículo se mueve hacia adelante de acuerdo a su nueva velocidad determinada en los pasos 1-3, es decir,

$$x_i \rightarrow x_i + v_i$$

Estas reglas se pueden aplicar a los N vehículos del sistema en forma paralela. Para el caso de un carril, estas reglas garantizan que no se producen alcances entre los vehículos y que el orden entre ellos se mantiene.

La regla R1 refleja la tendencia general de los conductores a conducir tan rápido como sea posible sin exceder la velocidad máxima límite. La regla R2 es para evitar colisiones entre los vehículos. La desaceleración aleatoria en la regla R3, toma en cuenta los diferentes patrones de desempeño de los conductores individuales, especialmente, la aceleración no determinista; esto es crucialmente importante para la formación espontánea de congestionamientos.

Los parámetros del modelo NaSch son: la velocidad máxima v_{max} , el parámetro de desaceleración R y la densidad global ρ .

El modelo NaSch establece un estricto orden en la aplicación de las reglas de transición. Un cambio en el orden de éstas cambiaría las propiedades del modelo; en otras palabras, las reglas no conmutan.

Aunque el modelo NaSch reproduce algunas características básicas del tráfico vehicular de una manera macroscópica, también es una simplificación extrema de las condiciones del mundo real. Por lo que desde su creación se han desarrollado un número considerable de modificaciones o extensiones del mismo, por ejemplo ver [19] [20] [21] [22] [23] [24] [25] [26] [27] [28] [29] [30] [31].

La mayoría de estos modelos han sido orientados a reproducir los fenómenos que ocurren en el tráfico vehicular y raramente han considerado una velocidad de desaceleración limitada. De hecho, la mayoría de los modelos existentes han considerado explícitamente criterios libres de colisión, mediante la imposición de desaceleraciones arbitrariamente grandes, que se alejan de la capacidad práctica de frenado en pavimento con las condiciones normales de los neumáticos. En los últimos años, se han propuesto modelos de AC que mejoran la definición de la dinámica del tráfico vehicular. Entre estos, se encuentra el modelo nombrado LAI-E [30].

3.2.5. Modelo LAI-E

El modelo LAI-E sirve como base al presente trabajo de tesis. En el mismo se mantiene de forma íntegra la dinámica que poseen los modelos de AC [1]. Dicho modelo tiene en cuenta las siguientes consideraciones:

- La evolución del sistema ocurre en pasos de tiempo de un segundo.
- El tiempo de reacción es de un segundo, correspondiente a lo que en general tarda un conductor en ajustarse a cambios abruptos en las condiciones del tráfico.
- Un vehículo estaría habilitado para acelerar (acc), desacelerar (dec) o mantener su velocidad (keep) en condiciones de tráfico normales, mientras que en casos extremos puede aplicar frenado de emergencia.
- Se definen las distancias seguras teniendo en cuenta el peor escenario, donde el vehículo líder desacelera con máxima capacidad en el primer paso de tiempo, obligando al seguidor a frenar del mismo modo al siguiente paso de tiempo para evitar una colisión.

- Se manejan aceleración y desaceleración aleatoria para los vehículos, de modo que se refleje la tendencia natural de los conductores a distraerse.

La lógica del modelo LAI-E está definida por la siguiente estructura [1]:

1. Primero se calculan las tres distancias seguras para que un vehículo pueda acelerar, desacelerar o mantener su velocidad.
2. A partir de estas distancias se establece cuál de las tres acciones deben tomar los vehículos, de modo que sostiene la idea de que los conductores reaccionan a criterios de seguridad que dependen de su velocidad, capacidades de aceleración/desaceleración, así como de su posición relativa al vehículo de enfrente.
3. El movimiento de los vehículos está descrito bajo la consideración de MUA con la finalidad de tener una representación más realista de la dinámica vehicular y reducir el movimiento impulsivo que se tiene en la mayoría de los modelos de AC existentes.
4. Se preserva que las capacidades de aceleración/desaceleración tienen un valor límite de acuerdo a las capacidades de los vehículos reales.

Los cálculos que se tienen en cuenta en este modelo bajo el supuesto de un Movimiento Uniforme Acelerado (MUA) se describen a continuación [1]:

Sean x_n y v_n la posición y velocidad del vehículo n , respectivamente, bajo el supuesto del MUA, la evolución del estado de un vehículo en el tiempo se describe entonces como sigue:

$$X_{n_t} = X_{n_0} + V_{n_0} t + \frac{1}{2} a_n t^2 \quad (1)$$

$$v_{n_t} = v_{n_0} + a_n t \quad (2)$$

Donde x_{n_0} y v_{n_0} son las posiciones y velocidad iniciales del vehículo n , respectivamente, y a_n es su aceleración. En el modelo, se asume que los vehículos se mueven únicamente en una dirección; por lo tanto el movimiento hacia atrás no es posible. Entonces, las Ecuaciones (1) y (2) son válidas solamente si el vehículo acelera o frena mientras se mueve hacia el frente o se detiene.

Sea t_{n_b} el tiempo de frenado del vehículo n cuando desacelera con una capacidad de a_n hasta el alto total, derivado de la Ecuación (2):

$$t_{n_b} = -\frac{v_{n_0}}{a_n} \quad (3)$$

Con base en la definición de las ecuaciones previas, las distancias de seguimiento seguro se definen teniendo en cuenta dos escenarios [1]:

Vehículo detenido: el vehículo líder se detiene y entonces el vehículo seguidor colisiona con el primero.

Vehículos en movimiento: ninguno de los vehículos se ha detenido por completo y entonces la colisión toma lugar con ambos vehículos en movimiento. [1]

De esta manera, la distancia de seguimiento seguro modificada requerida por un seguidor para acelerar D_{acc}^{det} , mantener su velocidad D_{keep}^{det} o desacelerar D_{decc}^{det} hasta el siguiente paso de tiempo, para evitar una colisión cuando el líder se haya detenido se obtiene como sigue [1]:

$$D_{acc}^{det} = \left(\frac{(v_{f_t} + a_{f_t})^2}{2a_{max_f}} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l})^2}{2a_{max_l}} + \frac{(a_{max_l} + a_{f_t})}{2} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_f \right) \quad (4)$$

$$D_{keep}^{det} = \left(\frac{(v_{f_t} + a_{f_t})^2}{2a_{max_f}} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l})^2}{2a_{max_l}} + \frac{(a_{max_l})}{2} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_f \right) \quad (5)$$

$$D_{dec}^{det} = \left(\frac{(v_{f_t} + a_{f_t})^2}{2a_{max_f}} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l})^2}{2a_{max_l}} + \frac{(a_{max_l} - a_{f_t})}{2} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_f \right) \quad (6)$$

El escenario de colisión con vehículos en movimiento ocurre únicamente cuando se consideran vehículos con diferentes capacidades de desaceleración. En función de la acción tomada por el seguidor, acelerar (D_{acc}^{mov}), mantener la velocidad (D_{keep}^{mov}) o desacelerar (D_{decc}^{mov}), se pueden tomar los siguientes valores de D^{mov} , respectivamente [1]:

$$D_{acc}^{mov} = \left(\frac{(a_{max_l} + a_{f_t})}{2} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l} - (v_{f_t} + a_{f_t}))^2}{2(a_{max_l} - a_{max_f})} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_f \right) \quad (7)$$

$$D_{keep}^{mov} = \left(\frac{(a_{max_l})}{2} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l} - (v_{f_t}))^2}{2(a_{max_l} - a_{max_f})} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_f \right) \quad (8)$$

$$D_{dec}^{mov} = \left(\frac{(a_{max_l} - a_{f_t})}{2} - \frac{(v_{l_t} - a_{max_l} - (v_{f_t} - a_{f_t}))^2}{2(a_{max_l} - a_{max_f})} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_f \right) \quad (9)$$

Las reglas que rigen la evolución de este modelo están definidas de la siguiente forma [1]:

S1: se determinan las distancias D^{det} y D^{mov} definidos anteriormente. Sea $\tilde{t}$, t_{b_l} y t_{b_f} el tiempo de frenado del vehículo, los tiempos seguros de frenado del líder y seguidor, respectivamente (ver detalles en [1]):

(i) Si $\tilde{T} < t_{b_l}$ y $\tilde{T} < t_{b_f}$ entonces,

$$D_{acc_f} = D_{mov}^{acc}$$

$$D_{keep_f} = D_{mov}^{keep}$$

$$D_{decc_f} = D_{mov}^{decc}$$

(ii) De otra manera

$$D_{acc_f} = D_{det}^{acc}$$

$$D_{keep_f} = D_{det}^{keep}$$

$$D_{decc_f} = D_{det}^{decc}$$

S2: Aceleración retardada. Obtener el valor correspondiente del ruido estocástico R_a , basado en la velocidad del vehículo v_{f_t} al tiempo corriente

$$R_a = \min(R_d, R_0 + v_{f_t} * (R_d - R_0)/v_s)$$

Donde la velocidad v_s es una constante ligeramente mayor a 0.

S3: Esta regla divide la toma de decisión sobre el movimiento de los vehículos según las distancias de seguridad calculadas en la regla S1. Sea $a_{f_{t+1}}$ la magnitud en celdas para acelerar/desacelerar un vehículo en una situación normal en el siguiente paso de tiempo. La actualización de la velocidad de los vehículos a lo largo de la carretera se lleva a cabo al actualizar simultáneamente todos los sitios de la rejilla de acuerdo a las siguientes reglas: [1]

S3a: Aceleración. Si $d_t \in [d_{acc}, +\infty)$ entonces la nueva aceleración se define de la siguiente manera con probabilidad R_a , es decir:

$$a_{f_{t+1}} = \begin{cases} a & \text{si } \text{aleatorio}() \leq (R_a) \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Donde $\text{aleatorio}() \in [0, 1]$ denota un número uniformemente aleatorio (específicamente para el vehículo f al tiempo t), a es la aceleración calculada, por defecto $a = a_1$.

S3b: Desaceleración aleatoria. Si $d_t \in [d_{keep}, d_{acc})$ o ($v_f = v_{\max}$), la aceleración del vehículo f se decrementa con probabilidad R_s , es decir:

$$a_{f_{t+1}} = \begin{cases} -a & \text{si } \text{aleatorio}() \leq (R_s) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

S3c: Desaceleración. Si $d_t \in [d_{decc}, d_{keep})$, el vehículo f desacelera en a_1 .

$$a_{f_{t+1}} = -a_1$$

S3d: Desaceleración de emergencia. Si $d_t < d_{decc}$, la aceleración del vehículo f se reduce en a_{max} .

$$a_{f_{t+1}} = -a_{max}$$

Donde $-a_{max}$ es la máxima capacidad de desaceleración del vehículo f en un paso de tiempo.

S4: Actualización de la velocidad en función de la nueva aceleración:

$$v_{f_{t+1}} = \min(\max(0, v_{f_t} + a_{f_{t+1}}), v_{max})$$

S5: El paso S5 ahora representa el movimiento uniformemente acelerado como sigue:

- (i) Si $(a_{f_{t+1}} \geq 0)$ $x_{f_{t+1}} = x_{f_t} + v_{f_t} + \frac{1}{2}a_{f_{t+1}}$
- (ii) De otra manera, $x_{f_{t+1}} = x_{f_t} + v_{f_t}t_m + \frac{1}{2}a_{f_{t+1}}t_m^2$ donde para la condición (ii) t_m denota el tiempo en que el seguidor para, esto es, $t_m = \min(1, \text{abs}(\frac{v_{f_t}}{a_{f_{t+1}}}))$ y $a_{f_{t+1}} \in \{-a_1, -a_{max}\}$

Aquí, x_{f_t} y v_{f_t} denotan la posición y velocidad del vehículo seguidor f al tiempo t , respectivamente. Nótese que la condición (ii) del paso S5 se debe a la aritmética entera usada por el modelo, ya que en ocasiones en tiempos fraccionarios el movimiento uniformemente acelerado indica un movimiento mayor con respecto al tiempo entero [1].

Es importante notar que, para una elección dada del tamaño de celda, todos los cálculos envueltos en la determinación de las distancias de seguimiento seguras, como en el modelo LAI-E, pueden ser ejecutados fuera de línea. Después de estos cálculos, pueden generarse tablas fijas que contengan las distancias para que los vehículos aceleren, mantengan su velocidad y desaceleren de una manera segura para considerar todas las posibles combinaciones de los tipos de vehículos seguidores y tipos de vehículos líderes. Manteniendo en mente el uso de las tablas de acceso inmediato, el costo computacional del cálculo de las distancias de seguimiento seguro puede ser considerado como muy bajo [1].

Como se explicó anteriormente el modelo LAI-E tiene implícito un tiempo de reacción que para los vehículos autónomos es considerablemente menor. Además de que es un modelo un poco conservador con respecto a las distancias de seguridad que se guardan entre los vehículos líder y seguidor, pues no considera aspectos anticipativos. Además no está diseñado para incorporar la velocidad de reacción que poseen los vehículos

autónomos puede ser considerablemente menor a la de los humanos y que afecta el cálculo de las distancias de seguridad.

3.3. Estado del arte de la modelación de tráfico vehicular con vehículos autónomos

El desarrollo de modelos para el estudio del flujo de tráfico, es una potente herramienta de investigación para viabilizar la comprensión de los fenómenos complejos que se generan en el mismo. Disímiles estudios se han realizado sobre este tema, creando múltiples modelos relacionados con el flujo de tráfico y la predicción del flujo de tráfico [32] [33] [34] [35] [36]. Entre ellos, los modelos basados en autómatas celulares (CA) destacan por su capacidad para reproducir diversos fenómenos complejos y las características propias del tráfico vehicular.

En los últimos años, la inteligencia artificial (IA) y el aprendizaje automático (ML) han progresado rápidamente [37] [38], aportando novedosos algoritmos y técnicas de detección, lo que ha permitido que los vehículos autónomos (AV) estén preparados para constituir una parte importante del tráfico por carreteras.

Los AV poseen características que facilitan la tarea de conducción, lo que pudiera favorecer la seguridad y la eficiencia del tráfico [39] [40] [41]. Sin embargo, la tasa de penetración de los AVs será limitada al principio de su despliegue, por lo que van a coexistir durante un largo período de tiempo los vehículos convencionales y los AVs en las carreteras.

El flujo de vehículos mixtos (convencionales y autónomos) traerá cierta variación en las características del tráfico. Con la evolución de las tecnologías de conducción autónoma, el factor de penetración de los AVs aumentará gradualmente, ya que poseen un tiempo de reacción corto, necesitan poco espacio entre vehículos para avanzar y poseen un amplio espectro de velocidad.

En la actualidad, sólo unos pocos han realizados investigaciones relacionadas con el flujo mixto. En 2003, Bose y Ioannou [42] analizaron las densidades de flujo con vehículos convencionales y autónomos, y discutieron las ondas de choque en el flujo de tráfico mixto, utilizando un modelo de car-following y un modelo de vehículo semiautomático.

Davis [43] aplicó un modelo de seguimiento de vehículo para simular los fenómenos del tráfico con flujo mixto en una zona de confluencia utilizando una rampa, evaluó la estabilidad local del flujo de tráfico en presencia de los AV, y sugirió que los AV

recibieran información interconectados entre sí, para aliviar la congestión de tráfico que se produce en una carretera reducida.

Kim y Liu [44] presentaron el concepto de conducción autónoma cooperativa, que proporciona a los conductores la situación de tráfico que tienen por delante, permitiéndoles tomar mejores decisiones que favorezcan la eficiencia y la seguridad del flujo de tráfico.

Levin y Boyles [41] con el desarrollo de un modelo encontraron que los AV mejoran el patrón de tráfico en los enlaces e intersecciones, y el grado de mejora depende del factor de penetración de tales vehículos. Sin embargo, el modelo de Levin sólo tiene en cuenta el tiempo de reacción del conductor, sin considerar la interacción que se produce entre los vehículos convencionales y autónomos.

Sharma [45], Van Lint y otros [46] simularon el comportamiento de los conductores con un modelo de flujo de tráfico mixto e identificaron sus características pero no lograron medir el efecto de las restricciones de los vehículos convencionales en los AV.

Ngoduy [47] notó la significativa mejora en la capacidad del sistema de tráfico y el tiempo de viaje, cuando la proporción de AV en el flujo de tráfico mixto superaba el 30%.

Jiang y Wu [48] fueron los primeros en proponer un modelo de un solo carril basados en AC que tuviera en cuenta los AV. El modelo de Jiang posee un paso de desaceleración aleatorio que refleja los cambios psicológicos del conductor, causando fluctuaciones en las velocidades de los AV.

Inspirados por la regla de la distancia de seguridad de Gipps, Qiu y otros [49] propusieron un modelo de CA para las AV basado en la distancia de seguridad. A través de la simulación, Qin y otros [50] llegaron a la conclusión de que el flujo de tráfico tradicional se hizo más estable con el aumento de la tasa de penetración de los AV.

Liu y otros [51] crearon un modelo de seguimiento de vehículos y demostraron que los vehículos conectados mejoran la estabilidad del flujo de tráfico. Muchos otros experimentos de simulación [52] [53] [54] [55] [56] coinciden en que la introducción de AV en la carretera mejora enormemente el flujo de tráfico y la velocidad de flujo libre, y el grado de mejora aumenta con la tasa de penetración de los AV.

El presente trabajo se basa en el modelo LAI-E, el cual fue introducido recientemente por Guzmán [1]. El mismo considera que el movimiento de los vehículos está descrito bajo la consideración de un Movimiento Uniforme Acelerado (MUA) con la finalidad de tener una representación más realista de la dinámica vehicular y reducir el movimiento

impulsivo que se tiene en la mayoría de los modelos de AC existentes. Además, este modelo considera que las capacidades de aceleración/desaceleración tienen un valor límite en los vehículos reales. Sin embargo, no considera algunos aspectos de los AVs que son importantes cuando se desea simular el flujo vehicular mixto, de vehículos convencionales y autónomos, y los impactos que puede generar.

4 Capítulo 4: Un nuevo modelo de autómatas celulares para vehículos autónomos

En el presente capítulo se introduce un modelo basado en AC para simular el tráfico vehicular mixto. Se inicia con una definición general del modelo, luego se especifican más a fondo los cálculos realizados para obtener las distancias de seguridad, concluyendo con las reglas necesarias para la actualización del modelo. Es importante aclarar que no fueron incluidos todos los cálculos, solo se incluyó un extracto de los mismos, necesario para el entendimiento por parte del lector.

4.1. Definición general del nuevo modelo.

El nuevo modelo hereda las consideraciones más importantes del modelo LAI-E original. Se mantiene la dinámica entera característica de los modelos de AC y la evolución del sistema ocurre en pasos de tiempo de un segundo. Del mismo modo que en el modelo original se considera que un vehículo estará habilitado para acelerar (acc), desacelerar (dec) o mantener su velocidad (keep) en condiciones de tráfico normales, mientras que en casos extremos puede aplicar frenado de emergencia.

Como los vehículos autónomos se adaptan de manera casi instantáneas a los cambios en el ambiente ya no es necesario considerar un tiempo de reacción para este tipo de vehículos. Se mantiene el criterio para definir las distancias seguras considerando el peor escenario, donde en el primer paso de tiempo tanto el vehículo líder como el seguidor puede realizar cualquiera de las acciones posibles $(a, 0, -a, -amax)$ y al siguiente paso de tiempo ambos desaceleran con desaceleración máxima.

Se considera aceleración y desaceleración aleatoria para los vehículos, de modo que se refleje la tendencia natural de los conductores a distraerse. La lógica del modelo propuesto mantiene la misma estructura que el modelo original: primero se calculan las tres distancias seguras para que un vehículo pueda acelerar, desacelerar o mantener su velocidad. A partir de estas distancias se establece cuál de las tres acciones deben tomar los vehículos, de modo que se sostiene la idea central de que los conductores reaccionan a criterios de seguridad que dependen de su velocidad, capacidades de aceleración/desaceleración, así como de su posición relativa al vehículo de enfrente.

Con la finalidad de tener una representación más realista de la dinámica vehicular y reducir el movimiento impulsivo que se tiene en la mayoría de los modelos de AC existentes, el modelo propuesto en este capítulo mantiene la consideración que el movimiento de los vehículos está descrito bajo un Movimiento Uniforme Acelerado (MUA), descrito más adelante. Además preserva que las capacidades de

aceleración/desaceleración tienen un valor límite de acuerdo a las capacidades de los vehículos reales.

De esta manera, el modelo propuesto tiene las siguientes modificaciones con respecto al modelo LAI-E:

1. Como los vehículos autónomos se adaptan de manera casi instantánea a los cambios en el ambiente ya no es necesario considerar un tiempo de reacción para estos tipos de vehículos.
2. Se introduce un factor r , con el objetivo de considerar choques a bajas velocidad, cuyo efecto es reducir las distancias de seguridad.

Ambas modificaciones impactan en el paso **S1 del modelo LAI-E, referente** al cálculo de las distancias de seguimiento seguro que un conductor utiliza para la decidir qué acción tomar.

En el modelo LAI-E para el cálculo de las distancias de seguridad siempre se tomó el caso más crítico donde el vehículo líder frenaba de emergencia en el primer instante de tiempo; el eliminar esta consideración en el nuevo modelo permite que los vehículos autónomos pudieran manejarse con distancia de seguridad igual a 0 siempre que el vehículo líder y seguidor ejecutaran la misma acción ya sea acelerar, mantener, desacelerar o frenar de emergencia. Los nuevos cálculos se describen a continuación.

Sean x_n y v_n la posición y velocidad del vehículo n , respectivamente, bajo el supuesto del MUA, la evolución del estado de un vehículo en el tiempo se describe entonces como sigue:

$$x_{n_t} = x_{n_0} + v_{n_0}t + \frac{1}{2}a_n t^2 \quad (10)$$

$$v_{n_t} = v_{n_0} + a_n t \quad (11)$$

Donde x_{n_0} y v_{n_0} son las posición y velocidad iniciales del vehículo n , respectivamente, y a_n es su aceleración. En el modelo, se asume que los vehículos se mueven hacia adelante en una dirección; por lo tanto el movimiento hacia atrás no es posible. Entonces, las ecuaciones (10) y (11) son válidas solamente si el vehículo acelera o frena mientras se mueve hacia el frente o se detiene.

Sea t_{n_b} el tiempo de frenado del vehículo n cuando desacelera con una capacidad de a_n hasta el alto total, que puede ser derivado de la ecuación (11) como

$$t_{n_b} = -\frac{v_{n_0}}{a_n} \quad (12)$$

Con base en la definición de las ecuaciones previas, las nuevas distancias de seguimiento seguro se definen en la siguiente sección.

4.2. Dinámica de frenado

En esta sección, se describe la dinámica de frenado como elemento fundamental para el cálculo de las distancias de seguimiento seguro del modelo propuesto en este trabajo. En la tabla siguiente se presentan las variables del modelo de frenado.

Tabla 1: Variables del modelo de frenado.

Variable	
X_{n_t}	Posición de la defensa trasera del vehículo n al tiempo t.
V_{n_t}	Velocidad del vehículo n al tiempo t.
a_{n_t}	Aceleración normal del vehículo n al tiempo t.
a_{max_n}	Máxima desaceleración del vehículo n al tiempo t.

Se usan los subíndices l y f para denotar el vehículo líder y seguidor, respectivamente. Debido a las características de los AVs, si este es un vehículo seguidor, ya no es necesario considerar un tiempo de reacción de 1 segundo por lo que al tiempo t ambos vehículos pueden realizar las mismas operaciones con él objetivo de conocer que aceleración posee el vehículo líder. La velocidad y la posición al tiempo $t+1$ están dadas por las ecuaciones siguientes:

$$X_{lt}=X_{l_0} + V_{l_0} + a_{lt}/2 \quad (13)$$

$$V_{lt}=V_{l_0} + a_{lt} \quad (14)$$

$$X_{ft}=X_{f_0} + V_{f_0} + a_{ft}/2 \quad (15)$$

$$V_{ft}=V_{f_0} + a_{ft} \quad (16)$$

Donde la acción de los vehículos al tiempo t son indicadas por $a_{lt} \in \{a_l, 0, -a_l, -amax_l\}$ y $a_{ft} \in \{a_f, 0, -a_f, -amax_f\}$.

Considerando que al tiempo $t + 1$ el vehículo líder desacelera con su máxima capacidad $amax_l$ y que el vehículo seguidor comienza desacelerando con su máxima capacidad a $amax_f$, entonces las posiciones y velocidades para estos vehículos en cualquier tiempo futuro están dadas por:

$$X_{l(t+1)}=X_{lt} + V_{lt} * (t + 1) - \frac{amax_l}{2} * (t + 1)^2 \quad (17)$$

$$V_{l(t+1)} = V_{lt} - a_{max_l} * (t + 1) \quad (18)$$

$$X_{f(t+1)} = X_{ft} + V_{ft} * (t + 1) - \frac{a_{max_f}}{2} * (t + 1)^2 \quad (19)$$

$$V_{f(t+1)} = V_{ft} - a_{max_f} * (t + 1) \quad (20)$$

Para determinar cuándo dos vehículos pueden chocar si su movimiento está descrito con un Movimiento Uniformemente Acelerado (MUA) es necesario calcular el tiempo de frenado para ambos vehículos. El tiempo de frenado para el vehículo líder está determinado por:

$$t_{b_l} = \frac{V_{lt}}{a_{max_l}} \quad (21)$$

Para el cálculo del tiempo de frenado para el vehículo seguidor se realiza según la siguiente expresión:

$$t_{b_f} = \frac{V_{ft} + r}{a_{max_f}} \quad (22)$$

Donde se introduce un nuevo parámetro $r \in \{0, -1, -2\}$, como factor de seguridad, es decir, un factor que determina la distancia de seguimiento seguro que un vehículo puede tener en función de la velocidad con la que se mueve, si se permiten colisiones con velocidades relativas de r . Note que el modelo original LAI-E, se recupera cuando $r=0$, y representa que un vehículo desacelera hasta alcanzar la velocidad de 0 (paro total). Sin embargo, en el modelo que se propone se permite que estas velocidades sean de -1 o -2 m/s, lo que quiere decir que para el caso de los vehículos autónomos se permite alcances con el vehículo predecesor con velocidad relativa r , cuyo valor máximo es de 2 m/s [57] que es el límite para que no se presente consecuencias fatales. Introducir este factor permite reducir la distancia de seguimiento seguro requerida con respecto al vehículo predecesor y con ello aumentar el flujo máximo alcanzable. Es importante mencionar que sólo vehículos autónomos pueden considerar valores de r diferentes de 0.

En las secciones siguientes se describe el cálculo de las distancias de seguridad utilizadas en el nuevo modelo, donde se usan como base las ecuaciones (21) y (22).

4.3. Distancias de seguimiento seguro del nuevo modelo

Los escenarios que se pueden presentar en la carretera para el estudio del comportamiento de los vehículos autónomos son los siguientes:

1. Seguidor: Vehículo Autónomo , Líder: Vehículo Autónomo

2. Seguidor: Vehículo Autónomo , Líder: Vehículo Convencional
3. Seguidor: Vehículo Convencional , Líder: Vehículo Autónomo
4. Seguidor: Vehículo Convencional , Líder: Vehículos Convencional

Para los escenarios 3 y 4 se tienen en cuenta las distancias de seguimiento seguro calculadas en el modelo LAI-E incluyendo sus propios casos de vehículos detenidos y en movimiento. Para los escenarios 1 y 2 se calcularon nuevas distancia de seguimiento seguro teniendo en cuenta las siguientes opciones:

Vehículo líder detenido: el vehículo líder se detiene y entonces el vehículo seguidor colisiona con el primero. Esta opción puede ocurrir aunque los vehículos tengan las mismas capacidades de aceleración/desaceleración.

Vehículo líder en movimiento: el vehículo seguidor colisiona con el primero antes de que se detenga. Esta opción solo puede ocurrir cuando los vehículos seguidor y líder tienen diferentes capacidades de aceleración/desaceleración.

Los cálculos relativos a ambas opciones se presentan a continuación.

4.3.1. Vehículo líder detenido

Sea $\widetilde{X}_n$ la distancia de frenado, es decir la distancia mínima requerida por el vehículo n para desacelerar desde su velocidad V_{n_t} a 0. El valor correspondiente para el seguidor y el líder se derivan de las ecuaciones (5) y (7), al sustituir sus tiempos de frenado quedando como se muestra en las siguientes expresiones:

$$\widetilde{X}_l = X_{lt} + \frac{V_{lt}^2}{2a_{max_l}} \quad (23)$$

$$\widetilde{X}_f = X_{ft} + \frac{V_{ft}^2 + r*V_{ft} - r^2}{2a_{max_f}} \quad (24)$$

Teniendo en cuenta que l_f es la longitud del vehículo seguidor, la condición para que el seguidor evite colisiones cuando el líder está detenido es:

$$\widetilde{X}_l - l_f \geq \widetilde{X}_f \quad (25)$$

Sustituyendo las ecuaciones (1-4) en las ecuaciones (11) y (12) y luego sustituyendo las ecuaciones (11) y (12) en la ecuación (13) se obtiene:

$$X_{l_0} + V_{l_0} + \frac{a_{lt}}{2} + \frac{(V_{lt})^2}{2a_{max_l}} - l_f \geq X_{f_0} + V_{f_0} + \frac{a_{ft}}{2} + \frac{V_{ft}^2 + r*V_{ft} - r^2}{2a_{max_f}} \quad (26)$$

$$X_{l_0} - X_{f_0} - l_f \geq V_{f_0} - V_{l_0} + \frac{a_{ft}}{2} - \frac{a_{lt}}{2} + \frac{V_{ft}^2 + r*V_{ft} - r^2}{2a_{max_f}} - \frac{(V_{lt})^2}{2a_{max_l}} \quad (27)$$

$$X_{l_0} - X_{f_0} - l_f \geq (V_{f_0} - V_{l_0}) + \left(\frac{a_{ft} - a_{lt}}{2} \right) + \frac{V_{ft}^2 + r*V_{ft} - r^2}{2a_{max_f}} - \frac{(V_{lt})^2}{2a_{max_l}} \quad (28)$$

$$D_{det} = (V_{f0} - V_{l0}) + \left(\frac{a_{ft}-a_{lt}}{2}\right) + \frac{V_{ft}^2 + r*V_{ft} - r^2}{2amax_f} - \frac{(V_{lt})^2}{2amax_l} + l_f \quad (29)$$

De esta manera, la distancia de seguimiento seguro requerida por un seguidor para acelerar D_{acc}^{det} , mantener su velocidad D_{keep}^{det} o desacelerar D_{decc}^{det} hasta el siguiente paso de tiempo, para evitar una colisión o pegarse cuando el líder se haya detenido se obtiene como sigue:

$$D_{acc}^{det} = (V_{f0} - V_{l0}) + \left(\frac{a_{ft}-a_{lt}}{2}\right) + \frac{V_{ft}^2 + r*V_{ft} - r^2}{2amax_f} - \frac{(V_{lt})^2}{2amax_l} + l_f \quad (30)$$

$$D_{keep}^{det} = (V_{f0} - V_{l0}) + \left(\frac{-a_{lt}}{2}\right) + \frac{V_{ft}^2 + r*V_{ft} - r^2}{2amax_f} - \frac{(V_{lt})^2}{2amax_l} + l_f \quad (31)$$

$$D_{decc}^{det} = (V_{f0} - V_{l0}) + \left(\frac{-a_{ft}-a_{lt}}{2}\right) + \frac{V_{ft}^2 + r*V_{ft} - r^2}{2amax_f} - \frac{(V_{lt})^2}{2amax_l} + l_f \quad (32)$$

4.3.2. Vehículo líder en movimiento

Sea en $S(T)$ el espacio entre el seguidor y el líder medido al tiempo $t+T$, tal que

$$S(T) = X_{l(t+T)} - X_{f(t+T)} - l_f \quad (33)$$

$$S(T) = X_{l(t+1)} + V_{l(t+1)} * T - \frac{amax_l}{2} * T^2 - \left(X_{f(t+1)} + (V_{f(t+1)} - r) * T - \frac{amax_f}{2} * T^2 \right) - l_f \quad (34)$$

$$S(T) = (X_{l(t+1)} - X_{f(t+1)} - l_f) + (V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r)) * T - \frac{1}{2}(amax_l - amax_f) * T^2 \quad (35)$$

donde se han utilizado las ecuaciones (17)-(20). Se aplica el criterio de la primera y segunda derivada para encontrar el mínimo y el máximo de esta función de distancia:

$$S(T)' = (V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r)) - (amax_l - amax_f) * T \quad (36)$$

$$0 = (V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r)) - (amax_l - amax_f) * T \quad (37)$$

$$T = \frac{-(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r))}{-(amax_l - amax_f)} \quad (38)$$

$$T = \frac{(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r))}{(amax_l - amax_f)} \quad (39)$$

Sea T un valor crítico para $S(T)$, T es un mínimo si se cumple las siguientes ecuaciones:

$$amax_l - amax_f < 0 \quad (40)$$

$$(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r)) < 0 \quad (41)$$

Estas ecuaciones deben cumplirse ya que la segunda derivada debe ser positiva para que sea un mínimo y T debe resultar en un tiempo positivo en el modelo. Por lo que al asumir que $S(T) > 0$, entonces se puede determinar una distancia de seguimiento seguro como se muestra a continuación:

$$S(T) = (X_{l(t+1)} - X_{f(t+1)} - l_f) + (V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r)) * \frac{(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r))}{(amax_l - amax_f)} - \frac{1}{2}(amax_l - amax_f) * \left(\frac{(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r))}{(amax_l - amax_f)}\right)^2 \quad (42)$$

$$S(T) = (X_{l(t+1)} - X_{f(t+1)} - l_f) + \frac{(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r))^2}{2(amax_l - amax_f)} - * \frac{(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r))^2}{2(amax_l - amax_f)} \quad (43)$$

$$S(T) = (X_{l(t+1)} - X_{f(t+1)} - l_f) + \frac{(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r))^2}{2(amax_l - amax_f)} \quad (44)$$

Escribiendo la función de distancia en términos del tiempo actual t:

$$S(T) = (X_{lt} + V_{lt} + a_{lt}/2 - (X_{ft} + V_{ft} + a_{ft}/2) - l_f) + \frac{(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r))^2}{2(amax_l - amax_f)} \quad (45)$$

$$S(T) = (X_{lt} - X_{ft} - l_f) + (V_{lt} - V_{ft}) + (a_{lt}/2 - a_{ft}/2) + \frac{(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r))^2}{2(amax_l - amax_f)} \quad (46)$$

$$-(V_{lt} - V_{ft}) - (a_{lt}/2 - a_{ft}/2) - \frac{(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r))^2}{2(amax_l - amax_f)} < X_{lt} - X_{ft} - l_f \quad (47)$$

De esta manera, la distancia de seguimiento seguro requerida por un seguidor para acelerar D_{acc}^{mov} , mantener su velocidad D_{keep}^{mov} o desacelerar D_{decc}^{mov} hasta el siguiente paso de tiempo, para evitar una colisión o pegarse cuando el líder no le da tiempo de detenerse completamente se obtiene como sigue:

$$D_{acc}^{mov} = -(V_{lt} - V_{ft}) - (a_{lt}/2 - a_{ft}/2) - \frac{(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r))^2}{2(amax_l - amax_f)} + l_f \quad (48)$$

$$D_{keep}^{mov} = -(V_{lt} - V_{ft}) - (a_{lt}/2) - \frac{(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r))^2}{2(amax_l - amax_f)} + l_f \quad (49)$$

$$D_{dec}^{mov} = -(V_{lt} - V_{ft}) - (a_{lt}/2 - a_{ft}/2) - \frac{(V_{l(t+1)} - (V_{f(t+1)} - r))^2}{2(amax_l - amax_f)} + l_f \quad (50)$$

Como se puede notar, si $amax_l = amax_f$, no existe una solución para esta ecuación y entonces se tiene que tomar el criterio del vehículo líder detenido para este caso. Esto indica que D_{mov} establece un valor mínimo para la distancia de seguimiento seguro entre dos vehículos cuyas capacidades de desaceleración son diferentes para evitar una colisión durante el proceso de frenado. El resultado es consistente con los cálculos del modelo LAI-E.

4.4. Reglas de actualización para el nuevo modelo

Teniendo en cuenta el análisis realizado en las secciones previas para la definición de la distancias de seguridad, en esta sección se definen las reglas de actualización del nuevo modelo. Los pasos que se presentan a continuación conservan la lógica del modelo LAI-E. El paso S2 fue modificado ya que la aceleración retardada se debe a una condición mecánica de que los carros no pueden acelerar bruscamente si van a velocidades muy bajas. El parámetro R_s del paso S3b fue modificado ya que para los vehículos autónomos el ruido debe ser el menor valor posible. Entonces, sean l y f el vehículo líder y seguidor, respectivamente, los pasos actualizados se describen a continuación:

S1: S1 se determina por el criterio de D_{det} y D_{mov} definido en las secciones anteriores. Sean $\tilde{T}$ calculada de la Ecuación (27) y t_{b_l} y t_{b_f} determinados por la ecuación (9) y (10), respectivamente, entonces:

(iii) Si $\tilde{T} < t_{b_l}$ y $\tilde{T} < t_{b_f}$ entonces,

$$D_{acc_f} = D_{mov}^{acc}$$

$$D_{keep_f} = D_{mov}^{keep}$$

$$D_{decc_f} = D_{mov}^{decc}$$

(iv) De otra manera

$$D_{acc_f} = D_{det}^{acc}$$

$$D_{keep_f} = D_{det}^{keep}$$

$$D_{decc_f} = D_{det}^{decc}$$

S2: Toma de decisión. Sea $a_{f_{t+1}}$ la magnitud en celdas con la que un vehículo acelerará o desacelerará en el siguiente paso de tiempo, bajo condiciones d tráfico normal. Entonces, todos los vehículos existentes a lo largo de la vía actualizarán su estado, de manera síncrona, con base en el siguiente conjunto de reglas:

S2a: Aceleración. Si $d_t \in [d_{acc}, +\infty)$ entonces la nueva aceleración se define de la siguiente manera:

$$a_{f_{t+1}} = \begin{cases} a, & \text{si vehículo es autónomo} \\ a_{f_{t+1}} & \text{en LAI - E, si vehículo es convencional} \end{cases}$$

La variable a es la aceleración calculada, por defecto $a = a_{n_t}$.

S2b: Desaceleración aleatoria. Si $d_t \in [d_{keep}, d_{acc}]$ o $(v_f = v_{max})$, la aceleración del vehículo f se decrementa con probabilidad R_s , es decir,

$$a_{f_{t+1}} = \begin{cases} -a_n & \text{si aleatorio}(\cdot) \leq R_s \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

S2c: Desaceleración. Si $d_t \in [d_{decc}, d_{keep})$, el vehículo f desacelera en a_n .

$$a_{f_{t+1}} = -a_n$$

S2d: Desaceleración de emergencia. Si $d_t < d_{decc}$, la aceleración del vehículo f se reduce en a_{max} .

$$a_{f_{t+1}} = -a_{max}$$

Donde $-a_{max}$ es la máxima capacidad de desaceleración del vehículo f en un paso de tiempo.

S3: Actualización de la velocidad en función de la nueva aceleración.

$$v_{f_{t+1}} = \min(\max(0, v_{f_t} + a_{f_{t+1}}), v_{max})$$

S4: El paso S4 representa el MUA como se muestra a continuación:

(i) Si $(a_{f_{t+1}} \geq 0)$

$$x_{f_{t+1}} = x_{f_t} + v_{f_t} + \frac{1}{2} a_{f_{t+1}}$$

(ii) De otra manera,

$$x_{f_{t+1}} = x_{f_t} + v_{f_t} t_m + \frac{1}{2} a_{f_{t+1}} t_m^2$$

Donde para la condición (ii) t_m denota el tiempo en que el seguidor para, esto es, $t_m = \min(1, \text{abs}(\frac{v_{f_t} + r}{a_{f_{t+1}}}))$ y $a_{f_{t+1}} \in \{-a_n, -a_{max}\}$

Aquí, x_{f_t} y v_{f_t} denotan la posición y velocidad del vehículo seguidor f al tiempo t , respectivamente. Nótese que la condición (ii) del paso S4 se debe a la aritmética entera usada por el modelo, ya que, para bajas velocidades el movimiento en un segundo pudiera implicar movimientos en dirección contraria a la permitida. Es importante notar que, para una elección dada del tamaño de celda, todos los cálculos envueltos en la determinación de las distancias de seguimiento seguras, como en el modelo LAI-E, pueden ser ejecutadas fuera de línea. Después de estos cálculos, pueden generarse tablas fijas que contengan las distancias para que los vehículos aceleren, mantengan su velocidad y desaceleren de una manera segura para considerar todas las posibles combinaciones de los tipos de vehículos seguidores y tipos de vehículos líderes. Manteniendo en mente el uso de las tablas de acceso inmediato, el costo

computacional del cálculo de las distancias de seguimiento seguro puede ser considerado como muy bajo. En el siguiente capítulo serán mostrados todos los resultados obtenidos.

5 Capítulo 5: Resultados de simulación y discusión

En este capítulo, se presentan los resultados de la simulación del modelo propuesto. Se incluyen las consideraciones tenidas en cuenta en las fronteras. Además de tres grupos diferentes de resultados. El primer grupo de resultados se obtuvo de una simulación donde todos los vehículos en el circuito eran vehículos autónomos, en el segundo grupo de resultados se modificó el factor de seguridad r manteniendo las mismas condiciones del primer grupo y en el tercer grupo de resultado se incluyeron junto con vehículos autónomos varios porcentajes de vehículos convencionales.

5.1. Consideraciones en la frontera

Para los resultados que se presentan en este trabajo, se consideraron condiciones de frontera con topología de anillo. Conociendo que esta estructura tiene una marcada diferencias con las redes de carreteras actuales, podemos decir que dicha estructura se ha utilizado en una gran diversidad de modelos donde las diferentes condiciones de frontera inducen distintos estados estables, si necesidad de cambiar su estructura microscópica [85]. En particular, en lo referente a tráfico vehicular, es adecuada cuando se requiere estudiar las condiciones de tráfico bajo una cierta densidad vehicular y de gran importancia para el análisis del tráfico vehicular.

El uso de esta topología en el modelo propuesto genera un desfase de un instante de tiempo, con la actualización de los vehículos en las fronteras, debido a la consideración de velocidades y posiciones relativas de los vehículos y la consideración de la aceleración real del vehículo precedente para los AVs. Así, la actualización de las posiciones y velocidades de los vehículos presentes en el circuito se lleva a cabo tomando en cuenta los valores actuales de velocidad y aceleración del vehículo líder e iniciando por el vehículo ubicado más adelante en el circuito (vehículo en la frontera derecha). Como el vehículo en la frontera derecha tiene como líder al vehículo ubicado más atrás en el circuito (vehículo en la frontera izquierda) su actualización se realiza teniendo en cuenta valores de aceleración y velocidad de su vehículo líder desfasado en un instante de tiempo ya que él mismo se actualiza de último.



Figura 4: Representación de los vehículos en las fronteras.

Este desfase puede generar choques, por lo que fue necesario realizar varias comprobaciones que mantuvieran al sistema en un estado estable. Los pasos del algoritmo implementado para realizar las comprobaciones antes mencionadas se describen a continuación:

- Si la distancia de seguridad del vehículo más adelante en el circuito con respecto al vehículo más atrás en el circuito es suficiente para poder acelerar, no existirá problema ya que si puede acelerar podrá mantener, desacelerar o frenar de emergencia.
- Si la distancia de seguridad del vehículo más adelante en el circuito con respecto al vehículo más atrás en el circuito es suficiente para poder mantener, entonces se genera problema si el vehículo seguidor está acelerando y será necesario actualizar los valores de aceleración y velocidad de todos los vehículos en el circuito.
- Si la distancia de seguridad del vehículo más adelante en el circuito con respecto al vehículo más atrás en el circuito es suficiente para poder desacelerar, entonces se genera problema si el vehículo seguidor está acelerando o manteniendo y será necesario actualizar los valores de aceleración y velocidad de todos los vehículos en el circuito.
- Si la distancia de seguridad del vehículo más adelante en el circuito con respecto al vehículo más atrás en el circuito es suficiente para poder frenar de emergencia, entonces se genera problema si el vehículo seguidor está acelerando, manteniendo o desacelerando y será necesario actualizar los valores de aceleración y velocidad de todos los vehículos en el circuito.

5.2. Simulación solo vehículos autónomos

En esta sección los resultados que se muestran fueron obtenidos ejecutando simulaciones con longitud de celdas de $\Delta X = 0.125 \text{ m}$, longitud total del circuito de $\text{longitud} = 160000 \text{ celdas}$ (20 km) y paso de tiempo de 1 s por lo que cada transición es de $t \rightarrow t + 1$. Solo se consideran vehículos autónomos con longitud $l = 40 \text{ celdas}$ (5 m), velocidad máxima $v_{\max} = 256 \text{ celdas/s}$ (115.2 km/h).

Además, se consideraron 100 densidades diferentes iniciando por la densidad 2 veh/km con una variación de 2 veh/km hasta llegar a una densidad máxima de 200 veh/km . El estado inicial del sistema se creó ubicando aleatoriamente en el circuito, en dependencia de la densidad, el total de vehículos e inicializando cada vehículo con velocidad 0 celdas/s y aceleración 0 celdas/s^2 .

Los parámetros restantes fueron definidos con los siguientes valores $a_n = 32 \text{ celdas}/s^2$ ($4 \text{ m}/s^2$), $a_{max} = 64 \text{ celdas}/s^2$ ($8 \text{ m}/s^2$) y $R_s = 0.01$. El modelo desarrollado permite evaluar el tráfico vehicular mixto lo que en la presente sección nos dedicaremos a evaluar el comportamiento del modelo donde solo participen 100% de vehículos de un tipo o de otro. Se decidió utilizar los mismos valores de parámetros para ambos tipos de vehículos ya que el comportamiento de los vehículos autónomos que no dependen necesariamente de los valores definidos. Los valores de dichos parámetros fueron definidos por Guzmán en [1]. Cada simulación fue ejecutada por 70,000 espacios de tiempo, se desecharon los primeros 66,400 con el objetivo que el modelo estuviera en un estado estable. Los resultados de simulación promediados fueron los últimos 3,600 espacios de tiempo. Para cada una de las densidades se realizaron 20 ejecuciones y los resultados fueron promediados.

5.2.1. Comparación con el modelo LAI-E

El primer estudio realizado fue la obtención del diagrama fundamental del tráfico a través de la relación flujo-densidad y la relación velocidad-densidad. Los resultados fueron comparados con los obtenidos por el modelo LAI-E. En las simulaciones con el modelo LAI-E como se puede observar en la figuras 5 y 6 el flujo máximo obtenido fue de 2263.5 veh/hr , además la densidad crítica, donde se obtiene el flujo máximo es de 25 veh/km . Es importante hacer notar que los datos obtenidos relacionados con el modelo LAI-E fueron obtenidos sólo con vehículos convencionales. En las simulaciones del nuevo modelo donde se consideran vehículos autónomos, el flujo máximo obtenido fue de 6704.3 veh/hr , además la densidad crítica aumento a aproximadamente 100 veh/km . Como se puede notar existe una diferencia marcada en comparación con los datos obtenido de las simulaciones con vehículos convencionales.

La marcada diferencia que se obtuvo en los resultados se debe principalmente a las características propias de los vehículos autónomos que fueron consideradas. El que los vehículos autónomos tengan la capacidad de conocer la aceleración y velocidad del vehículo delantero nos lleva a considerar una actitud menos conservadora en el modelo propuesto. En el modelo LAI-E para el cálculo de las distancias de seguridad siempre se tomó el caso más crítico donde el vehículo líder frenaba de emergencia en el primer instante de tiempo; el eliminar esta consideración en el modelo en estudio permitía que los vehículos autónomos pudieran manejarse con distancia de seguridad igual a 0 siempre que el vehículo líder y seguidor ejecutaran la misma acción ya sea acelerar, mantener, desacelerar o frenar de emergencia.

Lo explicado anteriormente permite que se desaproveche menos espacio en la carretera, permitiendo tener más vehículos acomodados en la vía un instante de tiempo; además, de que si un vehículo autónomo puede conocer la aceleración y velocidad del vehículo líder, esto posibilita mantener velocidades altas con densidades altas, y por lo tanto, se genera un aumento considerable del flujo vehicular máximo. En las Figuras 5 y 6, se muestran los diagramas fundamentales, flujo-densidad y velocidad-densidad, respectivamente, resultantes de considerar sólo vehículos autónomos (izquierda) y sólo vehículos comunes (derecha).

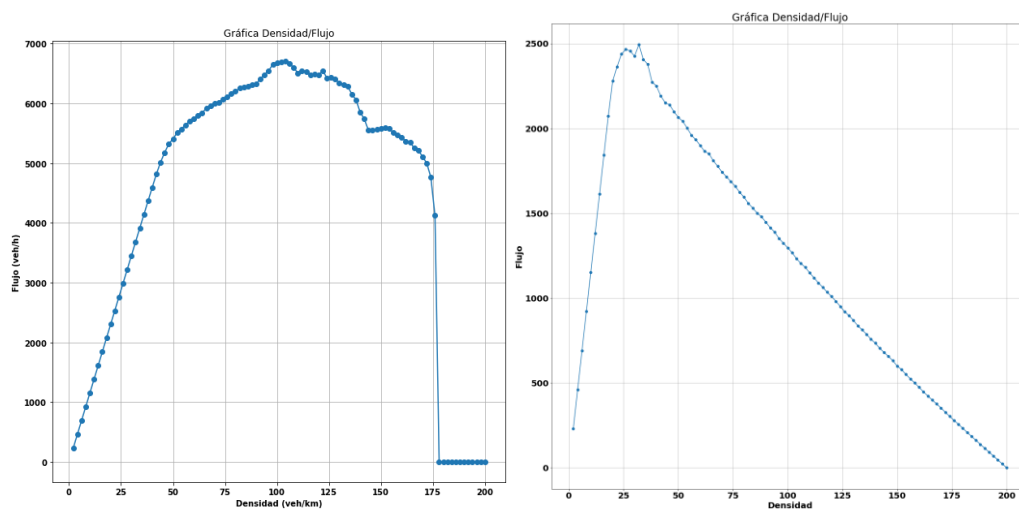


Figura 5: Diagrama fundamental, flujo-densidad. En el lado izquierdo se muestra el diagrama considerando sólo vehículos autónomos; mientras que en el lado derecho el diagrama resulta de considerar sólo vehículos normales. Se considera en ambos casos un factor de seguridad $r=0$.

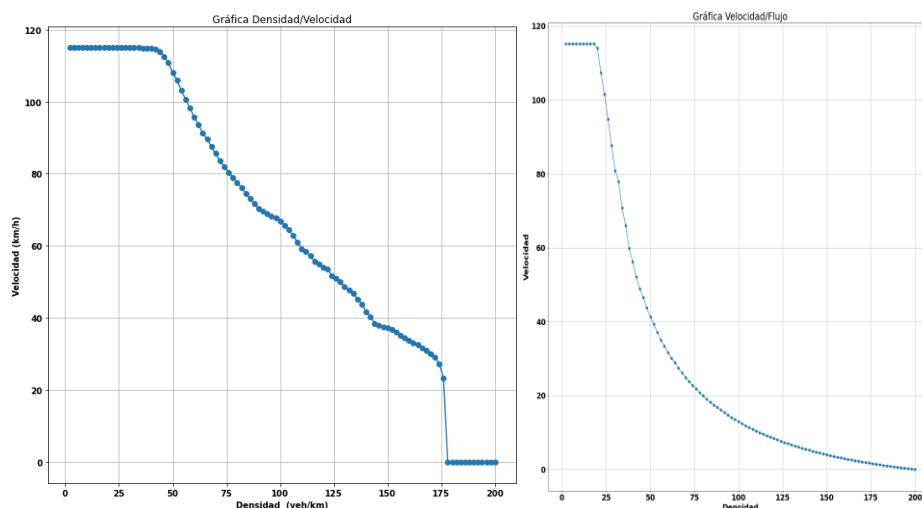


Figura 6: Diagrama fundamental, velocidad vs densidad. Lado izquierdo: Resulta de considerar sólo vehículos autónomos; lado derecho: resulta de considerar sólo vehículos convencionales. El factor de seguridad es $r=0$.

Como se puede apreciar de las Figuras 5 y 6, a diferencia de cuando se consideran vehículos comunes, la consideración de flujo de vehículos autónomos, genera un

incremento de la capacidad vehicular (flujo máximo en estado libre); y posteriormente se aprecian estados de flujo que disminuyen gradualmente, debido a decaimientos graduales de la velocidad promedio en función del valor de la densidad, debido a la cercanía permitida entre vehículos que permite la formación de pequeños pelotones con velocidades que prevalecen. También en las figuras 5 y 6, se aprecia que cuando sólo se consideran vehículos autónomos, el modelo cae en un estado de congestión de manera brusca cuando las densidades sobrepasan los 175 veh/km . Esto es debido a que los vehículos autónomos poseen un tiempo de reacción de aproximadamente de $1/2$ segundo y la aritmética completa del modelo propuesto se realizó con espacios de tiempo de 1 segundo. Esto trae como consecuencia que, en densidades altas, como el espacio entre vehículos tiende a ser pequeña, la agresividad del modelo nos lleva a frenado de emergencia, ya que sólo es necesario que un vehículo frene de emergencia para que todos hagan lo mismo. Y también es un efecto de las fronteras cerradas consideradas en este trabajo.

Por otra parte, con el objetivo de analizar los diferentes estados del tráfico que se observan en el diagrama fundamental mostrado en las figura 5 y 6, a continuación se obtuvieron los diagramas espacio-temporal de cada fase del flujo vehicular, flujo libre (ver Figura 7), flujo sincronizado (ver Figura 9) y flujo estancado (ver Figura 11). En estos diagramas espacio tiempo, los puntos en cada una de las filas horizontales representan la posición instantánea de cada vehículo moviéndose hacia la derecha. La evolución en el tiempo se muestra en los diagramas en el eje vertical de abajo hacia arriba (en segundos). Los colores de los puntos indican la velocidad: rojo, velocidad máxima; tonos de grises indican velocidades v tal que $0 < v < v_{max}$, un tono más claro indica una velocidad mayor. Estos diagramas permiten apreciar mejor las diferentes fases de tráfico que el modelo propuesto es capaz de reproducir:

- Flujo Libre

El estado de flujo libre es identificado claramente en el diagrama fundamental mostrado en la Figura 5, por lo que solo fue necesario graficar el diagrama espacio-tiempo para una sola densidad de la que llevaba al sistema a este estado. La densidad que utilizamos para mostrar lo antes planteado fue de 40 veh/km . En la figura 7, se muestra el diagrama espacio-tiempo para dicha densidad. Cada renglón horizontal de puntos representa la posición instantánea de los vehículos moviéndose de izquierda a derecha, mientras que renglones sucesivos de puntos representan la posición de los mismos vehículos en pasos de tiempo sucesivos (puntos más oscuros indican velocidad menor y puntos negros representan vehículos con $v=0$).

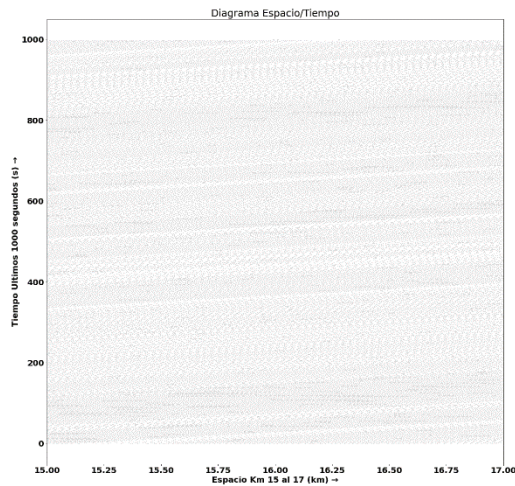


Figura 7: Diagrama espacio tiempo densidad 40 veh/km.

El patrón observado en el diagrama espacio-tiempo de la Figura 7, indica que todos los vehículos se mueven en dirección del flujo, lo que corresponde con una de las características importantes del flujo libre. Otra característica en el estado de flujo libre es que todos los vehículos se muevan con velocidad máxima, como se puede apreciar en la correspondiente gráfica de las distribuciones de velocidad de los vehículos, que se muestra en la Figura 8 (Nota: una pequeña porción de los vehículos tiene una velocidad menor debido a los efectos del parámetro R_s).

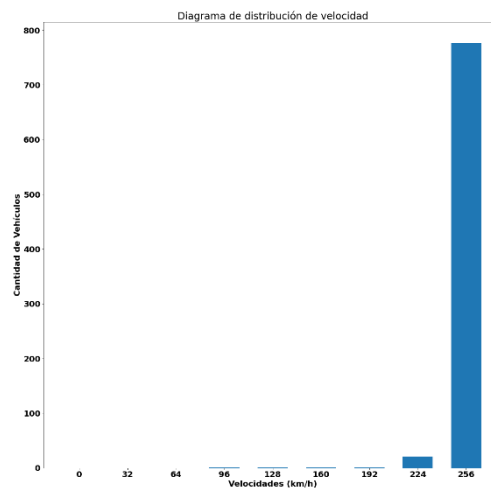


Figura 8: Distribución de velocidad, densidad igual a 40 veh/km.

- Flujo Sincronizado

El estado de flujo sincronizado, es uno de los estados que no se identifica claramente en el diagrama fundamental, por lo que fue necesario graficar el diagrama de espacio tiempo para más de una densidad. Las características fundamentales que identifican este estado son que los vehículos se mueven a velocidades más bajas que la velocidad máxima, pero ninguno se para ($v=0$); lo que permite que se mantenga un flujo vehicular

alto, aunque los vehículos se muevan más lentamente que en flujo libre. En las Figuras 9 y 10, se muestra el diagrama espacio-tiempo y la correspondiente distribución de velocidades para valores de densidades de 60 veh/km y 80 veh/km , respectivamente. Como se aprecia en estas figuras, para estas densidades existe una gran cantidad de vehículos que se mueven en pelotones pequeños, con velocidad máxima, que coexisten con vehículos en una fase sincronizada; es decir, moviéndose alrededor de una velocidad menor. Este comportamiento indica la presencia de pelotones; que conlleva a la preservación de un flujo vehicular alto. Es importante notar de los diagramas espacio tiempo para los vehículos en una fase sincronizada, que las trayectorias siguen una dirección contraria a la del flujo de los vehículos; debido a que es una fase congestionada. La formación de pelotones es una de las características importantes del flujo de vehículos autónomos. Nótese que a medida que la densidad es mayor, el número de vehículos con velocidad máxima disminuye, y la velocidad que prevalece, alrededor de la cual se forman pelotones, también decrece, ello explica las transiciones de fase observadas en los diagramas fundamentales de la Figura 5.

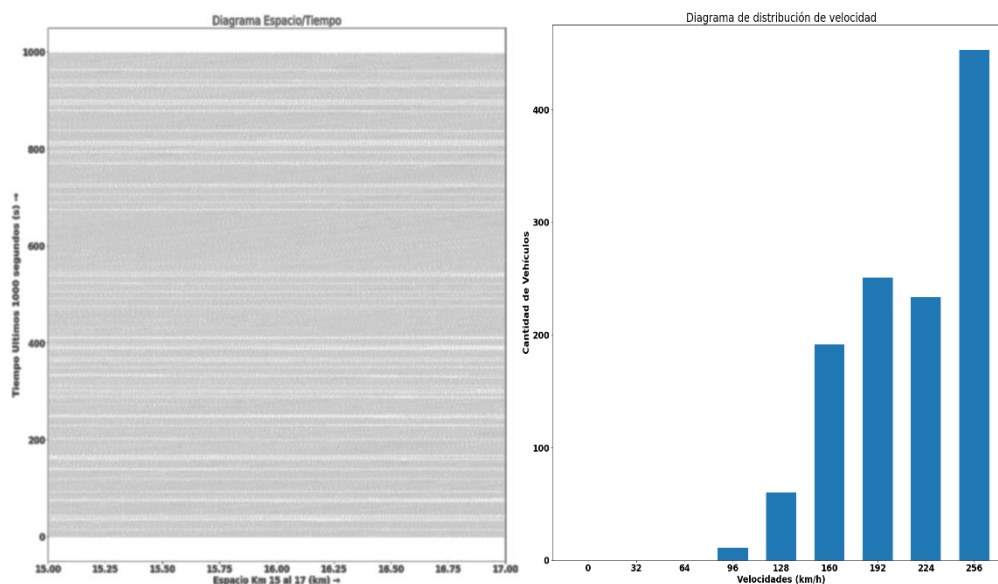


Figura 9: Diagrama espacio-tiempo y distribución de velocidad de la densidad 60 veh/km .

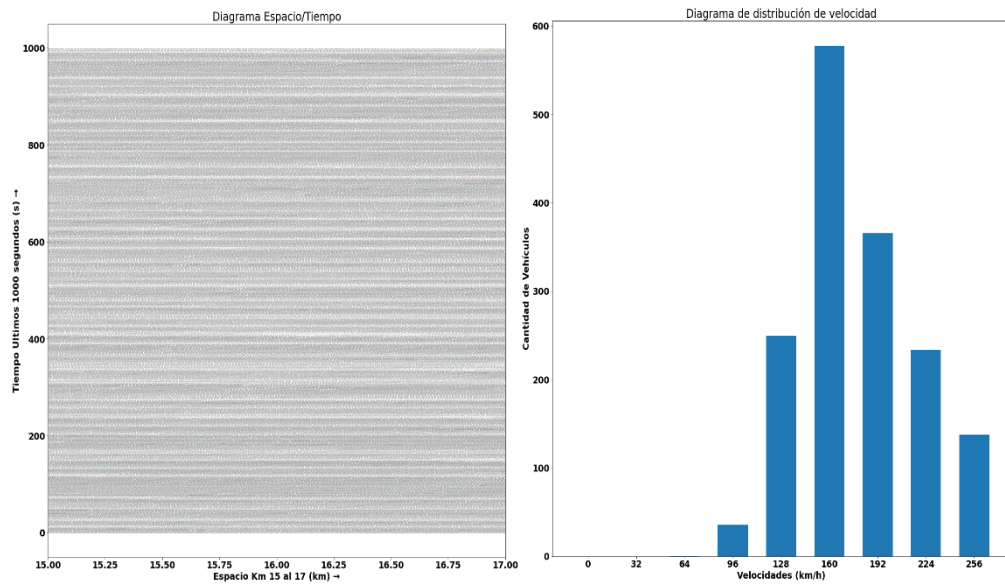


Figura 10: Diagrama espacio-tiempo y cantidad distribución de velocidad de la densidad 80 veh/km.

- Flujo Congestionado

El estado de flujo estancamiento se puede identificar porque ya comienzan a existir vehículos en el sistema con velocidad 0 m/s . Además, en el diagrama espacio-tiempo se comienzan a identificar patrones que coinciden con estancamientos que perduran en el tiempo. En las Figuras 11 y 12, se muestran el diagrama espacio-tiempo y su correspondiente distribución de velocidades, para densidades de 140 veh/km y 160 veh/km , respectivamente. Aquí los vehículos con $v=0$ (color negro), ya se aprecian y crece conforme la densidad vehicular es mayor.

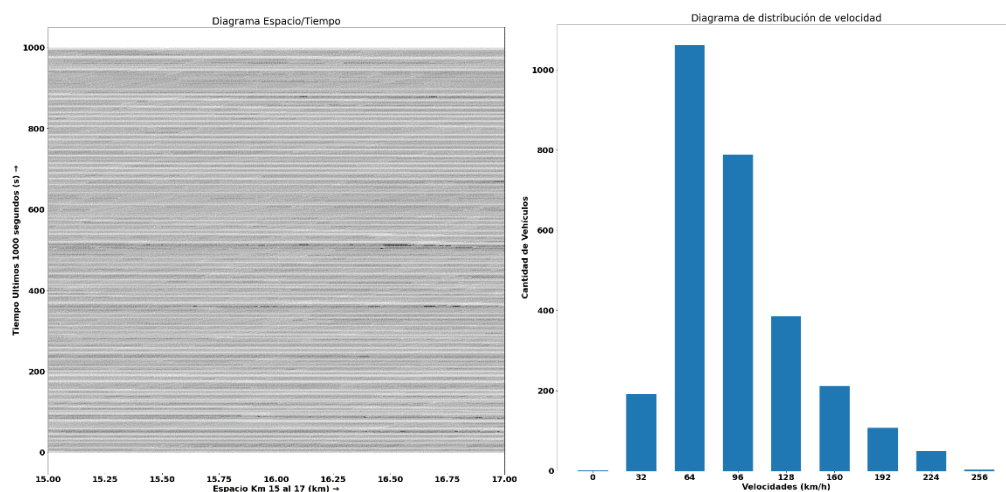


Figura 11: Diagrama espacio-tiempo y distribución de velocidad de la densidad 140 veh/km.

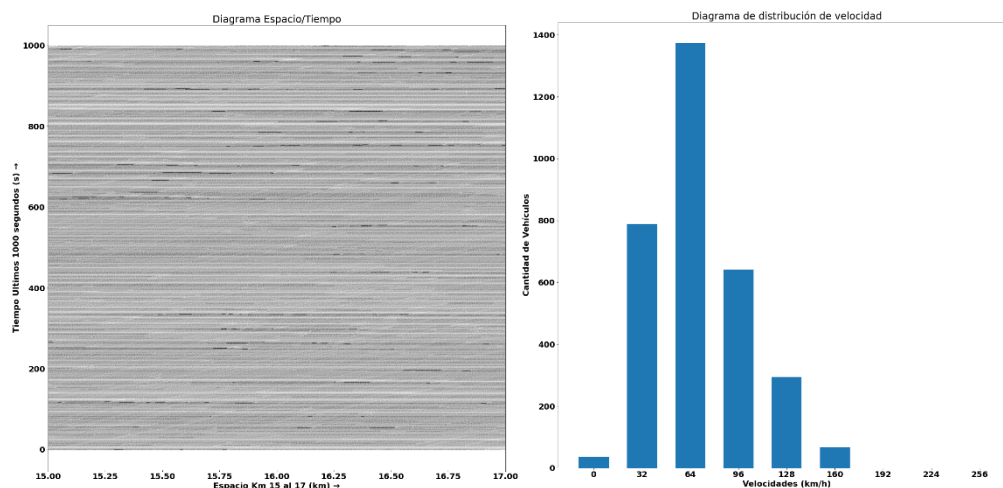


Figura 12: Diagrama espacio-tiempo y distribución de velocidad de la densidad 160 veh/km.

5.3. Considerando sólo vehículos autónomos, variando el factor de seguridad

Una tarea importante que realizan las empresas constructoras de automóviles es verificar que tan resistentes a choques es cada modelo que producen. De las pruebas realizadas con este objetivo, se han obtenido datos empíricos que demuestran que existen choques a velocidades muy bajas, que no implican ningún daño ni para los conductores, ni para los vehículos. Las velocidades a las que se pudiera chocar sin incurrir en daños graves se encuentran en el rango de 4 a 8 km/h equivalente a 1.1 y 2.2 m/s. [57] Con el objetivo de verificar cuál es el comportamiento del modelo propuesto considerando choques a velocidades seguras, se incluyó en la dinámica y definición analítica del modelo, al que llamamos factor de seguridad r .

Así, realizamos simulaciones del modelo propuesto para valores del factor r de 0, -1 , y -2 . Cuando el factor r tiene valor 0 sería un modelo libre de choques y los resultados para este caso fueron mostrados en el epígrafe anterior. Los valores -1 y -2 corresponden a los valores de velocidades seguras a la que se pudiera chocar, su signo negativo se debe a que se considera que el peor caso del vehículo seguidor no es frenar hasta llegar a velocidad 0 m/s, si no que se le permite llegar a velocidad -1 y -2 m/s. No se utilizó el valor de $r = -3$, pues, aunque no se producen pérdidas de vida, si hay daños vehiculares.

El impacto de dicho factor de seguridad en el comportamiento del modelo fue verificado través de los diagramas fundamentales del tráfico, flujo-densidad y velocidad-densidad. En las simulaciones realizadas para estos casos fueron considerados los mismos valores de los parámetros de la sección anterior. En las Figuras 13 y 14 se muestra los resultados para $r = -1$ y -2 , respectivamente.

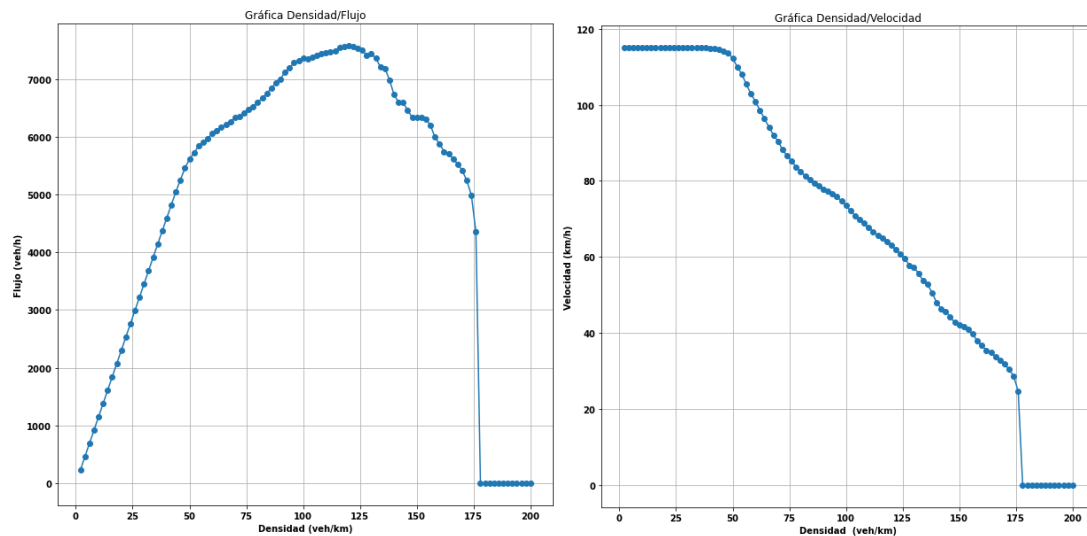


Figura 13: Diagramas fundamental flujo-densidad e velocidad-densidad para $r=-1$.

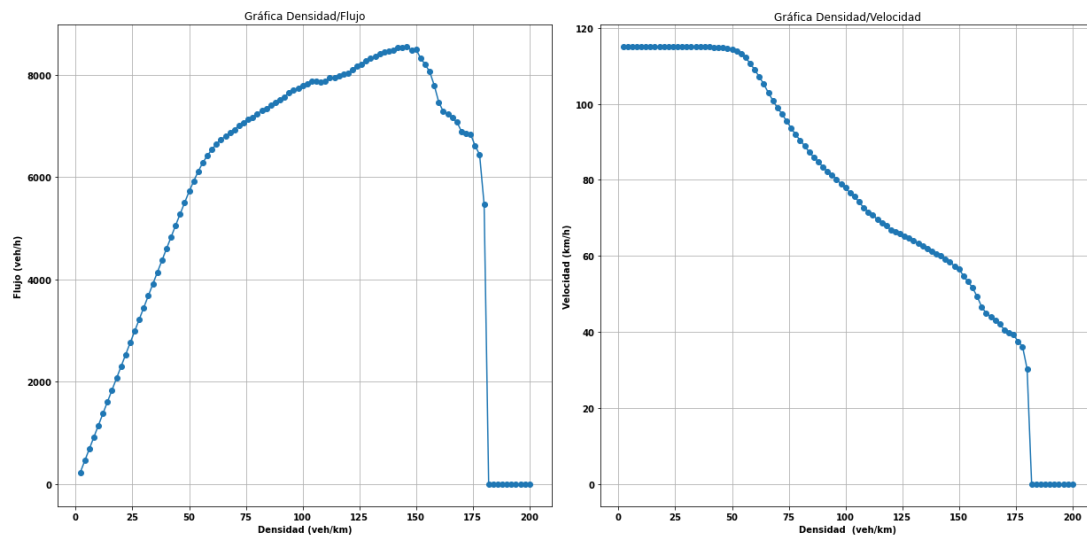


Figura 14: Diagramas fundamental flujo-densidad e velocidad-densidad para $r=-2$.

A continuación, se muestra una tabla comparativa con el comportamiento del modelo para los diferentes valores de r :

Factor de penetración r	Densidad Crítica	Flujo Máximo
0	100 veh/km	6704.3 veh/h
-1	125 veh/km	7579.0 veh/h
-2	150 veh/km	8546.6 veh/h

Tabla 2: Tabla comparativa diferentes valores de r .

Como se puede observar en la tabla anterior, cuando se consideran colisiones a baja velocidad relativa en el modelo, el flujo vehicular máximo aumenta significativamente. La mejoría se debe a que se estaría actuando de una manera mucha más agresiva, ya

que en cada instante de tiempo el espaciamiento entre los vehículos se reduce considerablemente. La reducción del espacio entre vehículo es un factor importante, ya que permite mantener velocidades altas en densidades altas; sobre todos en lo pelotones más cercanos a la frontera. Para verificar ello, las figuras 15 y 16 muestran las gráficas espacio-tiempo una porción del circuito próximo a la frontera (kilómetro 15 al 17) para las densidades 140 veh/km , 160 veh/km y $180 \frac{\text{veh}}{\text{km}}$, considerando $r = -1$ y -2 .

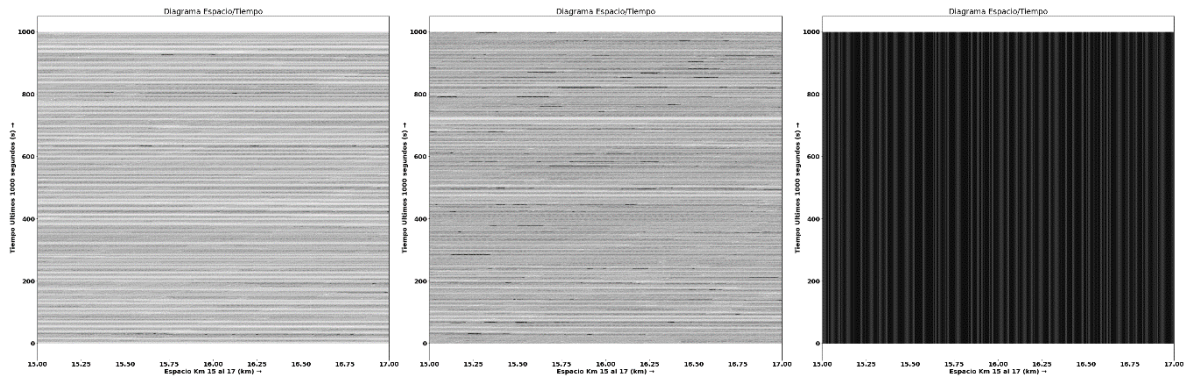


Figura 15: Diagrama espacio-tiempo para $r=-1$ y densidad 140 veh/km (izquierda), 160 veh/km (media), 180 veh/km (dercha).

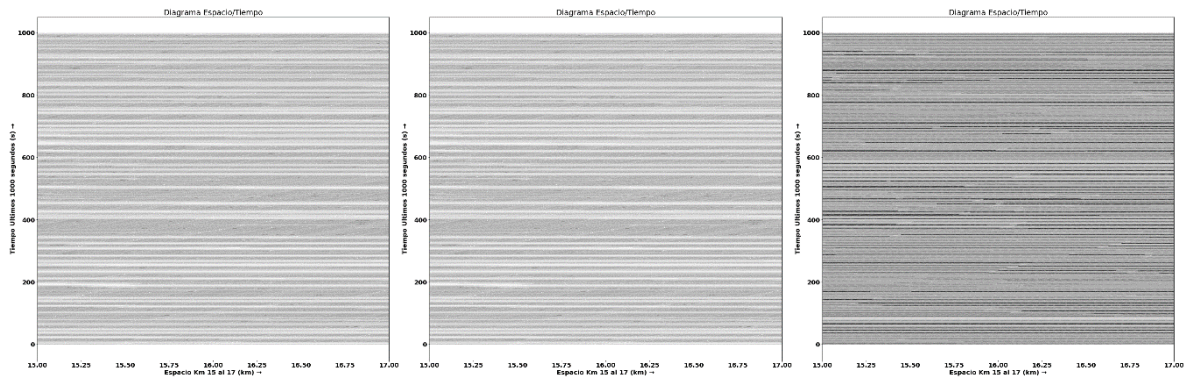


Figura 16: Diagrama espacio-tiempo, considerando $r=-2$ para densidad 140 veh/km (izquierda), 160 veh/km (medio), 180 veh/km (derecha).

El color negro de las Figuras 15 y 16 representa vehículos que tienen velocidad 0 celdas/s . Como se puede observar con $r = -1$, comienzan a existir vehículos con velocidades 0 celdas/s desde las densidad 140 veh/km , y con $r = -2$ no aparecen vehículos con velocidad 0 celdas/s en ese tramo del circuito hasta la densidad 180 veh/km .

También es verificar que si existen vehículos con velocidad 0 celdas/s lejos de las fronteras. Para eso, en las figuras 17 y 18 de muestran los histogramas de distribución de velocidades para las mismas densidades y valores de r . Nótese que la velocidad a la que la mayoría de los vehículos se mueven es mayor conforme r es menor, debido a

que se permite una distancia de seguridad menor entre vehículos, lo que permite se muevan con una velocidad mayor. Esto refleja la importancia de considerar el factor de seguridad cuando se consideran vehículos autónomos; sin embargo, es importante también analizar cómo ello puede afectar un flujo vehicular mixto, que quedó fuera del alcance de este trabajo, pero se espera realizar a futuro.

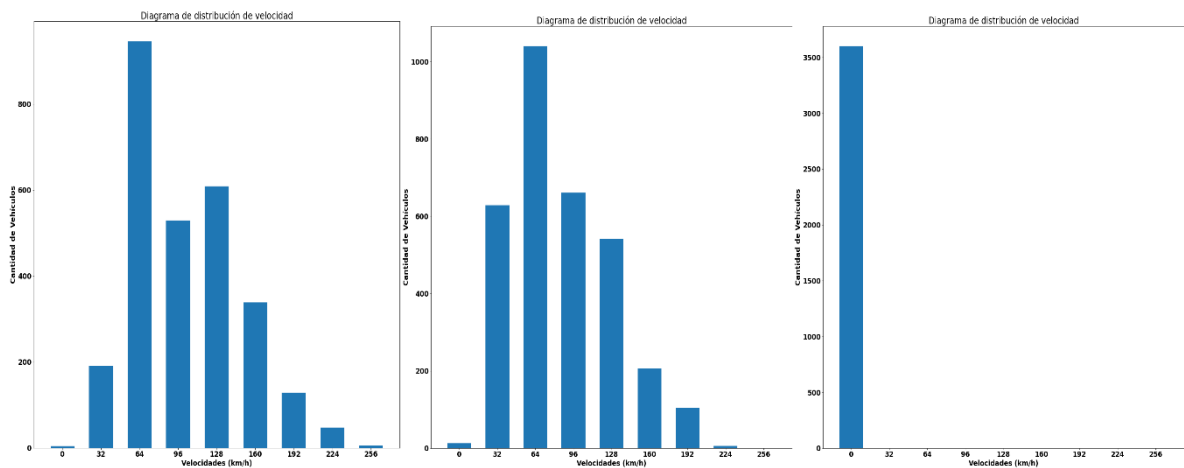


Figura 17: Distribución de velocidad para densidad igual a 140 veh/km (izquierda), 160 veh/km (media), 180 veh/km (derecha) y $r=-1$.

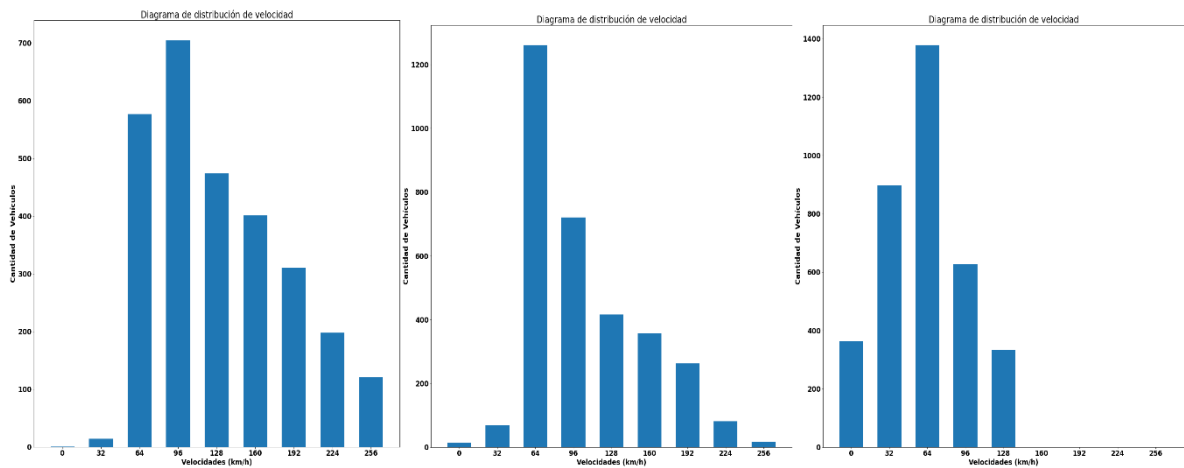


Figura 18: Distribución de velocidad para densidad igual a 140 veh/km (izquierda), 160 veh/km (media), 180 veh/km (derecha) para $r=-2$.

En conclusión, considerar colisiones a pequeñas velocidades relativas permite que el espaciamiento entre vehículos sea considerablemente menor, lo que se traduce que estos puedan mantener velocidades altas en densidades altas. Todo lo antes expuesto trae consigo un aumento significativo del flujo vehicular.

5.4. Simulación con vehículos mixtos (vehículos autónomos y vehículos convencionales)

Es un hecho que los coches conducidos por humanos (convencionales) y los autos autónomos aparecerán al mismo tiempo en las ciudades hace necesario evaluar cómo se comportará el tráfico con estos dos tipos de vehículos juntos. Se realizaron varias simulaciones donde se fueron incluyendo por cada densidad varios porcentajes de vehículos convencionales juntos con los vehículos autónomos. El experimento inicial fue realizado con 20% por ciento de vehículos convencionales y 80% de vehículos autónomos, luego se fue variando el porcentaje de vehículos convencionales en 20% hasta tener en el circuito sólo vehículos convencionales. Fueron considerados los mismos parámetros para ambos tipos de vehículos. Con los datos obtenidos de las simulaciones se graficaron los diagramas fundamentales densidad-flujo y velocidad-flujo. En las Figuras 19 a 22 se muestran los resultados obtenidos.

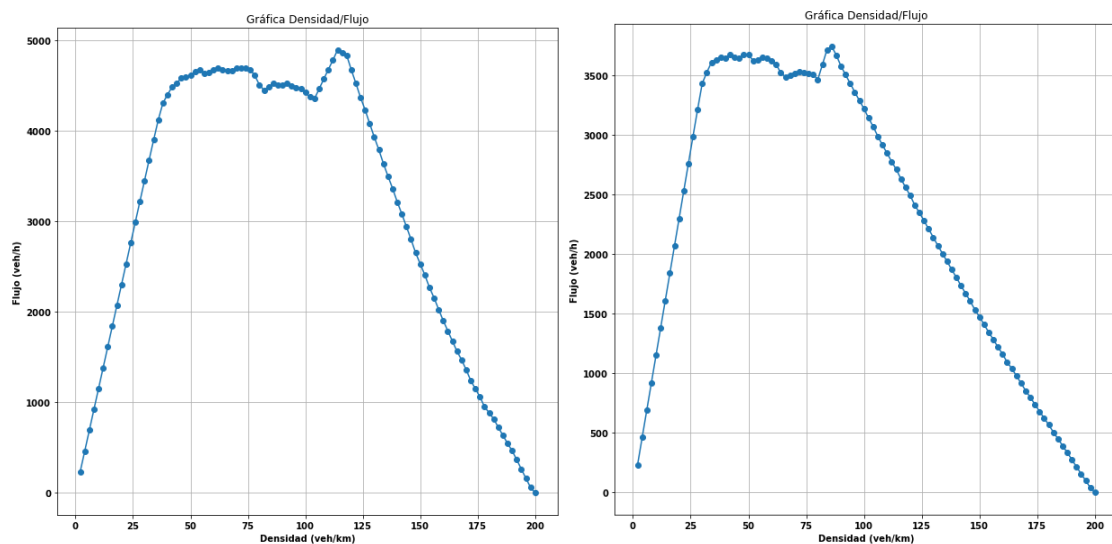


Figura 19: Diagrama fundamental densidad-flujo para 20% y 40% de vehículos convencionales.

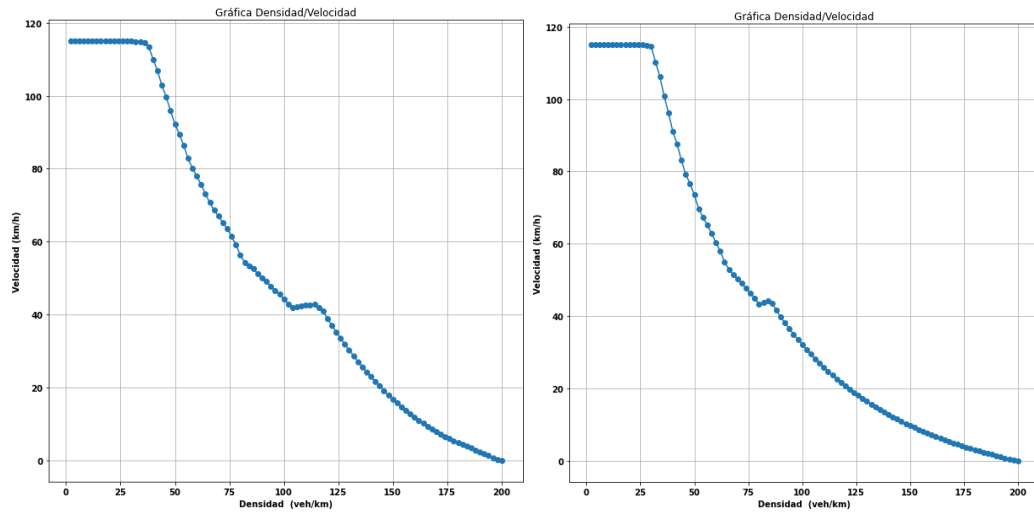


Figura 20: Diagrama fundamental velocidad-densidad para 20% y 40% de vehículos convencionales.

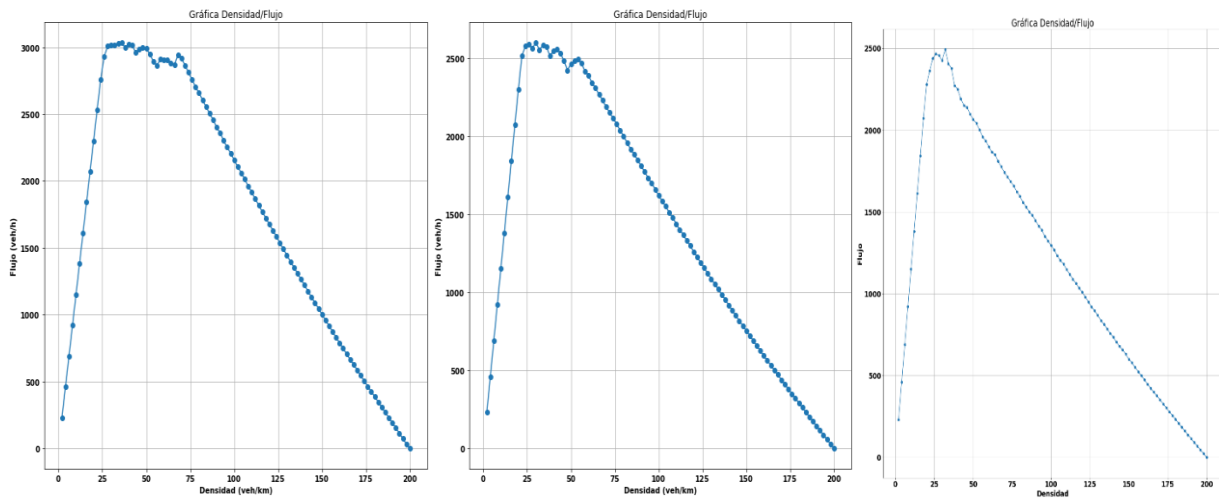


Figura 21: Diagrama fundamental densidad-flujo para 60%, 80% y 100% de vehículos convencionales.

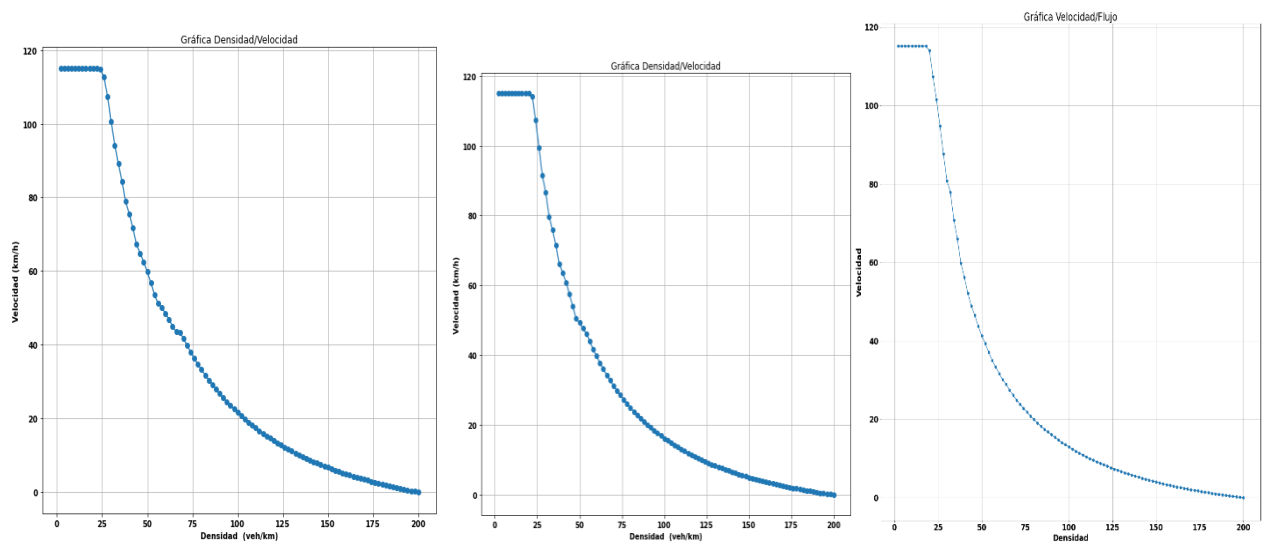


Figura 22: Diagrama fundamental velocidad-densidad para 60%, 80% y 100% de vehículos convencionales.

Los resultados obtenidos en las simulaciones demuestran que el modelo propuesto reproduce en su totalidad los resultados del modelo LAI-E. Además, se puede observar que entre más vehículos autónomos se tengan en el circuito la velocidad con respecto a la densidad aumenta, traduciéndose esto en un aumento considerable del flujo vehicular. Lo que nos permite concluir que la inclusión de vehículos autónomos aumenta de manera directa el flujo vehicular.

6 Capítulo 6: Conclusiones

En este trabajo de tesis se propuso un nuevo modelo basado en autómatas celulares (AC) para el tráfico vehicular con vehículos autónomos y convencionales. El modelo propuesto incluye todas las consideraciones del modelo LAI-E y adiciona modificaciones necesarias para reflejar las características propias de los vehículos autónomos.

Dentro de estas características, se tuvo en cuenta que están equipados con sensores que les permiten detectar cambios en el ambiente de manera instantánea. Esto condujo a obtener un modelo donde se describe la dinámica de dichos vehículos a través del cálculo de sus distancias de seguimiento seguras. El cálculo de dichas distancias fue realizado teniendo en cuenta un movimiento uniformemente acelerado, un tiempo de reacción igual 0 segundos y los valores de aceleración/velocidad del vehículo líder en el instante actual.

De manera experimental también fue incluido un factor de seguridad r , con el objetivo de valorar cual sería el comportamiento del tráfico vehicular donde fuera considerado colisiones a velocidades relativas seguras (1 m/s y 2 m/s). Además, se mantuvo el conjunto de reglas simples definidas en el modelo LAI-E, para el movimiento de los vehículos en un solo carril.

Los resultados de las simulaciones obtenidos indican que el modelo propuesto logra reproducir una gran cantidad de observaciones empíricas a nivel macroscópico, así como el proceso de aceleración/desaceleración de un modo muy cercano a la realidad. Además, el modelo es capaz de reproducir los tres estados de tráfico de acuerdo al análisis de flujo, densidad y velocidad.

El modelo propuesto en esta tesis asegura un comportamiento realista donde los vehículos autónomos y convencionales logran coexistir sin contratiempos. Los resultados de simulación demuestran que tener vehículos autónomos en el tráfico actual posibilita un mejor aprovechamiento de las carreteras existentes, pues permite mantener velocidades más altas en densidades altas, lo que se traduce en un aumento del flujo vehicular. Esto impacta positivamente en el tiempo de los viajes realizados, los gastos de combustible y la contaminación medioambiental.

Con la presente tesis se logró desarrollar un modelo que permite simular de manera microscópica el tráfico vehicular mixto, impactando en la literatura relacionada tanto a la aplicación de las ciencias computacionales como en el área de transporte y

convirtiéndose en una importante herramienta para la toma de decisiones. Particularmente en México.

6.1 Consideraciones para futuros trabajos.

Aunque se obtuvieron resultados novedosos, para futuras investigaciones sería importante llevar a cabo un análisis más profundo del comportamiento del tráfico vehicular mixto a través de un sistema multicarril con múltiples condiciones de fronteras.

Otra tarea pendiente es incluir en la aritmética del modelo características de vehículos conectados que nos permita estudiar el comportamiento del tráfico vehicular donde se incluyan este tipo de vehículos. Además, sería importante realizar simulaciones donde se incluyan no solo autos autónomos y convencionales, sino otros tipos de vehículos como motos, camiones, etc.

Como trabajo futuro sería importante codificar el modelo para su utilización con cómputo paralelo lo que permitirá obtener un simulador en línea para su uso en México.

Queda también pendiente publicar los resultados en revistas especializadas, ya que estos pudieran tener impacto en la literatura existente.

7 Bibliografía

- [1] H. A. G. Gutiérrez, «Tesis Doctoral:Modelo realista para simulación de tráfico vehicular mixto con autómatas celulares.,» 2018.
- [2] *. T. Y. b. Lanhang Ye a, «Evaluating the impact of connected and autonomous vehicles on traffic safety».
- [3] b. H. Z. b. Wen-Xing Zhu a, «Analysis of mixed traffic flow with human-driving and autonomous cars based on car-following model».
- [4] *. T. Y. b. Lanhang Ye a, «Modeling connected and autonomous vehicles in heterogeneous traffic flow».
- [5] «HISTORIA DE LOS AUTOMATAS,» [En línea]. Available: <http://luismireydf0.tripod.com/HISTORIA.htm>.
- [6] J. V. N. a. A. W. Burks., «Theory of self-reproducing automata,» 1996.
- [7] S. Ulam, «On some mathematical problems connected with pattern of growth of figures.,» vol. 14, 1962.
- [8] K. N. a. M. Schreckenberg, «A cellular automata model for traffic flow,» 1992.
- [9] D. H. a. B. Huberman, «Coherent moving states in highway traffic.,» vol. Nature, 1998.
- [10] L. S. A. S. a. M. S. Wolfgang. Knospe, «Disorder effects in cellular automata for two-lane traffic.,» 1999.
- [11] L. S. A. S. a. M. S. Wolfgang. Knospe, «A realistic two-lane traffic model for highway traffic.,» 2002.
- [12] S. Maerivoet, «Modelling traffic on motorways: state-of-the-art, numerical data analysis, and dynamic traffic assignment.,» Katholieke Universiteit Leuven., 2006.
- [13] D. C. a. K. N. Andreas Schadschneider, «Stochastic Transport in Complex Systems, from molecules to Vehicles.,» 2011.
- [14] E. O. Caracuel, «Tesis Doctoral, Técnicas Difusas y Evolutivas para el control de vehículos en entornos reales y virtuales.».
- [15] C. G. D. Castillo, «Los sistemas inteligentes de transporte. sus aplicación a los modos terrestres, maritimos y aereos,» : Centro de Publicaciones Secretaría General Técnica Ministerio de Fomento ©.
- [16] G. d. i. INTRAS, «Coche Autónomo, seguridad vial y formación de conductores.,» Universidad de Valencia, España.
- [17] «Taxonomy and Definitions for Terms Related to Driving Automation Systems for On-Road Motor Vehicles,» nº J3016_201806, 15 06 2018-.

- [18] P. S. R. M. V. J. Delgado, «Modelación de problemas de flujo vehicular.,» *Taller de Modelación Matemática II*, 2011.
- [19] M. S. Kai Nagel, A cellular automata model for traffic flow. *J. Phys. I France*, vol. 2, 1992, pp. 2221-2229.
- [20] Z.-S. L. Y.-C. C. L. W. L. Chih-Cheng Hsu, «Exploring traffic features with stationary and moving bottlenecks using refined cellular automata.,» *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 2007.
- [21] L. S. A. S. M. S. Robert Barlovic, «Metastable states in cellular automata for traffic flow.,» *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems.*, 1998.
- [22] Y. I. Minoru Fukui, «Traffic flow in 1d cellular automaton model including cars moving with high speed.,» *Journal of the Physical Society of Japan*, 1968, 1970, 1996.
- [23] M. S. Dirk. Helbing, «Cellular automata simulating experimental properties of traffic flow.,» *Phys.*, 1999.
- [24] Q.-S. W. Riu. Jiang, «First order phase transition from free flow to synchronized flow in a cellular automata model.,» *Eur. J. Phys. ,* 2005.
- [25] S. L. K. D. E. W. B. S. Kerner, «Cellular automata approach to three-phase traffic theory.,» *J. Phys. A—Math. Gen.*, 2002.
- [26] L. S. A. S. M. S. W. Knospe, «Towards a realistic microscopic description of highway traffic.,» *J. Phys. A—Math. Gen.*, 2000.
- [27] J. A. d. R. A. S. María. E. Lárraga, «New kind of phase separation in a ca traffic model with anticipation.,» *J. Phys. A: Math. Gen.*, 2004.
- [28] J. A. d. R. L. María. E. Lárraga, «Cellular automata for one-lane traffic flow modeling.,» *Transp. Res. C-Emer.*, 2005.
- [29] Q.-S. W. R. J. Xiao-Bai Li, «Cellular automaton model considering the velocity effect of a car on the successive car.,» *Phys.*, 2001.
- [30] H. R. Ruili Wang, «Modelling traffic flow at multi-lane urban roundabouts.,» *International Journal of Modern Physics*, 2006.
- [31] H. J. R. Ruili Wang, «Modeling traffic flow at a single-lane urban roundabout.,» *Computer Physics Communications*, 2002.
- [32] M. S. K. Nagel, «“A cellular automaton model for freeway traffic”,» *K. Nagel and M. Schreckenberg*, vol. 1, nº 12, p. 2221–2229, 1992.
- [33] L. S. A. S. M. S. R. Barlovic, «“Metastable states in cellular automata for traffic flow”,» *The European Physical Journal B*, vol. 5, nº 3, p. 793–800, 1998.
- [34] M. T. V. Kanagaraj, «“Self-driven particle model for mixed traffic and other disordered flows”,» *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 509, p. 1–11, 2018.

- [35] A. R. S. S. M. H. N. Davoodi, « “A macro-model for traffic flow with consideration of driver’s reaction time and distance,” », *Nonlinear Dynamics*, , vol. 83, n° 3, pp. 1621-1628, 2016.
- [36] I. K. N. P. A. I. Delis, « “A macroscopic multi-lane traffic flow model for ACC/CACC traffic dynamics.” », *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board.* , vol. 2672, n° 20, pp. 178-192, 2018.
- [37] C. M. J. Z. J. W. D. W. W. Meng, « “A fast recognition algorithm of online social network images based on deep learning.” », *Traitement du Signal*, vol. 36, n° 6, pp. 575-580, 2019.
- [38] B. R. V. R. R. B. E. R. U. J. Reddy, « “Rgnition of lung cancer using machine learning mechanisms with fuzzy neural networks” », *Traitement du Signal.*, vol. 36, n° 1, pp. 87-91, 2019.
- [39] H. S. M. A. Talebpour, « “Influence of connected and autonomous vehicles on traffic flow stability and throughput,” », *Transportation Research Part C: Emerging Technologies.*, vol. 71, pp. 143-163, 2016.
- [40] R. J. M.-B. H. Q.-S. W. R. W. Y.-M. Yuan, « “Traffic flow characteristics in a mixed traffic system consisting of ACC vehicles and manual vehicles: a hybrid modelling approach.” », *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications.*, vol. 388, n° 12, p. 2483–2491, 2009.
- [41] S. D. B. M. W. Levin, « “A multiclass cell transmission model for shared human and autonomous vehicle roads,” », *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, , vol. 62, pp. 103-116, 2016.
- [42] P. I. A. Bose, « “Mixed manual/semi-automated traffic: a macroscopic analysis,” », *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, , vol. 11, n° 6, pp. 429-462, 2003.
- [43] L. C. Davis, « “Improving traffic flow at a 2-to-1 lane reduction with wirelessly connected, adaptive cruise control vehicles,” », *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications.*, vol. 451, pp. 320-332, 2016.
- [44] W. L. S.-W. Kim, « “Cooperative autonomous driving: a mirror neuron inspired intention awareness and cooperative perception approach,” », *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine.*, vol. 8, n° 3, pp. 23-32, 2016.
- [45] Y. A. M. S. Z. Z. M. M. H. A. Sharma, « “Human factors in modelling mixed traffic of traditional, connected, and automated vehicles,” », *in Proceedings of the International Conference on Applied Human Factors and Ergonomics.*, p. 262–273, JULY 2017.
- [46] W. S. G. T. P. K. A. V. H. van Lint, « “Getting the human factor into traffic flow models: new open-source design to simulate next generation of traffic operations,” », *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board.*, vol. 2561, n° 1, pp. 25-33, 2016.

- [47] D. Ngoduy, «Application of gas-kinetic theory to modelling mixed traffic of manual and ACC vehicles.,» *Transportmetrica*, vol. 8, nº 1, pp. 43-60, 2012.
- [48] Q.-S. W. R. Jiang, «The adaptive cruise control vehicles in the cellular automata model.,» *Physics Letters A*, vol. 359, nº 2, pp. 99-102, 2006.
- [49] L. N. M. X. X. Z. D. Y. X. P. Qiu, «Research on manual-automatic vehicle mixed traffic flow based on safety distance.,» *Journal of Transportation Systems Engineering and Information.*, vol. 16, nº 4, pp. 101-108, 2016.
- [50] H. W. W. W. Q. W. Y. Y. Qin, «Stability analysis and fundamental diagram of heterogeneous traffic flow mixed with cooperative adaptive cruise control vehicles.,» *Acta Physica Sinica.*, vol. 66, nº 9, 2017.
- [51] C. L. Y. L. S. P. L. L. L. Liu, «Car-following behavior of connected vehicles in a mixed traffic flow: modeling and stability analysis.,» *Proceedings of the 2018 IEEE 8th Annual International Conference on CYBER Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems (CYBER)*, pp. 1085-1088, 2018.
- [52] M. R. R. Mohajerpoor, «Mixed flow of autonomous and human-driven vehicles: analytical headway modeling and optimal lane management.,» *Transportation Research Part C: Emerging Technologies.*, vol. 109, pp. 194-210, 2019.
- [53] O. H. Z. Q. X. L. A. Ghiasi, «A mixed traffic capacity analysis and lane management model for connected automated vehicles: a Markov chain method.,» *Transportation Research Part B: Methodological.*, vol. 106, pp. 266-292, 2017.
- [54] J. G. J. T. Y. W. Y. Liu, «Characteristic analysis of mixed traffic flow of regular and autonomous vehicles using cellular automata.,» *Journal of Advanced Transportation.*, vol. 2017, 2017.
- [55] J. H. T. Wietholt, «Influence of dynamic traffic control systems and autonomous driving on motorway traffic flow.,» *Transportation Research Procedia.*, vol. 15, pp. 176-186, 2016.
- [56] L. D. S. Gong, «Cooperative platoon control for a mixed traffic flow including human drive vehicles and connected and autonomous vehicles.,» *Transportation Research Part B: Methodological.*, vol. 116, pp. 25-61, 2018.
- [57] M. Jouvencel, «Deformación del vehículo y lesiones del ocupante en Colisiones a Baja Velocidad. La importancia del parachoques.,» *Accidentología Clínica.*, 2005.
- [58] Y. Z. a. K. M. Kockelman, «Anticipating the regional impacts of connected and automated vehicle travel in Austin, Texas.,» *Journal of Urban Planning and Development*, vol. 144, nº 4, 2018.
- [59] D. J. F. a. K. M. Kockelman, «Dynamic ride-sharing and fleet sizing for a system of shared autonomous vehicles in Austin, Texas.,» *Transportation.*, vol. 45, nº 1, pp. 143-158, 2018.

- [60] S. Anthony, «Google's self-driving car passes 700,000 accident-free miles, can now avoid cyclists, stop at railroad crossings Extreme Tech.,» 2014.
- [61] K. K. D. J. Fagnant, «Preparing a nation for autonomous vehicles: Opportunities, barriers and policy recommendations.,» *Transportation Research Part A: Policy and Practice.*, vol. 77, pp. 167-181, 2015.
- [62] K. M. K. B. D. J. Fagnant, «Operations of shared autonomous vehicle fleet for Austin, Texas, market.,» *Transportation Research Record.*, vol. 2536, pp. 98-106, 2015.
- [63] A. K. D. H. M. Treiber, «Understanding widely scattered traffic flows, the capacity drop, and platoons as effects of variance-driven time gaps,» *Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics.*, vol. 74, n° 1, 2006.
- [64] M. T. D. H. A. Kesting, «Enhanced intelligent driver model to access the impact of driving strategies on traffic capacity.,» *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical & Engineering Sciences.*, vol. 368, n° 1928, 2010.
- [65] D. M. a. P. L. Z. Wadud, «Help or hindrance? The travel, energy and carbon impacts of highly automated vehicles.,» *Transportation Research Part A: Policy and Practice.*, vol. 86, pp. 1-18, 2016.
- [66] X. Q. S. J. M. Zhou, «On the impact of cooperative autonomous vehicles in improving freeway merging: a modified intelligent driver model-based approach,» *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 18, n° 6, pp. 1422-1428, 2017.
- [67] A. K. D. H. M. Treiber, «Influence of reaction times and anticipation on stability of vehicular traffic flow,» *Transportation Research Record*, vol. 1999, n° 1, pp. 23-29, 2007.
- [68] A. K. D. H. M. Treiber, «Delays, inaccuracies and anticipation in microscopic traffic models,» *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 360, n° 1, pp. 71-88, 2006.
- [69] M. Papageorgiou, «Optimal Mainstream Traffic Flow Control of Motorway Networks,» vol. 42, n° 15, 2009.
- [70] G. D. S. M. Dargay J, «Vehicle ownership and income growth, worldwide: 1960-2030.,» 2007.